Déplacements collectifs : auto-organisation et émergence

Contribution Pierre Degond

Descriptif et enjeux

L'étude des déplacements collectifs, et plus particulièrement des phénomènes d'auto-organisation et d'émergence, a des répercussions sur la compréhension des phénomènes biologiques mais aussi sociaux avec pour exemples :

- Migration collective des cellules en embryogénèse: importance pour la compréhension des phénomènes disrupteurs de l'embryogénèse (poisons, polluants, réchauffement)
- Mouvements collectifs dans les populations animales: importance des mécanismes sociaux dans les performances reproductrices: influence sur l'évolution des stocks d'animaux grégaires (poissons par exemple)
- Mouvements sociaux: foules, phénomènes de grégarisme dans les comportement économiques et sociaux: formation de bulles.

Problématiques mathématiques

Les capacités auto-organisatrices des systèmes ne sont pas directement encodées dans les mécanismes d'interactions entre les individus (le tout est plus que la somme des parties). Comprendre comment celles-ci émergent des comportements individuels questionne le lien micro/macro.

La vision traditionnelle est que le macro est la traduction directe des phénomènes micro. Dans le cas des phénomènes d'émergence, ce n'est pas le cas. Est-ce que les outils traditionnels liant les modèles macro aux comportements micros sont applicables aux phénomènes d'émergence ? Ce n'est pas clair car ils reposent sur différentes prémices qui font défaut :

- l'hypothèse d'indépendance statistique des agents dans la limite où ceux-ci sont en nombre infini (hypothèse de la propagation du chaos)
- les lois de conservation (les modèles macroscopiques expriment généralement des principes physiques de conservation, conservation de l'impulsion, de l'énergie) qui ne sont pas vérifiées dans la plupart des systèmes biologiques ou sociaux
- la marche vers le désordre maximal, exprimée par le second principe de la thermodynamique et l'existence d'une fonctionnelle d'entropie dont l'évolution est monotone. L'émergence traduit au contraire une forte robustesse de l'auto-organisation qui semble être la règle plutôt que l'exception (y compris au niveau moléculaire, à l'intérieur de la cellule par exemple). Il n'existe pas d'objet semblable à l'entropie pour caractériser les phénomènes d'auto-organisation.

Il convient donc d'élaborer de nouveaux outils et formalismes mathématiques permettant d'aborder les phénomènes d'émergence. Ainsi cette problématique renouvelle en profondeur les disciplines traditionnellement concernées par le lien micro/macro, et en premier lieu la mécanique statistique et la théorie cinétique.

État des lieux

Il existe une vaste littérature physique sur la question (voir [1-4]). L'état de l'art mathématique a beaucoup progressé dans les dernières années mais est loin d'être aussi divers. Les mathématiciens se sont intéressés à la formation de consensus dans le modèle de Cucker-Smale [5, 6] ou des modèles apparentés qui s'appliquent aux sciences sociales [7]. Néanmoins, il reste beaucoup à démontrer dès que les modèles deviennent plus complexes. Il y a eu également des travaux visant à justifier le passage micro-macro, notamment dans le cas du modèle de Vicsek [8,9], mais là encore, dès que les modèles sont plus complexes, les résultats restent très préliminaires. L'étude rigoureuse des transitions de phase est un vaste domaine qui a été à peine abordé sur le plan mathématique [10]. Les modèles de formation d'opinion ou de distribution de richesses permettent d'expliquer les distributions d'équilibre mais peinent à décrire la dynamique [11, 12]. La biologie de l'évolution a permis de mettre en place un attirail mathématique puissant qui rend compte des mécanismes de spéciation [13]. Le défi consiste ici à passer à l'échelle d'un écosystème ou de l'ensemble des taxons d'un arbre taxonomique. Enfin, les mathématiques appliquées aux neurosciences sont en plein essor [14], mais là encore les défis de la complexité sont à peine abordés.

Quelques pistes proposées

Outre les pistes déjà évoquées plus haut: développement de nouveaux outils de la mécanique statistique et de la théorie cinétique pour dépasser les obstacles spécifiques posés par les systèmes complexes (mise en défaut de l'hypothèse du chaos statistique, absence de lois de conservation, multiplicité des équilibres, transitions de phases, développement de corrélations non-locales entre les particules liées a la taille finie de celles ci, etc.). Notons une piste prometteuse : celle consistant à combiner théorie cinétique et théorie des jeux dans l'esprit de la théorie des jeux à champ moyen [15] : voir par exemple [16] pour l'exposition d'un cadre général. En effet, les systèmes d'agents biologiques ou sociaux sont intimement liés aux concepts de la théorie des jeux (maximisation d'une fonction d'utilité, stratégies, etc.).

Situation internationale

L'étude des phénomènes collectifs et de l'auto-organisation a pris un essor considérable dans le monde dans les cinq dernières années. Les équipes en pointe sur le sujet se trouvent (liste non exhaustive) à l'UCLA, en Caroline du Nord (Duke, NCSU), à l'Université du Maryland (College Park), à l'Imperial College London et à l'Université de Cambridge (UK), en Italie (Pavie, Ferrare, Rome), à Vienne (Autriche). En France (liste non exhaustive) : à Paris 6, Orsay, Lyon, Toulouse. Il y a plusieurs réseaux de systèmes complexes (en Ile de France, en Région Rhône-Alpes) qui permettent de mettre en contact des scientifiques de disciplines différentes autour des problèmes de complexité. On pourrait toutefois souhaiter l'émergence de centres plus intégrés, un peu comme le Santa Fe Institute aux Etats Unis http://www.santafe.edu/.

Références

1. Tamás Vicsek, Anna Zafeiris, Collective motion, Physics Reports, Vol. 517, pp. 71-140, 2012
2. http://arxiv.org/pdf/1010.5017v2.pdf
3. Donald L. Koch and Ganesh Subramanian, Collective Hydrodynamics of Swimming Microorganisms: Living Fluids, Annu. Rev. Fluid Mech. 2011. 43:637–59.
4. http://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev-fluid-121108-145434?journalCode=fluid
5. Claudio Castellano, Santo Fortunato, Vittorio Loreto, Statistical physics of social dynamics, Rev. Mod. Phys. 81, 591–646 (2009)
6. http://arxiv.org/abs/0710.3256
7. Harold P. de Vladar and Nicholas H. Barton, The contribution of statistical physics to evolutionary biology, Trends in Ecology and Evolution August 2011, Vol. 26, No. 8
8. http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169534711001108
9. F. Cucker and S. Smale, Emergent behavior in flocks, IEEE Trans. Aut.Cont. 52, 852--862 (2007).
10. J. A. Carrillo, M. Fornasier, J. Rosado, G. Toscani, Asymptotic Flocking Dynamics for the kinetic Cucker-Smale model, SIAM J. Math. Anal. 42, 218-236, 2010.
11. S. Motsch, E. Tadmor, Heterophilious dynamics enhances consensus, arXiv:1301.4123
12. F. Bolley, J. A. Cañizo, J. A. Carrillo, Mean-field limit for the stochastic Vicsek model, Appl. Math. Letters 25, 339-343, 2012
13. P. Degond, S. Motsch, Continuum limit of self-driven particles with orientation interaction, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 18(1):1193-1215, 2008
14. Pierre Degond, Amic Frouvelle, Jian-Guo Liu, Macroscopic limits and phase transition in a system of self-propelled particles, à paraître dans J. Nonlinear Sci.
15. G. Toscani, Kinetic models of opinion formation, arXiv:math-ph/0605052

16. Stéphane Cordier, Lorenzo Pareschi, Giuseppe Toscani, On a kinetic model for a simple market economy, arXiv:math/0412429
17. Guy Barles and Benoit Perthame. Concentrations and constrained Hamilton-Jacobi equations arising in adaptive dynamics. In Recent developments in nonlinear partial differential equations, volume 439 of Contemp.Math., pages 57-68. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2007
18. M. J Caceres, J. A. Carrillo, B. Perthame, Analysis of Nonlinear Noisy Integrate and Fire Neuron Models: blow-up and steady states, J. Math. Neurosciences 2011.
19. J.-M. Lasry, P.-L. Lions, Mean field games, Japan J. Math. 2 (2007) pp. 229--260.
20. Pierre Degond, Jian-Guo Liu, Christian Ringhofer, A Nash equilibrium macroscopic closure for kinetic models coupled with Mean-Field Games, arXiv:1212.6130.