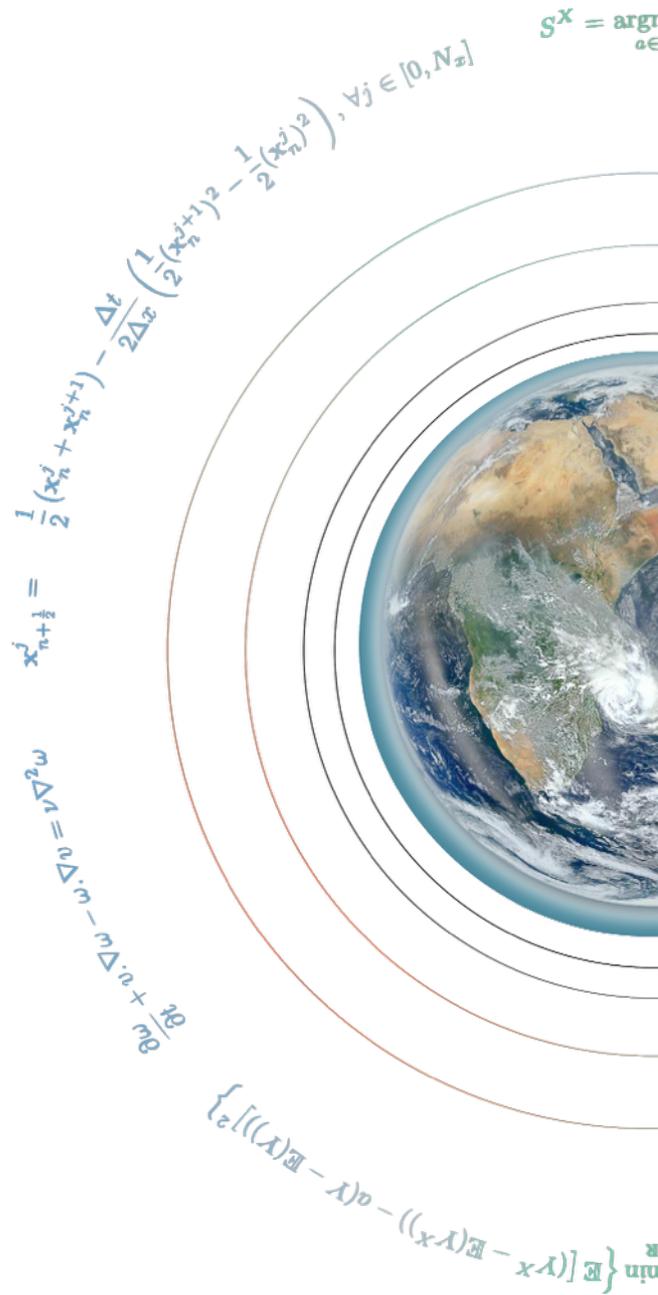




# RAPPORT DE RESTITUTION DES TRAVAUX

## ATELIER DE RÉFLEXION PROSPECTIVE MATHSINTERRE 2013



SOUS LA DIRECTION DE DIDIER BRESCH

Coordination Scientifique : Emilie Neveu

Contact : [didier.bresch@univ-savoie.fr](mailto:didier.bresch@univ-savoie.fr), [emilie.neveu@grenoble-inp.org](mailto:emilie.neveu@grenoble-inp.org)

Sites Internets rendus : [mathsmonde.math.cnrs.fr](http://mathsmonde.math.cnrs.fr), projet : [mathsinterre.fr](http://mathsinterre.fr)



*« The miracle of the appropriateness of the language of mathematics for the formulation of the laws of physics is a wonderful gift which we neither understand nor deserve. We should be grateful for it and hope that it will remain valid in future research and that it will extend, for better or for worse, to our pleasure, even though perhaps also to our bafflement, to wide branches of learning. »*

- Eugene Wigner, The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences,  
Communications in Pure and Applied Mathematics, vol 13. No 1, 1960.

## À propos

L'Atelier de Réflexion Prospective « MathsInTerre » (ARP MathsInTerre) est un projet financé par l'Agence Nationale pour la Recherche (ANR), hébergé par l'IHP et soutenu par l'INSMI - CNRS, structures soucieuses de l'importance d'une réflexion sur le thème « Mathématiques et complexité du système Terre ». Il a été lancé en Janvier 2013 pour un an avec comme objectif de susciter une vision plus systémique et intégrée du sujet. Sa finalité est, dans un premier temps, de contribuer aux réflexions en amont de la définition du plan d'action de l'ANR. Au-delà, il s'agit d'alimenter les analyses et débats des communautés scientifiques concernées sur les enjeux associés au rapprochement des mathématiques et des sciences du système Terre.

L'Atelier a voulu construire une analyse collective provenant d'une réelle interaction pluridisciplinaire. Ainsi, pour éviter l'écueil d'un point de vue restreint aux mathématiques, nous avons travaillé en collaboration avec un consortium large de chercheurs incluant mathématiciens et scientifiques non issus de la communauté mathématique. Nous avons aussi bénéficié d'une collaboration avec les sociétés savantes en mathématiques, les GdR INSMI-CNRS, l'AMIES et le Réseau National des Systèmes Complexes. Grâce à ces nombreux partenariats, l'Atelier a pu communiquer et utiliser le financement de l'ANR pour la mise en œuvre de différents formats de discussions et de rencontres. La multiplicité des supports a permis à cette grande communauté de réfléchir collectivement aux connaissances et actions collaboratives à développer en priorité.

Ces réflexions sont maintenant disponibles sous la forme d'un rapport et d'une synthèse écrite, et également visible sur le web. À noter qu'une version anglaise de la synthèse est aussi disponible, la traduction a été effectuée par Brian Keogh.

*Plus d'informations sur l'Atelier sont disponibles sur le site [mathsinterre.fr](http://mathsinterre.fr), géré par Stania Raitmayerova, et sur cette présentation disponible sur internet : <http://bit.ly/1bUZWag>.*

## Remerciements

Ce document ne serait pas sans l'aide et la volonté des nombreux chercheurs de toutes disciplines qui se sont impliqués dans ce projet. Nous souhaitons les remercier pour leur travail et leur investissement malgré le peu de temps qui leur est disponible vu la part de plus en plus croissante des activités administratives dans le domaine de la recherche.

L'Institut Henri Poincaré (IHP), créé en 1928, est l'une des plus anciennes et des plus dynamiques structures internationales dédiées aux mathématiques et à la physique théorique.

L'Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions (INSMI) du CNRS a pour mission de promouvoir l'excellence dans les mathématiques françaises en animant et coordonnant un réseau d'unités de recherche, de structures d'intérêt national, et de laboratoires internationaux.

L'importance de ces deux structures est à souligner et nous permet un travail collectif de qualité. Nous remercions d'ailleurs le personnel administratif de l'IHP (notamment Marjorie Stievenart-Ammour, Brigitte Bonny et Florence Lajoinie) et de la Délégation Paris B du CNRS.

Didier Bresch (DR CNRS-INSMI),

Emilie Neveu (Post-doc IHP).

# Sommaire

Présentation de l'Atelier de Réflexion Prospective	1
Objectifs	2
Organisation de l'Atelier	2
Déroulement	3
Structuration du rapport	4
L'interdisciplinarité des écosystèmes	5
Ce qui nous intéresse	5
Quels sont les enjeux ?	6
Les mathématiques et la complexité du système Terre	7
Une discipline transverse, une présence multiple	7
L'écosystème des mathématiques	9
I. Mathématiques du Monde réel	10
1. Pour comprendre grâce à l'analyse de processus théoriques	11
2. Pour comprendre : observation et simulation de phénomènes non aisément reproductibles en laboratoires	20
3. Pour agir	30
II. Mathématiques en émergence	38
1. Faire face aux hétérogénéités	39
2. Gérer l'aléa	55
3. Gérer un environnement incertain	60
III. Mathématiques du numérique	63
1. Méthodes numériques	64
2. Analyse de données	71
3. Approche intégrée d'un système	78

Différentes actions structurelles possibles	95
Annexe A : Journées organisées à l'Institut Henri Poincaré	99
Annexe B : Liste des colloques soutenus	107
Annexe C : Liste des chercheurs impliqués	117
Annexe D : Textes originaux utilisés pour le rapport	119

# Présentation de l'Atelier de Réflexion Prospective

Les mathématiques sont une discipline fondamentale qui est au cœur d'enjeux importants liés à la complexité de la Terre, et plus particulièrement à l'environnement. Appréhender tant des problèmes de recherche que des problèmes de gestion durable sur ce sujet requiert l'adaptation de techniques mathématiques en interaction avec d'autres disciplines, mais les problèmes environnementaux peuvent également permettre le développement de nouvelles théories mathématiques qui, à leur tour, peuvent apporter une meilleure compréhension de la complexité des phénomènes étudiés. Cette complexité se reflète dans la diversité des thèmes étudiés : les applications à des problèmes concrets allant de l'évolution génétique à la turbulence des fluides. L'accent a aussi été mis sur l'humain et son interaction avec l'écosystème. Cependant, ces problèmes ont pour point commun l'urgence des enjeux sociétaux et leur fort impact socio-économique.

En réalité, depuis toujours, beaucoup de développements mathématiques ont été nourris par des questions issues de la nature et du monde environnant. Cependant le monde est fractal : plus nous en apprenons, plus il en reste à apprendre. C'est ainsi que l'étendue des recherches possibles amène les chercheurs à se spécialiser dans des thématiques précises, des méthodes mathématiques et/ou des applications réelles.

C'est sans compter que les problèmes environnementaux sont, par définition, inter-disciplinaires : quels quotas de pêche imposer pour préserver l'écosystème marin ?, quelles sont les différences formelles entre évolution sociale et évolution génétique ?, la fréquence des ouragans est-elle en augmentation ?, comment dépolluer rapidement un lac après accident chimique ?, quelle organisation urbaine est la plus respectueuse de l'environnement ?, quel est l'impact des changements climatiques sur les migrations des cigognes ?, comment prendre en compte la panique pour modéliser le comportement d'une foule et mettre en place des procédures d'évacuation efficaces en cas de catastrophes naturelles ?

Répondre à ces questions fait intervenir des chercheurs de différentes disciplines, car il est impossible pour une seule personne d'être efficace dans toutes les thématiques impliquées (mathématiques, physique, informatique, sciences humaines, sciences de la terre et sciences sociales). Collaborer devient donc crucial et les mathématiciens, par leur capacité d'abstraction et de formalisme rigoureux, ont un rôle important à jouer dans la communication inter-disciplinaire.

Créer des ponts entre les mathématiciens et les développeurs des méthodes mathématiques a été le rôle fondamental du projet Atelier de Réflexion Prospective «Mathématiques en Interactions pour la Terre» (ARP MathsInTerre), pour l'échange d'outils et de concepts mûrs des mathématiciens vers les applications, mais également pour alimenter de nouvelles questions dans la recherche en mathématiques.

En effet, modéliser l'environnement, que ce soit l'atmosphère, un banc de poisson ou le trafic routier, est un système complexe qui, pour être représenté au mieux, doit prendre en compte les échanges avec l'extérieur, et les interactions internes entre différents processus et différentes échelles. Nous remarquerons dans ce rapport que bien des progrès sont à faire dans le développement de l'analyse mathématique et numérique de ces systèmes. Ces développements nécessiteront de nouveaux outils mathématiques.

Un lien étroit avec le calcul haute performance sera également fait. Le développement récent vers le massivement parallèle implique bien souvent de repenser les codes numériques afin de pouvoir accélérer

les calculs. De nouvelles méthodes mathématiques, telles que les méthodes heuristiques ou stochastiques, sont aussi favorisées par ces avancées informatiques.

## Objectifs

L'ARP MathsInTerre a eu comme objectif de susciter une vision plus systémique et intégrée du sujet « Mathématiques et complexité de la Terre ». Il permet à l'ANR, et plus largement à la communauté scientifique, de disposer d'un état des lieux de la recherche française à l'interface mathématiques-environnement. Sur cette base, les chercheurs impliqués ont réfléchi collectivement aux connaissances et actions collaboratives à développer en priorité. L'ANR s'appuiera sur cette analyse collective pour concevoir son plan d'action sur ce sujet dans les années qui viennent.

L'atelier s'est basé sur une réflexion multidisciplinaire articulée autour de recherche fondamentale et recherche appliquée. Il ne visait pas l'exhaustivité mais la diversité autour d'exemples judicieux.

## Organisation de l'Atelier

La finalité de l'ARP - MathsInTerre a été de proposer à l'ANR des pistes d'action pour l'aider à programmer des recherches autour du thème « Mathématiques et complexité du Système Terre ». Cette thématique est évidemment très vaste, et l'atelier a adopté un découpage en 3 thèmes :



Terre Fluide



Terre Vivante



Terre Humaine



Au sein de chaque thème, nous avons pris soin de différencier également les recherches fondamentales, des recherches appliquées en définissant deux axes de travail :

- 1) Adaptation de l'outil mathématique à des problèmes environnementaux
- 2) Identification de nouvelles thématiques théoriques inspirées par des problèmes environnementaux.

Ces deux axes sont bien sûr intimement liés : l'étude de problèmes environnementaux peut faire naître de nouvelles théories mathématiques, et le progrès mathématique qui en résulte peut aider à mieux comprendre la réalité de ces systèmes complexes environnementaux.

Il va de soi que les thèmes et les axes ne sont pas indépendants entre eux et qu'un tel cloisonnement ne devrait pas être. Cependant, cloisonner a permis d'isoler des problématiques et de simplifier le rendu de rapports. Ce découpage tend en effet à minorer l'une des sources même de la complexité, à savoir le couplage entre des dynamiques et des systèmes de différentes natures. De plus, l'échange entre chercheurs a été facilité lors de journées à thèmes où les participants étaient en comité réduit.

Toutefois, il est important de garder en tête la problématique de la modélisation du couplage des systèmes : lien entre climat, sociétés et biodiversité par exemple. Certains ateliers ont eu pour but d'aborder ces interactions et les questions de recherche multi-disciplinaire qu'elles posent.

L'ARP a aussi cherché à éviter l'écueil que constituerait un point de vue trop restreint à la seule communauté des mathématiciens. À cette fin, le pilotage de l'ARP (consortium restreint) a été mené par un groupe diversifié qui a permis d'aborder les différentes facettes de la complexité des systèmes. Ainsi la responsabilité de chaque thème a été confiée à au plus deux scientifiques qui ne sont pas issus de la communauté mathématique, en collaboration avec des scientifiques essentiellement mathématiciens.

Notons que le consortium élargi comprend un représentant pour chaque société savante en mathématiques : SFDS, SMAI, SMF, les directeurs des GdR INSMI-CNRS pouvant avoir un lien avec l'ARP MathsInTerre (ConEDP, EGRIN, Jeux, MASCOT-NUM, MOMAS, Calcul) et le directeur d'AMIES. Ce consortium avait un but de lien pour diffuser des informations que ce soit vers les chercheurs pour communiquer sur les actions de l'ARP ou vers les organisateurs de l'Atelier pour apporter leurs connaissances sur un domaine et un groupe de chercheurs.

## Déroulement

L'Atelier a consisté concrètement en un projet d'un an. Un an au cours duquel des rencontres scientifiques ont été organisées et favorisées.

L'Atelier a bénéficié de l'aide logistique de l'IHP, à Paris, pour héberger les journées dédiées au projet. Ces « Journées IHP » ont abordé de manière interactive un thème sous plusieurs angles, proposant un exposé théorique et un exposé appliqué de chacun 45 minutes le matin et une table ronde associant des points de vue pluridisciplinaires sur un sujet donné. Cinq rendez-vous ont été planifiés (avril, mai, juillet, septembre, et octobre) couvrant l'ensemble des thèmes. Nous avons eu l'honneur de recevoir des chercheurs étrangers de renom. Le descriptif des journées se trouve en [Annexe : Journées IHP](#)

D'autre part, nous avons utilisé des rencontres et conférences déjà existantes, plutôt que d'en créer de trop nombreuses. Cela a permis de soutenir les institutions déjà en place et a favorisé l'échange et l'implication de la communauté dans le projet ARP. Au sein de ces événements nationaux, des séances de réflexion ont été spécialement programmées sur les thématiques de l'Atelier. Nous nous sommes aidés également de l'animation des groupes de recherche multidisciplinaire sur des sujets liés autour de la complexité des phénomènes mis en jeu, des groupes de recherche qui peuvent être régionaux, nationaux ou internationaux. La liste des colloques auxquels l'ARP a apporté un soutien financier est disponible en [Annexe : Liste des colloques soutenus](#).

Enfin, de nombreux entretiens et échanges personnels avec les chercheurs ont été nécessaires pour préciser les contributions possibles et proposer des échanges internes et non formels. Nous avons choisi d'adapter les formats de collecte d'informations pour chaque cas particulier étant donné les différentes disponibilités de chacun. Cette souplesse a permis de favoriser les interactions, permettant de se procurer d'utiles informations. La liste des membres du consortium ainsi que le nom des différentes personnes extérieures au projet qui ont contribué à la réalisation de ce rapport se trouvent en [Annexe : Liste des chercheurs impliqués](#).

La rédaction de ce document n'a été possible que grâce à une réelle interaction multidisciplinaire et aux différents formats de discussions et de rencontres.

## Structuration du rapport

Nous avons choisi de décomposer le rapport de la manière suivante.

Nous présentons dans un premier temps le contexte, et les enjeux de la recherche environnementale.

Les mathématiques sont ensuite introduits, notamment *Une discipline transverse, une présence multiple* permet de mieux situer la discipline actuelle en France. Ensuite, nous déclinons l'état des lieux de la recherche sous plusieurs points de vue. Tout d'abord l'aspect « Mathématiques du monde réel » peut être vu comme le côté aval. Il s'agit là de façonner les mathématiques pour comprendre ou pour agir, sur une problématique concrète. Nous abordons ensuite l'aspect plus en amont qui est l'émergence de nouvelles mathématiques pour modéliser de nouveaux phénomènes, comprendre le passage micro-macro, concevoir des méthodes hybrides, traiter des masses de données. Nous présentons ensuite l'aspect numérique qui fait le pont entre l'abstrait et le concret, avec par exemple des textes sur la validation de modèles, les problèmes d'interface et de couplage et le calcul haute performance. Nous terminons par quelques propositions non exhaustives de programmation scientifique.

En annexe, nous présentons la liste des journées IHP et province ainsi que les colloques qui ont eu lieu en cette année 2013 sous l'égide de l'ARP MathsInTerre dans le cadre de l'année MPT2013. Nous listons ensuite le nom des chercheurs qui se sont impliqués dans la rédaction. Enfin, se trouvent les fiches comprenant les rapports originaux reçus des différents membres du consortium et issus de diverses tables rondes et échanges multi-disciplinaires entre chercheurs. Ces fiches ont été synthétisées dans le corps du document mais il est possible de les lire dans leur intégralité en annexe. Il nous a semblé important de rendre accessible ces précieuses informations. Néanmoins, pour que le document reste lisible, une table des matières présentant les différentes fiches est disponible en annexe ainsi que dans chaque section. Le document vu sous forme de fiches doit permettre une lecture plus agréable puisqu'il est possible de lire ces parties indépendamment.



# L'interdisciplinarité des écosystèmes

## Ce qui nous intéresse

L'ARP MathsInTerre a pour thématique le système Terre. Les thèmes à l'étude dans ce rapport comprennent toutes les applications à des problèmes réalistes, terrestres : de l'évolution génétique à la turbulence des fluides. Plus particulièrement, l'accent est mis sur l'humain et son interaction avec l'écosystème. C'est pourquoi le champ d'étude a été restreint à ce qui est visible par l'œil : géophysique externe (océan, atmosphère, glace, climat), les ressources vivantes et minérales (hydrologie, géologie, hydrogéologie, biologie, chimie, écologie, évolution, agriculture, pêche), et l'organisation humaine (réseaux, ville, territoires, transport).



Il est à noter que les neurosciences, les études à l'échelle de l'individu ou de l'organisme (par ex. médecine) et la géophysique interne, n'apparaissent pas dans cette description. Bien sûr, les méthodes mathématiques utilisées en écologie vont être sensiblement les mêmes que les études génétiques de la médecine. Bien sûr, l'activité du noyau interne de notre Planète a un impact sur notre vie, via la tectonique des plaques et les séismes. Mais il fallait bien définir une délimitation à un sujet d'étude déjà très vaste, qui veut se concentrer sur les interactions entre différents processus et différentes échelles.

Ainsi, l'accent est mis sur l'interdisciplinarité des sujets d'étude, les mathématiques étant vues comme une discipline transverse.

### Quels sont les enjeux ?

Le système Terre est un système complexe.

Même si son étude peut être décomposée en sous-systèmes ( écosystème marin, ressources des sous-sols, ville, ...), si nous voulons améliorer notre compréhension du monde, ces sous-systèmes doivent représenter des systèmes trop complexes pour nos connaissances limitées.

Voilà pourquoi, les enjeux des études de ce système Terre et des sous-systèmes sont en fait une meilleure compréhension du monde, en particulier pour répondre aux défis des changements globaux. Voici une liste un peu plus complète des différents objectifs des chercheurs en sciences environnementales et sociales :

- Mieux **connaître les écosystèmes**, la physique, le vivant et leurs adaptations aux changements climatiques globaux :
  - ▶ Comprendre les phénomènes et les risques associés.
  - ▶ Développer des méthodologies et des techniques nouvelles.
  - ▶ Produire et diffuser des données de qualité.
  - ▶ Mieux comprendre les interactions entre processus naturels et sociaux à différentes échelles : par exemple étudier les relations entre les sociétés humaines et la nature pour pouvoir gérer durablement les espaces.
- Développer et mettre à disposition les outils nécessaires à la gestion des ressources, à la prévention des risques naturels et des pollutions, aux politiques de réponse au changement climatique :
  - ▶ **Préserver et utiliser durablement les ressources**, accroître la résilience des systèmes : ressources halieutiques, gestion des déchets, épuration des eaux, agro-procédés, agro-systèmes et agro-alimentaire, énergie, patrimoine bâti.
  - ▶ Mettre en place ou améliorer les systèmes de prévision et de **gestion des risques** : risques naturels (inondations, avalanches, rupture de digues, tempêtes) ou risques liés à l'accumulation de polluants. Analyser et caractériser les vulnérabilités. Améliorer la santé publique et la sécurité des personnes.
  - ▶ **Aider à la gouvernance des territoires** et à la gestion des milieux côtiers et terrestres dans un contexte de changement climatique.
  - ▶ **S'approprier et valoriser les évolutions technologiques et socio-économiques** pour améliorer le cadre de vie, l'accès à une nourriture saine, réduire les inégalités socio-spatiales à différentes échelles. Faire évoluer l'aménagement de l'espace public et la mobilité.

# Les mathématiques et la complexité du système Terre

Lors de nos discussions avec les communautés non-mathématiciennes, des questions d'apparence naïve sur les mathématiques ont été posées plusieurs fois. Nous avons voulu rappeler ici ce que sont et font les mathématiques, en nous appuyant sur l'important travail des sociétés savantes et sur l'initiative Mathématiques de la Planète Terre 2013.

## Une discipline transverse, une présence multiple

« C'est une discipline qui se nourrit de ses liens avec les autres sciences, avec la société et le monde industriel, mais qui également s'enrichit elle-même. »  
- Mathématiques, l'explosion continue.\*

### Que fait un mathématicien ?

Un des rôles du mathématicien est d'observer le monde et d'essayer de créer des outils conceptuels permettant de le comprendre un peu mieux. Toute la puissance des mathématiques réside dans ce double jeu : tantôt elles permettent de résoudre des problèmes concrets, tantôt elles développent des méthodes très abstraites et générales, déconnectées du réel, mais qui – parfois – ont des retombées concrètes et inattendues.

Des théories les plus abstraites aux analyses de méthodes les plus concrètes, il n'y a pas une mathématique mais plusieurs ! Et elles sont toutes essentielles et entremêlées. On a entendu beaucoup de choses sur la rigueur de la discipline mais peu de gens savent que le mathématicien est, en même temps, élastique et ouvert ! En effet, il étend et déforme chacun de ses objets à d'autres applications et il s'enrichit des liens, tissés entre différents chercheurs en mathématiques ou dans d'autres disciplines (en France et à l'international). Des liens qui lui permettent de résoudre de nouveaux problèmes.

*Inspiré du texte dans Le Cercle, Les Echos d'E. Ghys (UMPA ENS Lyon).*

### Que peuvent apporter les mathématiques aux problématiques environnementales ?

Les mathématiques sont essentielles dans notre vie quotidienne. En effet, les problématiques environnementales et sociétales qui obligent à analyser, optimiser et gérer des systèmes toujours plus complexes, amènent un besoin croissant en mathématiques. Une importance bien comprise par certains pays, comme les États-Unis et la Chine, dont le soutien financier aux mathématiques a été augmenté.

De plus, la vision globale du mathématicien, non discriminante et flexible, lui fait jouer un rôle important dans la diffusion des connaissances. « Les mathématiques [...] développent l'intuition, l'imagination, l'esprit critique ; elles sont aussi un langage universel, et un élément fort de la culture. »

- Mathématiques, l'explosion continue.\*

\**Mathématiques, l'explosion continue*, est une brochure comportant une vingtaine de textes présentant les apports des mathématiques sur des questions concrètes d'actualité. Diffusée par la FMSP, la SMF, la SMAI, la SFdS et grâce à Cap'Maths.

## Pourquoi travailler de manière théorique et abstraite ? Cela semble peu utile !

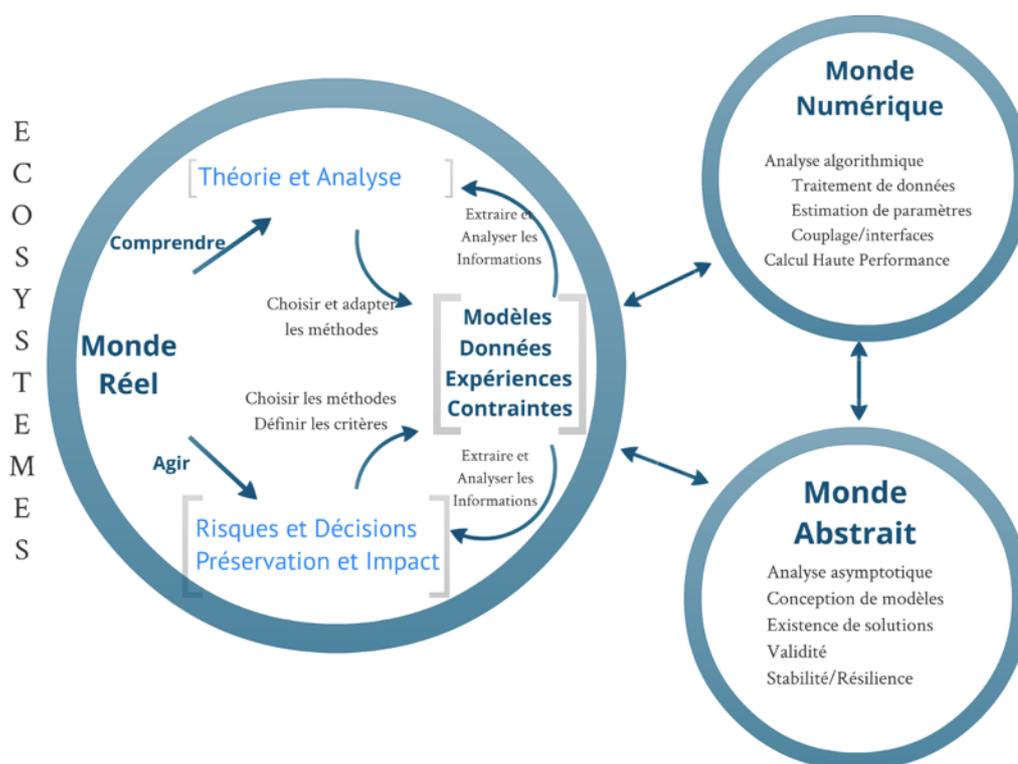
C'est typiquement ce genre de remarques qui a amené l'écriture de cette page ! Rappelons que les progrès scientifiques dans des domaines applicatifs proviennent fréquemment des recherches fondamentales récentes ou passées.

Il faut garder à l'esprit que « vouloir définir ou mesurer l'activité ou la recherche en mathématiques par ses applications existantes ou potentielles reviendrait à les faire disparaître. À l'opposé, privilégier l'axiomatisation, l'étude des structures et la dynamique interne de la discipline comme l'ont fait, certes avec de beaux succès, les mathématiques françaises dans la période 1940-1970 a conduit à retarder le développement en France des mathématiques dites appliquées. » - *Mathématiques, l'explosion continue*.\*

Nous assistons aujourd'hui à des dynamiques intéressantes de recherches mathématiques aux applications concrètes aux travers d'échanges étroits multidisciplinaires. Citons par exemple la chaire Modélisation mathématique et biodiversité de Polytechnique/MHN (Muséum national d'Histoire Naturelle) ou la chaire Modélisation prospective de CMA/ParisTech (Centre de Mathématiques Appliquées). Il s'agit maintenant de tendre vers la science en lien avec la Terre comme un continuum, sans barrière entre les disciplines. C'est la question provenant de problématiques concrètes qui doit dicter la mise en place des mathématiques pour le Terre, que ce soient les **Mathématiques du monde réel**, les **Mathématiques en émergence** et les **Mathématiques du numérique**. Cette question doit devenir un des critères essentiels de qualité des mathématiques appliquées.

\**Mathématiques, l'explosion continue*, est une brochure comportant une vingtaine de textes présentant les apports des mathématiques sur des questions concrètes d'actualité. Diffusée par la FMSP, la SMF, la SMAI, la SFdS et grâce à Cap'Maths.

# L'écosystème des mathématiques



Les mathématiques sont un outil transverse utilisé pour de nombreuses études environnementales, de l'aide à la compréhension à l'aide à la décision. Analyser, quantifier, évaluer, comparer, corriger et valider font intervenir autant de méthodes mathématiques abstraites qui peuvent être utilisées pour de nombreuses applications différentes mais qui doivent être adaptées à chaque cas particulier.

Il est donc parfois difficile de démêler ce qui est théorique, de ce qui est appliqué. C'est pourquoi nous avons choisi ici d'aborder les thèmes en exposant différents points de vue selon comment sont utilisées et créées les mathématiques.

Le rapport est ainsi divisé en trois parties :

**MATHÉMATIQUES DU MONDE RÉEL** s'intéresse au point de vue des chercheurs mathématiciens ou non travaillant sur des questions liées au monde réel.

**MATHÉMATIQUES EN ÉMERGENCE** s'intéresse au point de vue des chercheurs travaillant au développement de nouvelles branches mathématiques sur la base de questions posées par l'étude de la Planète Terre.

**MATHÉMATIQUES DU NUMÉRIQUE** s'intéresse au point de vue des chercheurs en mathématiques numériques souvent à l'interface entre théorie et applications.

Le contenu de chaque partie est divisé en autant de petits textes. Des textes qui sont pour la plupart des synthèses de fiches reçues par l'ARP MathsInTerre. Ces fiches sont disponibles dans leur intégralité en annexe à ce rapport. Nous avons choisi de les rendre accessibles car elles peuvent intéresser un spécialiste.

# I. MATHÉMATIQUES DU MONDE RÉEL

Nous nous intéressons ici à l'utilisation des modèles comme outil de résolution d'un problème environnemental.

Plus qu'un simple « utilisateur », le chercheur est obligé de conceptualiser son problème, choisir les modèles adéquats, fixer les paramètres, régler les interactions entre processus, valider les résultats, utiliser les données et les expériences pour confronter ou alimenter les simulations.

Pour perfectionner les modèles, améliorer les connaissances et gérer les risques d'erreurs, il lui est nécessaire de connaître les limites d'un modèle et d'en maîtriser sa validité.

Pourtant, depuis quelques décennies, ces différentes questions posées par la modélisation sont souvent sans réponse car les modèles sont devenus « trop » complexes. De plus, les chercheurs en sciences environnementales ne pensent pas en termes de modèles mais de systèmes complexes. Ces systèmes regroupent souvent un ensemble de modèles divers et variés et s'intéressent à la représentation optimale de phénomènes. Leur analyse et développement relèvent de nombreux défis mathématiques.

Ce chapitre est l'occasion d'en présenter quelques-uns que nous avons regroupés sous trois thèmes différents : aide à la compréhension théorique, aide à la compréhension de systèmes complexes et aide à la décision. Les trois sont intimement liés et chaque approche est nécessaire.

## Sommaire sous-section

1. Pour comprendre grâce à l'analyse de processus théoriques 11
2. Pour comprendre : observation et simulation de phénomènes non aisément reproductibles en laboratoires 20
3. Pour agir 30

# 1. Pour comprendre grâce à l'analyse de processus théoriques

Cette section regroupe les sujets de recherche fondamentale « non mathématicienne ». Vous trouverez ici les enjeux environnementaux et les besoins en mathématiques de :

- *Écologie théorique* 
- *Turbulence et paramétrisation géophysique* 
- *Approche micro-macro* 
- *Analyse de données massives* 
- *Géomorphologie théorique*  
- *Morphogenèse et croissance des plantes.* 

Les textes originaux sont disponibles, dans leur intégralité, en annexe D :

- *Écologie théorique, Michel Loreau*
- *Ondes internes dans les fluides géophysiques, Equipe Meige -LEGI, Grenoble (Chantal Staquet, Joël Sommeria, Bruno Voisin, Jan-Bert Flor), Patrice Klein*
- *Approche micro-macro, Lyderic Bocquet*
- *Forme et croissance, Stéphane Douady*
- *Analyse de très grands ensemble de données satellites, Bertrand Chapron*
- *Géomorphologie théorique, Philippe Martin, Laurent Nottale*
- *Développement des Plantes, Arezki Boudaoud*

## Point de vue d'un théoricien « non mathématicien »

Tout d'abord, il convient de noter les différences de points de vue entre un physicien et un mathématicien. Pour un physicien, peu importe le chemin, l'important est la question. Être créatif, c'est poser une bonne question. En mathématiques, le chemin est le plus important.

Face à un problème, le physicien va donc chercher à répondre à la question. La réponse ne nécessitera pas forcément l'aide des mathématiciens. Mais parfois, sur certains problèmes, il y a un besoin de mathématiques.

Un physicien travaille sur une réalité. Il construit des modèles phénoménologiques qui cherchent l'effet principal d'une cause. Il décrit une équation de la forme la plus simple, sans chercher à tout représenter, à être précis. Une loi linéaire, ou au plus un exposant d'ordre deux, ce sont les éléments avec lesquels il travaille. Cette simplification peut surprendre, mais un modèle simple a l'avantage de s'appliquer à beaucoup de cas. Et puis, par exemple, dans les études sur la turbulence les données se multiplient avec les simulations numériques sans que l'on sache forcément quoi en faire. Plus de données, des modèles plus compliqués, tout ça ne permet pas forcément de comprendre. Et même si dans certains cas, nos modèles peuvent être utilisés pour la prédiction (par ex., pour la prédiction de l'avancée des dunes), l'objectif des théoriciens est avant tout de comprendre.

La bonne question à se poser est : quel est le but du modèle ? . Ensuite, ce modèle est simplifié pour voir jusqu'à quel point il reste valide. De la même façon, si les modèles nécessitent trop de calculs, c'est que le problème n'a pas été assez simplifié.

## a. Écologie théorique



### **Enjeux environnementaux**

L'écologie théorique utilise des techniques mathématiques et numériques pour l'analyse des écosystèmes écologiques. Dynamique de population, stabilité, effet des changements de biodiversité sur un écosystème et impact sur la société sont des exemples de recherche menée pour améliorer la compréhension de l'écologie.

### **Besoins mathématiques**

Le plus grand défi du point de vue utilisateur semble être d'assurer la communication des connaissances mathématiques récentes ou en voie de développement à un public scientifique utilisateur dans d'autres domaines. Les écologues apprennent régulièrement l'existence de nouvelles techniques ou approches mathématiques utilisables en écologie, mais c'est un peu au hasard des rencontres ou des lectures, souvent avec des années de retard. Le renforcement de moyens de communication entre les disciplines est donc important.

Un domaine particulier dans lequel ce besoin se manifeste est celui des statistiques. Il ne s'agit pas tant du développement de nouveaux outils que du développement de nouvelles approches qui ouvrent de nouvelles perspectives. Un exemple est donné par l'explosion actuelle des statistiques bayésiennes en écologie, pour lesquelles il n'y a pas de formation en tant que chercheurs en poste et que les étudiants doivent donc découvrir sur le tas. Un autre exemple du même type est le développement des « structural equation models » et autres approches qui prétendent dévoiler des causalités dans l'analyse de données. Un troisième exemple est la théorie de la viabilité, qui offre un cadre différent pour aborder la dynamique des systèmes biologiques. Il convient d'ajouter à cette liste la théorie de la décision permettant de répondre à des questions telles que l'allocation optimale d'un budget pour gérer des espèces ?.

D'autres domaines en voie de développement en écologie requièrent probablement de nouveaux développements mathématiques :

- Ecologie spatiale (en pleine explosion depuis une vingtaine d'années) : représentation explicite des interactions localisées entre individus dans la dynamique des populations et des écosystèmes, nouvelles approches permettant de réaliser des approximations de ces interactions localisées à grande échelle.
- Interactions entre échelles de temps : les systèmes écologiques se caractérisent par une imbrication d'échelles de temps multiples. Les approches traditionnelles supposent une séparation des échelles de temps mais cette simplification pose des problèmes de plus en plus manifestes lorsque les échelles de temps se rapprochent. C'est notamment le cas dans la dynamique éco-évolutive (qui mêle dynamique écologique et évolution) et dans les prédictions des effets écologiques des changements globaux, dont la vitesse est en train de changer.
- Théories des graphes et des réseaux : ces théories sont de plus en plus utilisées en écologie pour l'analyse des réseaux d'interactions entre espèces (réseaux trophiques, mutualistes, spatiaux...) mais les

résultats qu'elles ont permis d'obtenir jusqu'à présent restent assez superficiels. De nouvelles approches et de nouveaux outils sont sans doute nécessaires.



## b. Turbulence et paramétrisation

### **Enjeux environnementaux**

La turbulence en géophysique apparaît dans l'étude de la dynamique des fluides dans l'océan et l'atmosphère, aux frontières ou à l'intérieur du milieu fluide. Ces fluides sont hétérogènes en densité et sont soumis à la force de Coriolis. Les processus physiques étudiés concernent par exemple l'émission d'ondes internes dans l'océan par le passage de la marée sur la topographie sous-marine, les instabilités de couche limite avec et sans rotation ou la dynamique des fronts qui sont associés à de forts gradients horizontaux de densité ou de vitesse dans l'atmosphère ou l'océan.

Les applications de ces phénomènes sont variées : comprendre la formation des cyclones ou les instabilités du Gulf Stream, déterminer la circulation atmosphérique au sein d'une vallée alpine et le transport de polluant associé ou estimer le mélange au fond de l'océan dans le contexte de la circulation thermohaline.

### **Besoins mathématiques**

Les enjeux pour lesquels les mathématiques ont un rôle à jouer sont difficiles à préciser par les géophysiciens qui n'ont pas toujours une idée claire de ce que les mathématiciens peuvent apporter. La réponse à cette question passe par la définition d'une stratégie pour que les deux communautés se rencontrent.

Pourtant, quelques problèmes difficiles à résoudre peuvent être cités. Ils contiennent une importante composante théorique.

- Toutes les modélisations numériques concernent une trop grande gamme d'échelles de mouvement pour que celles-ci soient toutes résolues. Se pose donc la question, maintenant classique, de la modélisation des plus petites échelles (car les transferts d'énergie se font des grandes vers les petites échelles). En pratique, il s'agit de représenter l'effet de ces petites échelles sur les grandes par un modèle appelé "paramétrisation sous-maille". Le développement de telles paramétrisations requiert une très bonne connaissance physique du problème mais des considérations mathématiques peuvent être utiles (filtrage, développements multi-échelles).
- Les calculs numériques menés sont très longs, parfois plusieurs centaines de milliers d'itérations et des questions d'ordre numérique se posent : les lois de conservation sont-elles effectivement respectées? quelle est la précision du modèle sur le long terme et sa capacité à reproduire la statistique du système ?

De nombreux problèmes impliquent des ondes, comme l'illustrent les exemples ci-dessous :

- Lorsque l'écoulement est faiblement non linéaire coexistent le plus souvent des ondes de gravité se propageant au sein d'un écoulement turbulent. Ondes et turbulence ont des propriétés très différentes et la séparation de ces deux mouvements, dans le cadre d'équations prognostiques pour chacun de ces mouvements, est un problème ouvert.
- Lorsque la turbulence est à grande échelle, ce problème rejoint celui de la séparation entre modes lents géostrophiques et modes rapides d'ondes.
- La modélisation de la turbulence d'ondes, qui résulte de l'interaction faiblement non linéaire entre ondes, est également un problème difficile qui peut être traité par développements asymptotiques.

- Modéliser l'interaction entre les ondes de Rossby et les ondes internes est nécessaire pour mieux comprendre, par exemple, la formation et la trajectoire des cyclones. Une approche asymptotique a été démarrée mais le projet a été temporairement abandonné pour sa trop grande complexité.

### Stratégie de rapprochement des communautés

Des rencontres régionales ou nationales d'une journée ne sont pas appropriées car insuffisantes pour cela. Il est en effet nécessaire de pouvoir itérer aisément avec un collègue mathématicien pour mieux comprendre le langage, les questions posées ou la méthode utilisée. Ce n'est qu'ensuite que la collaboration peut avoir lieu. Les rencontres doivent donc être locales, au sein d'une même université, régulières (mensuelles par exemple), la proximité géographique permettant de poursuivre la discussion en dehors de ces réunions.

Les relations entre mathématiciens et physiciens (et aussi biologistes) sont d'une toute autre nature (et donc bien plus interactive et fructueuse) que ce soit aux US (par exemple au Courant Institute à New-York) et en Angleterre (Université d'Edimbourg partie exemple).

### c. Approche micro-macro



#### Enjeux environnementaux

Des liens intéressants entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique apparaissent dans de nombreuses applications liées à l'environnement ou plus généralement au monde qui nous entoure.

Les énergies renouvelables, la prévention des risques d'avalanches ou de glissements de terrain, et les mouvement de foule peuvent bénéficier de la recherche sur les approches micro-macro. Par exemple, la nano-physique a permis d'améliorer le rendement de l'énergie osmotique qui est maintenant une potentielle alternative aux énergies non-renouvelables.

Plus généralement, les domaines d'intérêt sont l'énergie osmotique, l'énergie photovoltaïque organique, les écoulement de milieux granulaires, les écoulements de plasticité, le comportement d'interface entre un fluide et une surface.

#### Besoins mathématiques

Sur les **problèmes d'énergie osmotique**, y a-t'il un besoin de mathématiques ?

L'énergie osmotique est créée par une différence de salinité. Il faut installer, à l'embouchure des fleuves, une membrane spéciale permettant le passage de l'eau douce mais non de l'eau salée. Les molécules d'eau douce sont alors attirées par effet d'osmose vers l'eau salée et traversent la membrane. La surpression induite par le mélange est utilisée pour créer de l'énergie. Cette technologie souffre d'un rendement peu intéressant et de la difficulté de réalisation de la membrane. La nano-physique a permis de créer un dispositif améliorant le rendement en augmentant la diffusion du mélange et en transformant la membrane en source directe d'énergie électrique. Mais les problèmes principaux actuels sont d'ordre technologiques. La rigueur des mathématiques n'apparaît pas nécessaire pour l'instant. À l'inverse **des problèmes d'optimisation de réseaux avec les « smart-grids »**, où là les besoins mathématiques sont importants.

D'autres domaines font intervenir les mathématiques de manière plus marquée.

Les **écoulements des milieux granulaires**, par exemple, peuvent être modélisés par un ensemble d'entités en interaction les unes avec les autres.

Les milieux granulaires forment une famille extrêmement vaste, dont les échelles de taille peuvent s'étendre sur plusieurs ordres de grandeur, avec des grains de forme et de matière variées, le tout baignant dans un liquide ou situé à l'air libre. Pourtant, malgré ces différences, il émerge de ces milieux un certain nombre de propriétés communes fondamentales qui justifient leur regroupement au sein d'un même classe de matériaux (désordre des contacts et des forces, existence d'une friction macroscopique, phénomènes de ségrégation ...).

Cela rejoint les mouvements de foule où là aussi, les problématiques micro-macro sont importantes. La difficulté est que ces problèmes ne peuvent pas être traités par la physique statistique classique, car ils ne vérifient pas le second principe d'entropie. Les mathématiques ont beaucoup contribué à la physique statistique et il est évident qu'il y a, dans ces nouvelles thématiques, un grand besoin de nouveaux théorèmes et de nouveaux modèles. Des approches proposant de généraliser le second principe ont été proposées dans le cas de milieux granulaires (le modèle Keller-Segel étudié entre autre par Vincent Calvez, les travaux de Gallavotti et Cohen, ceux de Jardenzski). Le lien n'est pas direct avec les mouvements de foule, mais il est à construire.

L'étude des écoulements granulaires (avalanche, avancée du désert) a des enjeux environnementaux plus marqués dans les pays désertiques, telle que la Chine qui doit faire face à une disparition des plantes dans les zones semi-désertiques. L'interaction entre le vent et la forme des dunes permet, à l'aide de problèmes inverses, d'obtenir des informations sur les champs de vitesse des vents rien qu'en observant la surface des dunes. Cela est utile en planétologie, pour mieux comprendre ce qui se passe sur une planète lointaine.

Mais les techniques utilisées à l'heure actuelle sont sommaire, il y a peut-être quelque chose à faire avec les mathématiques pour lier les formes des dunes visibles et les données de vents reçues par satellites.

Les approches micro-macro apparaissent dans l'étude des écoulement de fluides complexes en général, c'est à dire, les gels (dentifrice) et les milieux granulaires. Ce sont des **fluides à seuil** qui ont un comportement très proche des milieux vitreux considérés plus « nobles » par les physiciens. Au niveau microscopique, ce sont des grains, qui sont au repos « gelés » mais de façon désordonnée. Dans ces thématiques, Thierry Colin et Didier Bresch peuvent aider à définir les défis mathématiques.

Les écoulements de plasticité font aussi appel à l'équation de Boltzmann et à une approche micro-macro. Des modèles en éléments finis ont été développés pour décrire ces écoulements associés à l'usure non réversible. Les mathématiques seraient utiles pour analyser les équations de ces nouveaux modèles.

Toujours dans les approches micro-macro, le **comportement d'un fluide avec une surface** peut être intrigant. Si une bille est lâchée sur un plan d'eau, le comportement de l'eau va varier selon la nature de la surface de la bille (hydrophile ou hydrophobe). Un détail microscopique de la bille peut modifier l'écoulement jusqu'à une échelle macroscopique. Après des travaux expérimentaux, un modèle physique a été proposé et il y a un problème de singularité où il peut être intéressant d'échanger avec les mathématiciens.

Cet exemple illustre la démarche d'un physicien qui va chercher à valider son modèle, ou plutôt à le confronter à la réalité et à trouver dans quels cas il n'est plus valable, pour mieux comprendre les mécanismes en jeu, alors que le mathématicien ne travaille pas de manière empirique et va plutôt chercher à augmenter le potentiel d'un modèle, à analyser son comportement de façon abstraite.

### **Sur le travail multi-disciplinaire maths-physique**

En France, il n'y a pas de dialogue, pas d'interface entre ces deux disciplines. Il y a un problème de contacts : qu'est ce qu'un problème mathématique ? qu'est-ce qu'une conférence en mathématique ?

Il y a un vrai souci de manque de connaissance du milieu. Si nous ne savons pas ce que les mathématiciens font, et ce qui les intéressent, comment leur présenter notre travail ?

Cela peut être amélioré par l'organisation de séminaires en commun. Ce que fait l'IHP est très bien, mais elle est focalisée sur les interactions physique-mathématique au sens de Poincaré. Il manque un lien entre les mathématiques et la physique, qui soit tourné vers des applications moins nobles, plus concrètes.

Lorsque nous participons à quelques GdR de mathématiques, nous réalisons que les problématiques des mathématiciens sont parfois naïves, n'ont pas d'intérêt en physique, ne sont pas d'actualité. Réciproquement, les problèmes de physique où les mathématiques apparaissent sont peut être naïfs ou déjà faits...

Aux Etats-Unis, il y a plus d'enthousiasme et de curiosités entre les disciplines. Rien que le fait de discuter crée des idées mais cela demande des efforts et un non conservatisme. En France, la déconnexion entre les mondes n'aide pas au mélange et aux interactions.



#### d. Analyse de très grands ensembles de données satellites

Les données sont de plus en plus nombreuses, provenant des modèles, des observations in-situ, mais surtout des satellites. Tous les jours, nous avons accès à 300 Go de données satellites supplémentaires. Des données qu'il faut pouvoir analyser pour en tirer une information pertinente d'où une utilisation grandissante de méthodes de fouille de données. De nombreuses autres méthodes sont intéressantes. Elles font appel à d'autres thèmes mathématiques, telles que l'assimilation de données image, l'interpolation des données manquantes, l'analyse géométrique.

#### **Enjeux environnementaux**

La possibilité d'avoir accès à autant de données est avant tout une prouesse technique, un défi technologique. Pourtant, à l'aide ces observations, l'espoir est de pouvoir résoudre des questions scientifiques majeures. Notamment, les données permettent d'observer des phénomènes à de très petites échelles (de l'ordre de 5km) et des phénomènes non linéaires qui ne sont pas résolus par les modèles. C'est le cas notamment des processus d'échanges entre océan et atmosphère que l'on observe au niveau des déferlantes grâce aux technologies « Glitter ». Ces phénomènes ont un impact important sur le climat global. C'est en effet là que les échanges gazeux ont lieu, c'est là que le carbone est « piégé » dans l'océan. C'est aussi là que l'énergie de l'océan est transmise aux cyclones.

#### **Besoins mathématiques**

Ces nouvelles données permettent de se poser des questions dont la réponse étaient jusqu'à maintenant inaccessibles. Mais pour tirer profit de ces données, il faut construire de nombreux outils mathématiques dont quelques exemples sont cités ci-dessous :

- L'analyse de données passe par le développement de méthodes d'assimilation d'images, avec par exemple pour défi, la gestion des données manquantes tels que les nuages. Sur ce point spécifique, des travaux sur l'interpolation optimale dynamique sont nécessaires. Le traitement d'image devient également une part importante de l'analyse de données, des travaux récents sur le traitement des données lagrangiennes par exposant de Lyapunov sont en cours avec l'équipe INRIA d'Etienne Mesmin, à Rennes.
- L'assimilation de données doit aussi pouvoir prendre en compte la multi-résolution, notamment pour intégrer des observations à haute résolution dans des modèles à plus basse résolution.
- Se dessine également le développement de nouveaux outils d'analyse géométrique basés sur les contours dynamiques, ou sur les iso-lignes. Ces analyses nécessitent le développement de plus d'interactions avec la géométrie, avec le besoin de méthodes de géométrie aléatoire des contours et la

nécessité de pouvoir gérer le conditionnement de la géométrie haute résolution par un champ à basse résolution.

- Enfin, la multiplication des données et leur mutualisation permettent d'avoir des jeux de données pluridisciplinaires accessibles et ouvertes, ce qui encourage la mise en place de scénarios de tests et de validations de différents modèles.

Au delà de ces questions très scientifiques, se pose une question d'ordre technique. Comment archiver toutes ces données ? Deux niveaux d'archivage seraient judicieux. Un premier niveau, pratique, où les données seraient décomposées et réduites selon le mode d'analyse jugé pertinent à l'heure actuelle. Et un autre niveau, vision au long terme, dans lequel toutes les données seraient mémorisées. La compréhension des phénomènes étant sans cesse en progression, certaines données se révéleraient précieuses dans le futur.



## e. Géomorphologie théorique

### **Enjeux environnementaux**

La modélisation en géomorphologie ouvre des perspectives en gestion des territoires. En géomorphologie, les formes peuvent être abordées soit comme le résultat de dynamiques (de façon historique) soit comme des configurations spatiales (de façon géométrique). Dans ce dernier cas il s'agit de décrire les lois d'échelle qui permettent de caractériser les reliefs. Cette caractérisation peut être faite à partir d'une étude du réseau de drainage, des talwegs, et à partir des courbes de niveau. Modéliser géométriquement les morphologies permettraient de rendre compte des configurations qui jouent un rôle d'attracteurs dans les dynamiques. Aussi, pour les bassins versants fluviaux, il serait intéressant de regarder quelle est la part de la morphologie au sens stricte (des formes) dans la production des crues, en particulier, des crues très rapides de climat méditerranéen.

Tout ceci demande à être développé théoriquement, par des "expériences" (des ajustements multiples de lois) et par le développement d'outils (logiciels) qui rendraient l'application de ces approches bien plus aisées.

### **Besoins mathématiques**

Les « bonnes » lois d'échelle des reliefs doivent intégrer des transitions entre des portions de leur gamme scalaire qui peuvent être différemment invariantes d'échelle (multi-fractalité), mais aussi des variations entre des portions de gammes scalaires indépendantes d'échelle et dépendantes d'échelle (très localement un relief sera sub euclidien alors que globalement il sera très fortement fractal). Or il se trouve que c'est ce que la relativité d'échelle formalise. Un outil permettant de modéliser les reliefs est disponible, mais cela nécessite de transférer des conceptions qui ont été pensées pour l'astrophysique et la physique quantique à un domaine comme la géographie.

En retour ce domaine fournit, sur une gamme scalaire circum anthropique (entre  $10^{-4}$  m et  $10^{+8}$  m), des objets tests qui permettent d'éprouver la théorie, et, les premiers travaux le montrent, d'envisager des situations que la théorie n'avait pas encore expressément formalisées. Toutefois, tout ceci nécessite de penser des dimensions fractales scalairement locales, ce qui fait toujours débat et nécessite certainement des explications et des réflexions complémentaires, en particulier d'ordre mathématique. Cette modélisation fractale relativiste nécessite donc un transfert entre des sciences formelles et une discipline des SHS.

## f. Morphogenèse et croissance des plantes



### Enjeux environnementaux

La matière observée dans l'environnement peut se comporter de façon organisée et structurée, créant des formes remarquables. Matière minérale ou végétale, les questions sont les mêmes : Pourquoi et comment certaines formes apparaissent ? Comment relier une forme à une fonction et à une physiologie ? Comment relier le comportement cellulaire ou granulaire à un changement de forme macroscopique ?

Ces questions, mélangeant physique statistique, mécanique, rhéologie, biologie, et mathématiques; observations, expériences, et modèles; participent de plusieurs façons aux thématiques des changements environnementaux.

La formation des dunes, le mouvement des avalanches, la croissance d'une feuille, d'un poumon ou encore d'une ville sont des sujets en apparence très éloignés. Pourtant, partout, cette même question apparaît : « quelles sont les contraintes externes qui influent sur la forme et la croissance ? ». À partir de là, il s'agit de construire un modèle phénoménologique qui décrit les composantes principales des mécanismes, mêlant mécanique, physique et mathématiques.

En ce qui concerne la morphogenèse des plantes, la phase de plasticité est intéressante, il s'agit du moment où les matières ne sont pas encore figées. Les contraintes externes ont alors une importance considérable dans la forme de la plante. L'influence génétique est presque moins importante parfois. Les modèles élaborés fonctionnent également avec des arbres.

Les plantes sont, en effet, des organismes plus complexes qu'il n'y paraît. Leur forme et leur comportement sont en effet intrinsèquement liés à l'environnement et aux contraintes extérieures. Les études suivantes ont tout particulièrement des enjeux importants dans le contexte actuel du changement climatique :

- L'influence de l'environnement extérieur :
  - ▶ L'architecture et/ou la forme des organes de la plante se modifient au cours de sa vie. Par exemple, les feuilles des plantes aquatiques hétérophylles (<http://fr.wikipedia.org/wiki/Hétérophyllie>) n'ont pas la même forme selon si elles sont immergées ou non. Les plantes peuvent être sujettes au phototropisme (capacité des plantes à s'orienter par rapport à la lumière) ou au thigmotropisme (qui répond à une stimulation tactile), comme les arbres exposés au vent qui sont plus rabougris.
  - ▶ La sélection des individus par la dispersion des graines et leur adaptation aux conditions locales au lieu de germination expliquent le déplacement observé des zones de répartition géographique des espèces en France au cours du siècle dernier, sans changement génétique ou épigénétique.
- Mieux comprendre comment et pourquoi sont sélectionnés les individus les plus adaptés :
  - ▶ Ces questions sont fortement liées à la productivité agricole : la sélection variétale a joué sur les architectures et les formes. Il faudra adapter les espèces cultivées aux nouvelles conditions - en particulier au manque d'eau. Un exemple canonique du cheminement inverse est le maïs : issu de la domestication de la téosinte, la sélection a augmenté le rendement en grain en jouant sur sa forme et son architecture mais a perdu sur les ressources en eau nécessaires.

### Besoins mathématiques

Les défis ou besoins mathématiques sont différents selon la thématique. De manière générale, il s'agit de s'intéresser à :

- l'inférence de modèles (ou problèmes inverses) à partir de jeux de données réduits,
- l'hétérogénéité des modèles (discrets et continus),

- la modélisation multi-échelles,
- et la description quantitative des formes : alors que l'architecture est facile à décrire avec des concepts topologiques, il n'y a pas à notre connaissance de formalisme permettant de décrire ou quantifier les formes (voir l'exemple des feuilles sur le site <http://www.snv.jussieu.fr/bmedia/arbres/i-feuilles.htm>)

L'inférence de modèle, ou l'estimation de paramètres, est une activité essentielle des modélisateurs. Les images - l'observation - sont déjà un outil très utilisé mais les biologistes évoluent vers plus de quantification. Les besoins en développement de méthodes d'analyse d'images sont importants, notamment pour pouvoir formaliser des quantités d'intérêt, telles que les propriétés de mécanique interne des plantes, pour comprendre les processus de formation d'organes ou pour identifier les territoires cellulaires reliés à la régulation génétique du fonctionnement.

Cela nécessite beaucoup de méthodes statistiques telles que des méthodes d'analyse spatio-temporelle de clustering de cellules à partir de données morphologiques (forme, croissance, proximité topologique) mais aussi des méthodes d'optimisation. Dans tous les cas, les besoins de formalisation sont importants pour, par exemple, identifier des paramètres intervenant à des échelles non observées.

Analyser les données et construire un modèle sont deux étapes non indépendantes. Les modèles peuvent permettre de comprendre les phénomènes observés, les observations valident les modèles. C'est pourquoi modéliser la morphogenèse est aussi un enjeu majeur de notre équipe. Des modèles visco-élastico-plastiques sont utilisés, qui prennent en compte les changements de volumes. En effet, la pression interne des cellules agit comme un champ de force sur les parois « rigides » et provoquent un étirement des cellules. Avec ces méthodes, la croissance d'une cellule de levure peut être mieux comprise. De nombreuses questions sont encore sans réponses : pourquoi les feuilles sont-elles planes ? Il manque des connaissances sur les mécanismes de régulation pour pouvoir construire un modèle. Cependant, les EDPs utilisées sont déjà très complexes, les lois constitutives ne sont pas encore très claires et le comportement visco-élasto-plastique couplé à des problèmes de géométrie euclidienne n'est pas encore étudié mathématiquement. De plus, le passage à l'échelle, c'est à dire à un ensemble de cellules, reste un problème ouvert.

Dans les différents modèles mis en place, le passage au continu reste à faire, avec pour perspective la modélisation à l'échelle de la forêt. Mais cela pose des questions d'homogénéisation, de passage d'un modèle de l'échelle cellulaire à un modèle continu auxquelles les mathématiciens pourraient apporter leur aide.

Les problèmes mathématiques sont aussi d'ordre géométrique, à fort lien avec l'origami (art du pliage du papier) ou le kirigami (art de la découpe du papier) et avec la géométrie différentielle.

Dans les problèmes d'empaquetage géométrique, on peut citer l'étude de l'ensemble des solutions possibles, des formes possibles, sous la contrainte d'un champ de croissance. Avec un champ de croissance donné, et en partant d'une forme de plante, comment se modifie la plante ? Il y a des exemples de cas encore non compris : la croissance non homogène d'une feuille plate, par exemple.

De manière plus générale, les mathématiques sont utiles pour leur formalisme : poser une problème, trouver quelles sont les contraintes fortes, se fixer un modèle simple.

## **Le travail pluridisciplinaire**

L'ENS est assez aventureux et héberge le laboratoire Joliot-Curie, hôtel à projet pluridisciplinaire tourné vers les sciences du vivant. Il est difficile d'avoir un recul sur le recrutement des étudiants qui sont passés par ses

équipes. Une stratégie employée est de faire en sorte que l'étudiant reste le plus possible dans le département d'origine, les gens un peu trop interdisciplinaires sont difficiles à évaluer.

Il y a une réelle différence entre le discours de l'ANR et du CNRS et ce qui est fait en pratique. Les commissions interdisciplinaires sont peu nombreuses, et favorisent les personnes déjà reconnues, les sujets déjà traités.

De plus, en temps de crise, les disciplines se replient sur elles-mêmes. Il manque d'une structure qui soutienne la pluridisciplinarité.

À l'étranger, notamment dans les pays anglo-saxons, plusieurs affiliations « doubles » existent. Comment savoir si c'est une meilleure solution ? Dans tous les cas, pour un travail approfondi dans des thématiques pluridisciplinaires, il faut mettre les différents acteurs ensemble physiquement et être patients.

Plus spécifiquement, la physique théorique a du mal à trouver sa place. En effet, c'est la prouesse technique qui est valorisée. La science se développe et se complexifie, il est difficile de comprendre, et de juger le travail des autres. Les modèles très simples sont jugés négativement pour leur simplicité. Il est arrivé qu'un rapporteur écrive « soit c'est vrai, et ça a déjà été fait; soit c'est faux ».

Dans un monde où la valeur d'une mesure est proportionnelle au coût qu'elle a coûté, les physiciens théoriciens ont un problème de visibilité et de lisibilité. Leur approche n'est pas la seule possible, mais toutes les approches doivent avoir leur place.

## 2. Pour comprendre : observation et simulation de phénomènes non aisément reproductibles en laboratoires

De nombreuses études nécessitent de modéliser et d'observer des phénomènes non reproductibles en laboratoire :

- Climat océan et atmosphère 
- Évolution des écosystèmes 
- Modélisation du cycle de l'eau, hydrologie opérationnelle  
- Dynamique et résilience des territoires naturels et sociaux  
- Sociologie des réseaux 
- Economie 

Deux thèmes transversaux englobent ces études :

- Systèmes complexes   

- Changements environnementaux planétaires 

Mais les mathématiques apparaissent aussi de façon récurrente :

**Coupler différents processus** : Faut-il coupler des modèles entre eux, chaque modèle étant spécifiquement adapté à un processus, ou bien penser le problème dans sa globalité quitte à avoir un modèle plus « grossier » ?

**Prendre en compte l'hétérogénéité** que ce soit l'hétérogénéité des agents dans les modèles économiques, les différentes échelles de temps et d'espace des dynamiques sociales, de la chimie et physique dans les modèles climatiques ? L'hétérogénéité spatiale n'est pas en reste avec des besoins en raffinement de maillage, et couplage de modèles locaux/globaux.

**Valider et maîtriser les modèles** avec pour finalité un développement d'outils de diagnostics ou d'indicateurs d'erreurs à posteriori, de calibration de modèles, d'estimation d'incertitudes, d'analyse de sensibilité, d'analyse de viabilité et de résilience des modèles.

Les textes originaux sont disponibles, dans leur intégralité, en annexe D :

- Climat Océan et Atmosphère, *Jean-Louis Dufresne et Laurence Eymard*
- Mathematical modelling of atmospheric motions, *Prof. Dr. Rupert Klein*
- Évolution des écosystèmes, *Wilfried Thuiller*
- Modélisation du cycle de l'eau, hydrologie opérationnelle, *Georges-Marie Saulnier*
- Dynamique et résilience des territoires naturels et sociaux, *Institut des Systèmes Complexes en Normandie*
- Sociologie des réseaux, *Emmanuel Lazega*
- Interactions entre mathématiciens et économistes, *Adrien Blanchet, Université de Toulouse, GREMAQ - IAST - TSE*
- Imperfections de marchés : asymétrie d'information, comportement stratégique, contrats optimaux, *Jean-Paul Décamps, Toulouse School of Economics*
- Systèmes complexes, *Réseau National des Systèmes Complexes*
- Changements Environnementaux Planétaires, Synthèse de l'ARP CEP 2009

Le rapport Changements Environnementaux Planétaires, ARP CEP 2009 est disponible dans son intégralité, sur :

[http://www.nss-dialogues.fr/IMG/pdf/ARP-CEP\\_Document\\_final-2.pdf](http://www.nss-dialogues.fr/IMG/pdf/ARP-CEP_Document_final-2.pdf)

## a. Climat Océan / Atmosphère



### Enjeux environnementaux

L'étude des océans et de l'atmosphère est un domaine où les mathématiques sont ancrées depuis longtemps.

Cependant des questions comme la modélisation des événements violents fortement convectifs (orages, épisodes cévenols, ouragans) ou les changements d'états brutaux sont toujours des domaines de recherche actifs car elles font appels à de nouvelles théories mathématiques difficiles à développer.

D'autres questions sont plus récentes et s'intéressent à améliorer la compréhension du système global. Citons par exemple les enjeux de modélisation des interactions océan-atmosphère, la prise en compte de nombreuses espèces biochimiques dans les océans, la quantification de processus dont on ne sait presque

rien comme la formation des chenaux (ces fractures dans la glace ont un impact sur les échanges océan-atmosphère important) et le transport vertical qui peut être un phénomène sensible lors de la formation de cyclones dans le Pacifique-Ouest.

Enfin, les avancées technologiques ont augmenté l'apport en observations et en puissance de calcul. Des nouvelles techniques mathématiques et le développement d'autres modèles sont nécessaires pour utiliser au mieux ces nouvelles informations, et tirer le maximum de profit des ressources disponibles.

### Besoins mathématiques

Les défis mathématiques sont nombreux et peuvent être regroupés sous trois thèmes :

- Concevoir des nouveaux modèles pour :
  - ▶ Les phénomènes discontinus, ou presque discontinus (forts gradients, sauts brutaux, changements d'état brutaux, problèmes de seuil).
  - ▶ Les nouvelles grilles de calculs (atmosphère : icosaèdres, maillage non-structuré)
  - ▶ Les phénomènes hétérogènes, sous-maille (aérosols, convection et échange d'énergie, glace de mer)
- Maîtriser l'échange d'informations :
  - ▶ Résolution efficace de systèmes couplés de très grande dimension : océan/continent, océan/atmosphère, continent/atmosphère, glace/océan, biologie/physique : comment interpoler l'information entre différents processus aux échelles différentes ?
    - ▶ Comment gérer les différences d'échelles :
      - vertical/horizontal
      - temps caractéristiques différents selon les processus : comment conserver les flux, les grandeurs essentielles (énergie, masse, ...)
  - ▶ Entre échelles spatiales : raffinement de maillage, couplage de modèles locaux/globaux
- Valider et maîtriser les modèles :
  - ▶ Couplages de phénomènes, de composantes, de schémas numériques
  - ▶ Définitions et domaines de validité des modèles réduits
  - ▶ Traitement et analyse des observations : représentation, interprétation, incertitudes, statistiques des valeurs extrêmes.

## b. Évolution des écosystèmes



### Enjeux environnementaux

L'étude de l'évolution des écosystèmes se fait au travers de l'étude :

- de la dynamique des populations
- des dynamiques spatiaux-temporelles de diversité
- de l'évolution génétique des espèces aux contraintes physiques de l'environnement
- des interactions et des comportements entre différentes espèces : compétition entre animaux, interactions entre herbivores et plantes, compétition entre espèces végétales.

### Besoins mathématiques

- Les systèmes étudiés comportent beaucoup de rétroactions et d'interactions entre différents processus. Quelle est la meilleure approche pour étudier un système dans sa globalité ? :

- ▶ Coupler des modèles entre eux, chaque modèle étant spécifiquement adapté à un processus et bien analysé.
- ▶ Ou penser le problème dans sa globalité : créer un modèle qui simplifie certains processus mais résout le système dans sa globalité.
- ▶ Comment utiliser les approches de modélisation inversée (inverse modeling) pour calibrer des modèles complexes.
- Mieux estimer les nombreuses inconnues :
  - ▶ Les processus stochastiques
  - ▶ Les différents paramètres : utiliser des méthodes d'optimisation.
- Mieux connaître la propagation des erreurs d'analyse et des erreurs numériques, lors des interactions entre différents processus.
  - ▶ Notamment, les liens avec les numériciens sont à développer pour l'implémentation de codes efficaces.
- Coupler les modèles statistiques et stochastiques aux méthodes déterministes
- Contrôler la qualité des différents modèles utilisés dans les méthodes d'ensemble en climatologie.
- L'analyse mathématique est très développée mais reste concentrée sur des modèles très théoriques. Par exemple, en dynamique des populations, les modèles sont limités à l'interaction entre deux ou trois espèces seulement.
  - ▶ Cet exemple révèle un fossé couramment observé entre les besoins des applications en environnement et ce que peut la théorie mathématique.
  - ▶ Peut-être faut-il penser différemment, et construire un modèle en partant de l'enjeu, et non pas des modèles déjà existant ?
- La connexion avec les mathématiques est nécessaire. L'apport se fait par :
  - une vision différente d'un même problème
  - les connaissances d'autres modèles d'analyse, de traitement du signal, de la théorie des réseaux, ... qui peuvent être utiles à de nombreuses applications différentes.

### **Quelle est, selon vous, la meilleure façon de développer les interactions entre mathématiciens et utilisateurs des mathématiques ?**

Créer un groupe de travail n'est pas encore envisageable.

Le plus efficace reste les projets ANR qui sont plus ciblés. Par exemple, il serait intéressant de financer à hauteur de 100/150k€ un projet portant sur le questionnement d'un nouveau modèle.

Les projets ANR permettent également de privilégier les thèses et les post-docs comme liens entre deux disciplines, éventuellement en co-tutelle. Ce qui permet l'échange entre différentes visions sur un projet commun.

#### c. Modélisation du cycle de l'eau, hydrologie opérationnelle



##### **Enjeux environnementaux**

Les enjeux sont nombreux, par exemple en prévisions des crues rapides, pour éviter les catastrophes humaines telles que Vaison-la-Romaine en 1992 ou pour étudier l'impact du changement climatique sur la conciliation des usages de l'eau.

Les études portent sur la modélisation du cycle de l'eau et des crues rapides, et plus particulièrement sur :

- le couplage hydrologie/météorologie
- l'impact climatique sur les ressources en eaux
- l'hydrologie opérationnelle (prévision et alerte)
- l'instrumentation par vidéo numérique : hydrométrie, manteau neigeux
- l'approche couplée instrumentation/modélisation

L'équipe « Archives environnementales : rétro-observation & modélisation » de l'EDYTEM à Chambéry met également en place un « serious game » avec lequel les utilisateurs gèrent une collectivité territoriale et ses ressources en eaux. Ils décident de certains choix politiques et économiques et peuvent visualiser leurs impacts sur le milieu naturel et sur la satisfaction ou non des besoins en eau des différents usages socio-économiques.

Le « serious game » est en fait un modèle hydrologique, couplé avec la météorologie. Il est doté d'une interface différente selon les utilisations possibles :

- une gestion en temps réel pour les agences de l'eau
- un outil de prospective pour les collectivités et les mairies
- un outil pédagogique pour les écoles

Ce projet vise à proposer des interfaces simples à des modèles complexes à destination d'utilisateurs impliqués dans la gestion intégrée de la ressources en eaux, ou simplement intéressés par le sujet, mais qui n'ont pas nécessairement le background technique nécessaire pour utiliser des logiciels scientifiques pas toujours ergonomiques ...

### **Besoins mathématiques**

Il serait sûrement bénéfique d'approcher plusieurs enjeux essentiels avec l'abstraction et le formalisme mathématique, notamment :

- Comment contraindre un modèle avec peu d'observations ? Les problèmes réalistes sont sujets à des contraintes énormes, qui ont peut être plus d'impact que le modèle en soi. L'assimilation de données, l'analyse de sensibilité et la propagation d'incertitude sont des outils nécessaires mais encore difficile à mettre en place pour des hydrologues pas tous sensibles ou suffisamment formés aux mathématiques. Quelques questions parmi d'autres :
  - ▶ Faut-il compenser le coût de ces méthodes en utilisant des modèles plus simples ?
  - ▶ Vaut-il mieux un modèle complexe et précis mais difficile à contraindre ou un modèle simpliste mais bien contraint et dont on connaît les incertitudes ?
  - ▶ Peut-on mettre en place des méthodes d'analyse de sensibilité hybride déterministe/stochastique pour bénéficier des avantages des deux approches : sensibilité spatio-temporelle/calcul global ?
- Le modèle Navier-Stokes est intéressant théoriquement mais souvent impossible à utiliser en hydrologie. Pourquoi ne pas étudier des méthodes asymptotique ou utiliser d'autres méthodologies pour réduire le nombre de paramètres, et donc les approximations faites sur chacune de leurs valeurs ?
- Existe-t-il un formalisme, un moyen de coupler différents modèles et processus ? Le couplage peut annihiler les performances d'un modèle s'il est mal fait, pourtant nous avons peu de connaissances sur les couplages.
  - ▶ Comment ne pas risquer de créer un modèle au comportement non maîtrisé ?
  - ▶ Comment coupler des processus avec des maillages différents : mailles régulières en météorologie avec mailles irrégulières en hydrologie ?
  - ▶ Est-il possible de créer un « supra-modèle » qui intègre les couplages comme un processus ?
- Comment valider un modèle dont le comportement dépend fortement des signaux d'entrée ou des processus impliqués ? Lorsque l'hydrologie de surface n'a pas d'interaction avec l'hydrogéologie souterraine, il ne suffit pas de mettre quelques paramètres à zéro, c'est souvent toute la structure du modèle qu'il faut changer. Peut-on intégrer ces modifications brutales dans un modèle ?

## d. Dynamique et résilience des territoires systèmes naturels et sociaux



### Enjeux environnementaux

Par définition, le territoire est le lieu de rencontre de toutes les formes d'activités et de processus que l'interface société/environnement/culture génère. Il est soumis à des dynamiques environnementales, économiques et sociétales qui se conjuguent par l'intermédiaire de supports d'interaction aux topologies variées. L'objet d'étude est de comprendre comment les formes de l'interaction et les processus dynamiques opèrent les uns avec les autres. Une démarche de modélisation spatiale, organisationnelle et dynamique est nécessaire. L'objectif est de pouvoir comprendre si des processus de contrôle apparaissent « naturellement » ou encore émergent de cette conjugaison de systèmes interagissant. Il s'agit non seulement de comprendre les mécanismes d'auto-organisations sous-tendus aux topologies et aux dynamiques mais aussi de comprendre quels actionneurs peuvent être opérants pour agir sur ce système de systèmes afin d'orienter sa trajectoire globale qui elle-même émerge de la combinaison de processus locaux à différentes échelles d'interactions. Ces analyses s'opèrent par des études de couplage de dynamiques de systèmes ou encore de modèles et simulations multi-échelles de reconstructions phénoménologiques. Définir la résilience d'un territoire face à ses processus environnementaux et face à ses activités humaines nécessite ces approches et ces méthodes d'analyse et c'est précisément l'objectif de ce projet.

### Besoins mathématiques

- Étude des dynamiques naturelles ou sociales portées par des réseaux
- Analyse des mobilités par des données de téléphonie mobile / caractérisation de comportements / rythme et cycle de fonctionnement territorial
- Risques environnementaux et technologiques : vulnérabilité approchée par des analyses multi-échelles de réseaux
- Reconstruction phénoménologique par simulation / fonctionnement de réseaux

## e. Sociologie des réseaux



### Enjeux environnementaux

La sociologie des réseaux est l'analyse de réseaux sociaux et organisationnels pour la mesure et la compréhension des formes de « discipline sociale » qui caractérisent le comportement de collectifs. Par exemple, la manière dont les avocats d'affaires utilisent leurs réseaux de relations personnelles pour faire fonctionner leur cabinet, ou la manière dont les prêtres d'un diocèse utilisent leurs réseaux de relations personnelles pour faire fonctionner leur diocèse. Les écosystèmes étant en général fortement structurés en réseaux, cette approche peut être utilisée sur d'autres applications : par exemple pour comprendre la manière dont les agriculteurs d'un bassin versant utilisent (ou non) leurs relations pour gérer l'accès à leur nappe phréatique. Nous nous intéressons plus particulièrement ici aux processus qui aident les communautés et leurs membres à gérer les dilemmes de l'action collective : solidarités et exclusions, contrôle social et résolution de conflit, socialisations et apprentissages, régulations, etc.

### Besoins mathématiques

Sur le plan de la modélisation, un fossé existe aujourd'hui entre sociologues et mathématiciens. Seuls certains mathématiciens (Harrison White et ses élèves, Philippa Pattison, Tom Snijders, Stanley Wasserman, etc) ont fait l'effort de développer une statistique de réseaux (connue sous le nom de Social Network

Analysis). Les formalismes utilisés actuellement par les physiciens statisticiens et informaticiens, par exemple, sont peu utiles lorsqu'ils travaillent sur des données pauvres (sur les acteurs, les comportements, les relations) à grande échelle. Les données accessibles en sociologie sont à plus petite échelle et plus riches. Les nouveaux outils mathématiques devraient comprendre :

- Une théorie générale de ce qu'est un réseau au hasard, si cela a un sens.
- Des techniques d'analyse de la dynamique des réseaux et des comportements s'appuyant sur des modèles probabilistes de la co-évolution des structures, actions, résultats, etc ? construits sans les présupposés, faux et trop parcimonieux, de la théorie des jeux. En gros, développer l'approche initiée par Tom Snijders.
- Des techniques d'analyse des systèmes complexes superposant des réseaux (systèmes d'action collective) à des échelles différentes mais constituant tout de mêmes des systèmes d'action propre à chaque échelle.
- Des techniques d'analyse de la dynamique de ces réseaux multi-niveaux.

## f. Economie



### **Enjeux environnementaux**

La crise économique qui frappe les économies industrialisées depuis ces dernières années met en lumière les sérieuses lacunes de la communauté scientifique dans la compréhension des comportements humains. Ce revers de fortune n'a pas été prévu et laisse présager que même la période d'apparente prospérité qui a précédé la crise n'était pas réellement comprise.

Au plus fort de la crise, les décideurs ont souffert de ne pas trouver de modèles pertinents pour décrire un monde économique en profonde instabilité. Dans son discours d'ouverture à l'ECB Conférence à Francfort en 2010, le président de la BCE Jean-Claude Trichet fait ce même constat : « Macro models failed to predict the crisis and seemed incapable of explaining what was happening to the economy in a convincing manner. As a policy-maker during the crisis, I found the available models of limited help. In fact, I would go further : in the face of the crisis, we felt abandoned by conventional tools. [...] In this context, I would very much welcome inspiration from other disciplines : physics, engineering, psychology, biology. »

### **Besoins mathématiques**

- ▶ Théorie des jeux : Un nombre croissant de mathématiciens, de physiciens et d'informaticiens s'intéresse à la modélisation du comportement humain. La modélisation est parfois faite par des modèles multi-agents, des modèles d'écono-physique, ou plus généralement des méthodes de modélisation issues des sciences naturelles. Ces approches sont basées sur l'idée que, de façon similaire aux particules physiques, les agents suivent une règle comportementale. Les économistes n'ignorent pas cette littérature mais la rejette la plupart du temps. Ils considèrent, en effet, que les agents économiques sont des agents rationnels qui prennent des décisions en prenant en considération -de façon éventuellement asymétrique ou incomplète- les informations disponibles afin de déterminer le coût et le bénéfice qu'il y a à faire une action. Ainsi, au moins en micro-économie, une modélisation ne peut s'affranchir d'être décrite par une fonction de satisfaction qui prend en compte les coûts et les bénéfices à entreprendre une action. C'est pourquoi le langage qui semble s'être imposé dans la communauté des sciences économiques ces 20 dernières années est celui de la théorie des jeux. L'école mathématique française

est à la pointe sur les développements de la théorie des jeux. Les économistes qui reçoivent les prix Nobel d'économie sont régulièrement issus de cette communauté (ex Shapley "for the theory of stable allocations and the practice of market design" pour ne citer que le plus récent).

- ▶ Optimisation et calcul des variations : Historiquement, la programmation dynamique ou le transport optimal sont purement issus de préoccupations économiques et ont été récompensés par des prix Nobel d'économie (prix Nobel d'économie à Kantorovich "for their contributions to the theory of optimum allocation of resources."). La macroéconomie, et en particulier la théorie de l'équilibre générale, utilise déjà massivement le langage de l'optimisation. L'avènement du bigdata dans des domaines aussi variés que la finance, l'économie, la science politique, inaugure une nouvelle ère de développement conjoint en économie, finance, optimisation et apprentissage et les questionnement qui y sont liés vont demander des contributions importantes de l'optimisation. Le transport optimal a connu un essor considérable depuis le travail pionnier de Y. Brenier. Un retour vers les sciences économiques commence à se faire récemment.
- ▶ Statistique et économétrie : Il n'est pas contestable que la science économique ait fait un travail médiocre dans les prévisions économiques. Il est alors naturel de se poser la question de la validation des modèles économiques. La physique et les sciences naturelles ont dans ce domaine une expertise considérable. Englert, Brout, Higgs, Guralnik, Hagen et Kibble proposent un modèle en 1964 et la découverte du Boson dit de Higgs n'a que récemment validé pleinement et spectaculairement cette théorie près de 50 ans plus tard. En économie, la validation de modèles ne se fait pas sur sa capacité à prédire parce que ce n'est pas le but d'un modèle économique. La validation d'un modèle passe, marginalement par l'économie expérimentale, mais aussi par l'économétrie et les statistiques qui permettent de mettre en valeur dans les données passées un phénomène que la théorie économique produit.
- ▶ Mathématiques financières : Les mathématiques et surtout les mathématiques françaises jouent un rôle très influent en finance. Le texte de Jean-Paul Décamp en annexe aborde cette question.

## g. Systèmes Complexes



### Enjeux environnementaux

Les systèmes complexes impliquent des mathématiciens et des chercheurs d'autres domaines : sciences de la terre, sciences de la vie - tout particulièrement l'écologie -, sciences humaines et sociales, physique (physique théorique, physique statistique), informatique, avec pour objectifs communs :

- Modéliser des phénomènes à plusieurs niveaux d'échelles en prenant en compte des sources de données diverses (par la collecte de données ou la production de nouvelles données) et éventuellement massives – avec pour corollaire l'exploitation et le développement de méthodes de calibration et d'assimilation de données.
- En parallèle avec l'étude de modèles détaillés, développer l'exploration de modèles simples permettant de capturer certaines propriétés déterminantes, et susceptibles de mener à des innovations conceptuelles.
- En écologie ou en sciences sociales, les modèles (détaillés ou non) sont souvent des modèles à états discrets (modèles « individus-centrés » ou d'agents), mais ils peuvent être aussi des modèles mathématiques formulés en termes d'équations différentielles partielles. Il est donc important de développer l'analyse du rapport entre discret et continu (passage du discret au continu, pertinence de

chaque approche, approches mixtes).

- Améliorer les méthodes pour caractériser et modéliser des phénomènes stochastiques et non-stationnaires.
- Développer de nouvelles méthodes pour visualiser de grandes masses de données (issues de capteurs ou de résultats de modèles).

### **Besoins mathématiques**

- Caractériser des grands graphes d'interactions ainsi que des dynamiques de et sur ces graphes.
- Mieux définir les problèmes impliquant la décision individuelle et collective, faisant intervenir des objectifs changeants et parfois mal définis.
- Développer des méthodes mathématiques permettant de mieux définir et traiter la durabilité et la résilience.

### **Instruments**

Il est important que l'ANR ait toujours les moyens de financer des post-doctorants et des doctorants.

Il faut ouvrir l'appel à projet habituel à des réseaux de recherche ce qui permettrait un travail d'apprentissage de la collaboration entre mathématiciens et chercheurs d'autres disciplines, avec par exemple l'organisation d'écoles d'été pluridisciplinaires.

Enfin, il serait intéressant de favoriser des ensembles de projets proposant des développements interopérables et réutilisables, et des projets rendant leurs données accessibles à la communauté des chercheurs, afin d'améliorer la capitalisation des résultats.

## **h. Changements Environnementaux Planétaires**



### **Enjeux environnementaux**

L'Atelier « Changements environnementaux planétaires » (CEP) est un consortium d'experts issus de différents organismes publics ou privés menant des actions de recherche sur le changement global, réunis au cours de l'année 2009 afin de fournir à l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) les éléments lui permettant de proposer un programme de recherche sur cette thématique.

Le consortium a identifié 4 thèmes :

- Aménagement du territoire et utilisation des sols,
- Ecosystèmes, biodiversité et vulnérabilité du vivant (continental et marin),
- Ressources en eau, en sol et alimentation globale,
- Alternatives pour le développement économique et énergétique planétaire sous contraintes environnementales.

Le rapport de l'ARP CEP présente une vision à la fois multidisciplinaire, globalisante et systémique de chacun des thèmes.

Sont présentés ici les besoins de recherches liés aux mathématiques, extraits du rapport.

### **Besoins mathématiques**

De nombreux outils liés à la modélisation ont une importance en termes de prévisions et de projections, pour mieux comprendre les différents processus et leurs interactions et pour que les décideurs puissent s'appuyer sur une expertise scientifique.

Bien que ces outils soient déjà très développés et utilisés, une vision plus globale des écosystèmes bénéficierait d'améliorations, dont quelques exemples sont listés ci-dessous.

- Il est nécessaire de développer des prévisions de processus encore peu compris :
  - ▶ Hydrodynamique côtière : les côtes sont des milieux fragiles, interfaces entre la mer, la terre et l'air, qui subissent l'élévation du niveau de la mer, l'érosion, la sédimentation, ... Une meilleure connaissance de ce milieu est nécessaire également pour tirer profit de l'énergie de la marée ou des vagues.
  - ▶ L'usage des sols et l'état des ressources en eau sont encore difficilement prises en compte dans les prévisions, mais sont au centre des enjeux humains (santé, alimentation, énergie).
  - ▶ Les modèles de développement économique ont divers inconvénients :
    - L'analyse de leur contenu formel est difficile car les éléments constitutifs ne sont en général pas publiés, mais aussi parce qu'une distinction insuffisante est faite entre leur contenu formel d'un côté et les méthodes de résolution mathématiques et numériques employées de l'autre.
    - Les hétérogénéités éventuelles entre les critères de choix des différents agents sont difficiles à représenter. Ces limitations militent pour un développement de maquettes et de petits modèles conceptuels permettant de mieux maîtriser les dynamiques couplées de l'économie, du climat et de la technologie.
    - L'application de la transition vers la durabilité du développement humain va se décliner à toutes les échelles géographiques et de gouvernance, des grands blocs continentaux aux échelles locales. Les marges de manoeuvre et les implications à l'échelon des régions européennes apparaissent actuellement sous explorées. Ces échelles sont au mieux très mal prises en compte dans les modèles économiques et climatiques : un effort spécifique de modélisation semble nécessaire, en coordination avec l'important effort de modélisation à l'échelon européen déjà en cours. Par exemple, la mise en œuvre par un nombre croissant d'agglomérations de plans climats territoriaux devrait se traduire dans un futur très proche par l'émergence de nouveaux types de modèles, permettant en particulier d'étudier la dimension économique des stratégies d'adaptation et de mitigation à ces échelles géographiques.
- Beaucoup d'interactions entre processus manquent, et font intervenir des interactions entre différentes disciplines et différentes échelles de temps et d'espace :
  - ▶ Les dynamiques sociales, à différentes échelles de temps et d'espace doivent être associées aux modèles d'économie urbaine.
  - ▶ Les modèles écologiques à l'échelle globale mis en place par les climatologues doivent être comparés avec les modèles issus des études locales d'écologues.
  - ▶ Il manque de modèles liant l'usage agricole des sols avec l'économie.
  - ▶ Il faut s'intéresser aux problèmes de couplage à la surface entre végétation et climat, océan/atmosphère/biogéochimie/écosystème.
  - ▶ La gestion des différentes échelles de temps et d'espaces nécessite une expertise mathématique, notamment dans les modèles écologiques, ou d'écosystèmes.
- Un ensemble d'aide à l'utilisation des modèles est à développer, pour mieux les comparer, les évaluer, les paramétrer, et mieux les utiliser :
  - ▶ Des outils de diagnostic, des modèles pour identifier des « situations de crise », et les paramètres de contrôle seraient utiles à l'étude des régimes transitoires et du fonctionnement des écosystèmes non linéaires (identification des bifurcations).

- ▶ La définition de jeux de données et de protocoles standards permettraient de comparer de manière récurrente l'ensemble des modèles.
- ▶ Les approches couplant observation et modélisation constituent une démarche à privilégier, de même que l'assimilation de données pour initialiser et guider les trajectoires.
- ▶ L'estimation d'incertitudes est à développer. De même, qu'il est important de définir des jeux standard pour le « benchmarking » des modèles, il est nécessaire de définir un ensemble de forçages standard qui permettent de bien isoler les différents types d'incertitudes (épistémique et de forçage). Il paraît aussi important de bien estimer la sensibilité du modèle aux différents paramètres. Il paraît ensuite intéressant de développer des méthodes qui permettent d'associer des incertitudes aux paramètres d'entrée des modèles que l'on puisse ensuite propager pour estimer les incertitudes sur les variables de sortie.

Le rapport est disponible, dans son intégralité, sur :

[http://www.nss-dialogues.fr/IMG/pdf/ARP-CEP\\_Document\\_final-2.pdf](http://www.nss-dialogues.fr/IMG/pdf/ARP-CEP_Document_final-2.pdf)

### 3. Pour agir

De plus en plus, l'outil de modélisation est utilisé en outil de prévision et d'aide à la décision, que ce soit en :

- *Gestion des déchets radioactifs* 
- *Gestion durable des ressources* 
- *Modélisation des socio-éco-systèmes marins* 
- *Incitation à la coopération* 

Ces textes abordent des problématiques déjà vues dans les sections précédentes mais avec des objectifs différents. La prise de décision impose des contraintes en temps, et/ou de devoir décider dans l'incertain. Mais, il ne suffit pas de se focaliser sur la propagation d'incertitudes, mais il faut surtout prendre en compte l'humain, c'est à dire les décisions individuelles et collectives, les objectifs changeants, parfois mal définis, souvent multiples et les capacités d'adaptation et de rétro-actions. Tous ces besoins font avant tout apparaître la nécessité de créer des liens entre sciences humaines et sociales et mathématiques.

Enfin, *Que peuvent faire les mathématiques ?*  , le thème de la table-ronde de l'événement de lancement de l'année Maths Pour la Terre 2013, à l'Unesco donne le point de vue plus général qu'a le grand public des maths et des scientifiques. Ce texte montre qu'un effort de communication est à faire entre ceux qui décident et ceux qui ont l'expertise. Comment les scientifiques doivent communiquer leurs résultats pour aider au mieux la prise de décision ?

Les textes originaux sont disponibles, dans leur intégralité, en annexe D :

- Gestion des déchets radioactifs, *Andra (Agence Nationale pour la Gestion des Déchets radioactifs)*
- Développement durable et mathématiques, *Journée IHP, Développement durable, 4 juillet*
- Modélisation des socio-éco-systèmes et analyse d'impact de scénarios pour l'aide à la décision pour la gestion durable des ressources marines, *Stéphanie Mahévas, Claire Macher, Michel Lample, IFREMER.*
- Théorie des jeux et contrats sociaux, *Journée IHP Théorie des jeux, 31 mai*
- Que peuvent les mathématiques pour la Planète Terre, *Table ronde Journée UNESCO de lancement de l'événement MPE 2013*

## a. Gestion des déchets radioactifs



### Enjeux environnementaux

L'Andra est une agence créée en 1979 au sein du CEA, indépendante depuis 1991, qui a en charge la gestion des déchets radioactifs en France. Une des ses missions est de concevoir le stockage géologique réversible des déchets de haute activité et à vie longue (projet Cigéo); l'Agence doit notamment déposer une demande d'autorisation de sa création en 2015. Elle a ainsi construit et exploite depuis 2002 un laboratoire souterrain afin de pouvoir réaliser des études de faisabilité et d'expertise. L'Andra doit répondre aux interrogations de la société et des politiques, et a peu à peu progressé dans la gouvernance du stockage sous ses différents aspects. La recherche et développement au sein de l'Andra en est un des éléments au travers de la meilleure maîtrise du fonctionnement du stockage. Dans ce cadre, l'agence consacre des efforts financiers et humains importants pour développer les simulations numériques, comme outils d'évaluation majeurs, et les liens avec l'académique pour ce faire.

### La R&D, interface entre la recherche, le développement et la mise en œuvre industrielle

Les liens avec la recherche académique, et plus particulièrement les mathématiques appliquées, ne sont pas récents. Le début des années 2000 voit la mise en place du Groupement National de Recherche MOMAS (Modélisations Mathématiques et Simulations Numériques liées aux problèmes de gestion des déchets nucléaires). Ce groupement est né de la nécessité de mener les évaluations de sureté, avec une grande représentation des processus et des composants. La simulation numérique est alors devenue un des piliers de la R&D.

L'Andra a soutenu le GNR MOMAS pendant 10 ans au sein du programme PACEN. Le CNRS a décidé de remplacer ce programme par un défi interdisciplinaire NEEDS, dans lequel les mathématiques appliquées n'ont pas été retenus en tant que projet fédérateur, mais sont utilisées comme outils dans une recherche transverse. Ce changement a pu décontenancer certains chercheurs. Compte tenu de l'objectif de demande d'autorisation de création du stockage Cigéo, depuis 2010, les travaux de recherche de l'Andra s'ont fortement orientés vers l'opérationnel, tout en maintenant un haut degré d'exigence scientifique. Les objectifs assignés à la simulation numérique ont alors été redéfinis principalement autour de l'optimisation des codes existants et la mise en œuvre du Calcul Haute Performance. L'agence a conscience des limites de ses codes et des nombreuses améliorations algorithmiques et méthodologiques à portée de mains. Mais la plupart des modifications nécessite trois à quatre ans de travail, un temps trop long pour le calendrier actuel. Les mathématiques appliquées sont donc devenues plus diffuses, et ont en apparence disparu de la R&D, alors que l'effort de recherche reste important mais plus orienté. Cependant, l'Andra a déjà réfléchi aux développements des outils mathématiques qu'elle devra mener au-delà de 2015, de façon plus affirmée et prospective. Les mathématiques appliquées en effet un moyen très important, qui ont leur place en tant que tel dans l'agence.

## Besoins mathématiques

Les mathématiques sont présentes à travers tous les axes de recherche de l'agence mais ils sont une forte composante des simulations numériques se concentrant sur la conception et la sécurité du stockage en profondeur. Quinze personnes travaillent sur cette thématique importante et l'agence a pu définir quelques grandes orientations en lien avec les mathématiques appliquées :

- la modélisation physique, multi-processus. Le transport hydraulique en milieu poreux, le transport atmosphérique, les interfaces entre gaz-fluide-solide. Les couplages sol-plante-atmosphère, la gestion des différentes échelles de temps des divers processus impliqués. Les liens entre les calculs atomiques et quantiques et les processus micro et macroscopiques. La compréhension des processus de mécanique et des couplages entre mécanique et environnement pour l'étude du vieillissement des bâtiments,
- la gestion des incertitudes et l'analyse de sensibilité. La conception d'indicateurs d'erreurs à posteriori, le développement de méthodes de propagation d'erreurs, des calculs déterministes et opérationnels,
- l'optimisation des codes et le Calcul Haute Performance. L'adaptation au calcul parallèle, la calibration des codes aux machines, la sécurité informatique,
- les STIC. La gestion des bases de données de terrain, le traitement des incohérences, la détection d'erreurs. L'organisation et la structuration des informations multiples, assurer les corrélations conditionnées par la physique, pour analyser les données et surveiller les dérives, gérer les risques. Le stockage intelligent et sécurisé, pour la transmission au long terme et la conservation de la mémoire.

## Structuration et travail multidisciplinaire

Le monde de la recherche en mathématique appliquée est très « R », pas vraiment tourné vers les applications. Il faut dire que l'atomisation des laboratoires et l'atomisation géographique n'aident pas. La dilution des compétences est une dérive/évolution de la recherche depuis vingt ans qui entraîne une difficulté à valoriser le travail. Trop peu encore des recherches menées par l'agence en collaboration avec l'académie deviennent opérationnelles.

Ce travail, de transférer les codes vers l'opérationnel, est difficile pour un laboratoire, qui n'est pas armé. Il faut clairement des moyens et les laboratoires en manquent. Les mathématiques ne sont pas les seuls concernés, mais dans le cas des maths, à ce manque de moyens s'ajoutent les difficultés culturelles. Les mathématiques françaises sont très conceptuelles dès le lycée, les liens avec les applications sont ténus. Et l'évaluation scientifique et académique ne se fait pas sur le critère de la pluridisciplinarité.

La recherche « utilisable » se fait de plus en plus dans le privé ou dans certains instituts comme l'INRA qui a fortement développé la composante modélisation. L'ANDRA doit donc se tourner vers des entreprises privées ou utiliser son partenariat avec INRIA qui, grâce à sa composante informatique, apporte une expertise dans la mise en œuvre opérationnelle des outils de calcul.

Malgré tout, il est à regretter que les Universités ne fassent pas plus d'efforts pour valoriser le travail de recherche. Certes, les mathématiques doivent rester une communauté, et chaque chercheur doit être centré sur sa thématique mais un équilibre est à trouver entre cette nécessité et la transversalité des mathématiques dans les applications. Regrouper géographiquement des individus, avoir une masse critique de compétences diverses, est nécessaire pour redonner du sens au travail d'équipe. Mais, avant tout, la première étape est la volonté, la volonté des personnes à travailler ensemble. La structure n'est qu'un soutien, essentiel certes, mais non suffisant.

INRIA est une de ces grosses structures qui permet de dire que tout ne va pas si mal, mais il manque sérieusement des organismes intermédiaires à taille plus réduite, proche des universitaires.

Notons les initiatives des alliances ALLenvi et ALListene, ainsi que la création de la Maison de la simulation à Paris : de bonnes idées qui ne doivent pas se transformer en musée ! Car de vraies directives et choix sont à prendre, et en y mettant les moyens.



## b. Gestion durable des ressources

*Texte en attente des retours de la journée Développement durable et mathématiques du 4 juillet.*



## c. Modélisation des socio-éco-systèmes marins

### **Enjeux environnementaux**

La gestion durable des ressources marines telles que les populations de poissons s'appuie sur différents outils de gestion : des outils de conservation (spatialisés ou non) tels que les quotas, les mesures de sélectivité, les aires marines protégées, etc. et des outils de régulation de l'accès aux ressources que sont les droits d'accès individuels (quotas et/ou licences). Différents systèmes de gouvernance des ressources marines existent par ailleurs entre co-management, marché de droits ou systèmes centralisés.

Des outils de modélisation des socio-éco-systèmes opérationnels décrivant le fonctionnement des socio-écosystèmes marins se sont développés dans ce cadre pour répondre à une demande croissante des décideurs et acteurs des filières et des territoires. Ces acteurs souhaitent, devant des systèmes complexes aux comportements non intuitifs, pouvoir disposer d'analyses des impacts environnementaux, économiques et sociaux potentiels de différents scénarios de gestion, en étudiant la viabilité écologique et socio-économique pour mieux en mesurer les avantages et inconvénients.

Cependant, il ne suffit pas seulement de fournir des analyses d'impact de scénarios associés à des estimations de l'incertitude, mais également de travailler et d'évoluer en parallèle avec tous les acteurs afin d'améliorer la représentation des systèmes en partageant la connaissance et d'améliorer la pertinence des résultats produits. Diffuser le savoir scientifique passe ainsi par la prise en compte des différents acteurs dès le début du développement d'un modèle dans un processus de co-construction destiné à mieux intégrer les processus sociaux d'anticipation ou de rétro-action importants. La co-construction est un processus évolutif dans lequel la « trajectoire » du modèle en cours d'élaboration est contrainte à rester toujours le plus proche possible des attendus exprimés par des acteurs. On peut l'assimiler à un processus de « poursuite » aux cibles mouvantes du fait que chaque avancée dans la modélisation modifie souvent la perception qu'ont les acteurs de leurs propres socio-écosystèmes. Une approche scientifique de la co-construction a pour objectif d'éviter le problème de la « dérive » des modèles socio-environnementaux où une trop faible prise en compte des attendus sociaux les amènent à se retrouver inadaptés aux questions sociétales et de politiques publiques. La co-construction apporte ainsi une meilleure compréhension des modèles par les décideurs et les acteurs mais aussi permet de mieux intégrer les objectifs et les besoins des décideurs.

### **Besoins mathématiques**

Pour résoudre ces différents problèmes, de multiples outils et théories sont utilisés : modèles de simulation bio-économiques, modélisation des socio-éco-systèmes, modèles multi-agents, théorie de la viabilité, méthodes d'optimisation, et les outils d'Approche Système.

Les difficultés d'utilisation de ces outils sont liés au fait que les modèles se doivent d'être opérationnels, que les processus étudiés sont multi-échelles, l'environnement incertain et que les objectifs et usages à considérer sont multiples. De nombreuses nécessités d'analyse des différents outils apparaissent :

- analyses de sensibilité, stabilité des résultats
- analyses multi-critères
- programmation linéaire et non linéaire

- théorie des jeux, de la décision
- inférence de paramètres, outils statistiques
- convergence des méthodes d'optimisation
- système dynamique : viabilité, existence d'attracteurs.

Des collaborations avec les mathématiciens seraient également fortement intéressantes pour aider à formaliser, à définir un cadre d'utilisation et de validité des modèles.

Tester les impacts de différents modes de gouvernance demande de simuler les processus sociaux, l'interaction entre les décideurs, et les systèmes de gouvernance en général. La formalisation des processus de gouvernance est un point important de ces approches. Elle fait apparaître la nécessité de créer des liens entre science humaines et sociales et mathématiques.

#### d. Incitation à la coopération



#### **Enjeux environnementaux**

Dans un monde où les ressources sont finies, l'intérêt individuel amène chacun à exploiter la Terre sans limites, entraînant la société à sa perte. Ce dilemme a pour nom la Tragédie des Biens Communs. Pour aller vers un monde durable, promouvoir la coopération est essentiel.

De nombreux exemples de coopération intra-espèces et entre différentes espèces, notamment chez les micro-organismes, sont observés et recréés sous forme d'études expérimentales en environnement contrôlé. La théorie des jeux est également utilisée comme description formelle des différentes stratégies individuelles et de leurs conséquences sur la préservation des biens communs. Ces deux outils permettent de mieux comprendre comment l'entraide apparaît, et est maintenue et renforcée.

L'interaction entre le corpus mathématique théorique bien établi et les applications à des situations réelles socio-biologiques est également prometteuse pour la recherche sur la dynamique des mouvements collectifs. Les retombées de ces avancées touchent des disciplines diverses et variées telles que l'économie, l'écologie comportementale, les sciences sociales, la biologie, la physique statistique et l'informatique.

#### **Besoins mathématiques**

Les modèles mathématiques ont permis d'expliquer certaines régularités dans les sociétés humaines, au travers de jeux à nombre réduit de joueurs. Par exemple, il a été montré qu'un individu s'investit plus facilement pour la collectivité si cela a des impacts sur sa réputation. Pourtant, les connaissances formelles en théorie des jeux sont encore trop loin de pouvoir apporter des réponses quantitatives intéressantes pour l'étude de sociétés réelles. Des modèles plus complexes permettraient d'identifier les concepts fondamentaux qui régissent les sociétés et d'aider à l'établissement de politiques globales. Les défis mathématiques sont nombreux. En voici quelques-uns :

- Aller vers des applications réalistes prenant en compte des caractéristiques essentielles, telles que
  - ▶ la structure et la dynamique des sociétés et des institutions qui sculptent la connectivité et les normes sociales. Elles peuvent être étudiées au travers de la théorie des mécanismes d'incitation.
  - ▶ les échelles de temps multiples des objectifs à atteindre, et des durées des mandats politiques.
  - ▶ l'hétérogénéité des individus, la différence de statut, le rôle de la communication entre individus.
  - ▶ les non-linéarités apparaissant lors de changements brutaux.
  - ▶ la modification au cours du temps de l'écosystème : l'écologie et la démographie devraient être intégrées aux modèles.

- Construire une représentation formelle des sociétés en utilisant les modèles, les observations et les expériences :
  - ▶ quels sont les principaux ingrédients décrivant le comportement humain à introduire dans les modèles ?
  - ▶ comment comparer les modèles avec les expériences comportementales et les données actuelles sur les politiques des changements climatiques ?
  - ▶ comment tester les modèles sur les études d'écologie et d'évolution, notamment sur les micro-organismes ?
  
- Promouvoir les interactions entre les disciplines pour aider à l'établissement de modèles et à leur validation. Notamment :
  - ▶ l'économie expérimentale permet la comparaison quantitative avec les modèles de théorie des jeux.
  - ▶ la psychologie et la cognition nous informent des processus de décisions.
  - ▶ la biologie évolutionniste et l'écologie peuvent aider au transfert de concepts et d'outils utilisés en évolution génétique vers l'étude de l'évolution culturelle.
  - ▶ la physique statistique fournit des modèles de systèmes dynamiques, d'études des bifurcations et d'interactions entre stochastique et déterministe.
  - ▶ la science des systèmes complexes s'intéresse à la description des réseaux et des interactions entre différents acteurs.
  - ▶ les sciences de la Terre étudient l'effet des dilemmes sociaux à l'échelle du Globe.

#### e. Que peuvent les mathématiques pour la Planète ?



Les mathématiques sont un outil d'abstraction puissant.

Les modèles numériques peuvent résoudre des échelles de temps et d'espace très différentes et ainsi reproduire des tests impossibles à réaliser en laboratoire. Les méthodes mathématiques sont capables d'autres « miracles » : il est possible de reconstruire un signal non observé directement grâce à la théorie bayésienne, les statistiques peuvent détecter la part de changement due à l'activité humaine dans les variations climatiques d'une variable telle que la température, les mêmes modèles peuvent être utilisés pour les vagues côtières ou les tsunamis et l'optimisation permet mieux gérer les ressources.

En recherche actuelle, le calcul des incertitudes faites sur les variables ou la prévision des événements extrêmes sont deux sujets dont l'impact sera potentiellement important.

De plus en plus, l'outil de modélisation est utilisé en outil de prévision et d'aide à la décision. Des exemples tels l'ouragan Katrina, ou le tremblement de terre d'Aquila montrent qu'un effort de communication est à faire entre ceux qui décident et ceux qui ont l'expertise. Comment les scientifiques doivent communiquer leurs résultats pour aider au mieux la prise de décision ?

Enfin, de nombreux progrès restent à faire pour améliorer l'égalité d'accès à l'éducation et à la recherche entre les différents pays du Monde.

## Les sciences environnementales : une discipline multi-disciplinaire

*Sur l'échange entre les communautés et dans le but d'alimenter de nouvelles questions de recherche que ce soit en physique, chimie, biologie, hydrologie, mathématiques, SHS, ...*

### Problèmes

- Les questions sont rarement posées suffisamment clairement dans une discipline donnée, et une bonne formulation des questions nécessite du travail et du temps
- Problème de langage/ vocabulaire entre les disciplines et de partage d'objectifs

### Comment organiser une zone de dialogue entre les mathématiques et les applications ?

- Les sciences du climat sont par nature très multi-disciplinaires
- Il existe deux besoins très différents (1) application de méthodes ou concepts murs d'une disciplines à d'autres et (2) questions de recherche qui sont pertinentes dans les différentes disciplines et peuvent être abordée en commun
- Ne pas négliger l'effort, ne pas nier la difficulté. Il faut du travail et du temps pour qu'une questions soit bien posée, qu'un sujet devienne pertinent et soit accepté
- Au travers de projets ANR communs (exemples avec les sciences humaines) :
  - ▶ Un dialogue commence à s'établir avec les sciences humaines et les appels à Projet ANR type «Sociétés et Changements Environnementaux». Par ex : projet ClimaConf (2010) « Les questions de la confiance dans le réchauffement global modélisation du climat, expertise et lien au politique » : comment est construit la confiance, tant du point de vue du scientifique que du citoyen ? : projet mûri pendant des années.
  - ▶ Importance du débat sur le problème à poser, à construire en commun : isoler les problèmes pour mieux les comprendre, idéaliser. Le modèle doit être simple mais pertinent, et doit intéresser les deux communautés.
  - ▶ Il faut qu'il y ait la place pour qu'une communauté, équipe intéressée, puisse continuer à travailler par elle-même sur une question d'intérêt commun.

**Une grande importance doit être donnée à une meilleure communication entre mathématiciens et sciences environnementales. De nombreux défis majeurs avec des enjeux mathématiques et environnementaux nécessiteraient d'être traités et étudiés par un ensemble d'acteurs travaillant en commun. Nous pensons à la création d'une structure regroupant une communauté mathématiques & environnement, qui hébergerait des projets. Pour chaque problème majeur, une co-construction des cas-tests serait mis en place, allant des tests analytiques jusqu'aux numériques et informatiques. Des tests à définir avec les experts des applications concernées, pour isoler les problèmes et créer des modèles simples mais pertinents. Un deuxième temps du projet serait consacré à l'adaptation à des modèles réalistes. Ces structures, des « plateformes modélisation », seraient le complément des observatoires destinés aux sciences environnementales et pourraient être hébergées par les maisons de la modélisation.**

## QUELQUES-UNS DES DÉFIS MATHÉMATIQUES MAJEURS SE DÉMARQUANT :

- **Analyser et concevoir de nouveaux modèles pour aller plus loin dans la compréhension :**
  - ▶ **de phénomènes difficiles à appréhender :** *interactions entre espèces, changements d'états brutaux, décision séquentielle dans l'incertain, effets des marchés sur la biodiversité, phénomènes sous-maille, émergence de la coopération*
  - ▶ **des nouvelles grilles de calculs :** *non-structurés, icosaèdres*
  - ▶ **des observations :** *causalités, incertitudes, ajustement des modèles aux données*
- **Mieux gérer les transferts entre différents processus :**
  - ▶ **Lien global-local :** *raffinement de maillage, approximations des interactions entre individus dans la dynamique à grande échelle.*
  - ▶ **Couplage entre processus :** *écologie/évolution, océan/atmosphère*
- **Valider les modèles et connaître les incertitudes et leur propagation**

Pour toutes ces questions, de nombreuses possibilités existent selon le phénomène étudié : méthodes déterministes et/ou stochastiques, construction d'heuristiques, théorie des graphes, théorie des jeux, simulation, EDO, EDP, statistiques bayésiennes, « structural equation models », méthodes variationnelles, ...

Mais, pour être en mesure de connaître quelle méthode est la mieux adaptée, il convient d'améliorer la diffusion des méthodes mathématiques vers les sciences environnementales, en communiquant sur leur développement et leur potentiel et de progresser dans le développement de méthodes de validation de modèles. Il faut, de plus, valoriser le travail du scientifique qui va devoir éventuellement paramétrer les nouveaux modèles ce qui demande un long et fastidieux travail.

Il existe deux besoins très différents :

- ▶ application de méthodes ou concepts murs d'une disciplines à d'autres
- ▶ questions de recherche qui sont pertinentes dans les différentes disciplines et peuvent être abordées en commun

Les échanges sont nécessaires pour comprendre dans quelles catégories se classent chaque besoin. La façon de gérer ces problèmes sera en effet différente selon les catégories.

## II. MATHÉMATIQUES EN ÉMERGENCE

Nous nous intéressons ici aux nouvelles théories en émergence. Les nouvelles problématiques environnementales et sociétales demandent de mieux comprendre des comportements complexes fortement hétérogènes. Avec formalisme et abstraction, les mathématiciens tentent d'apporter des réponses à ces nouvelles questions (voir Mathématiques du Monde réel). En puisant dans leur culture mathématique, ils développent de nouvelles branches mathématiques.

L'écosystème de la Planète Terre fait intervenir un ensemble de processus très différents : mouvements des masses d'eau ou d'atmosphère, déplacement migratoire de populations, évolution culturelle,... . Les échelles sont multiples, les interactions complexes. Pourtant, de cet ensemble, nous pouvons dresser des analogies, formaliser les phénomènes tout en posant rigoureusement les contraintes, les conditions à respecter, les propriétés à vérifier, spécifiques à chaque processus.

De nombreux obstacles sont à franchir dans l'étude des écosystèmes, nécessitant peut-être de nouvelles équations, de nouveaux modèles et de nouvelles analyses. Nous abordons ici les différents problèmes liés aux hétérogénéités, à l'aléatoire, et aux environnements incertains.

### Sommaire sous-section

- |                                     |    |
|-------------------------------------|----|
| 1. Faire face aux hétérogénéités    | 39 |
| 2. Gérer l'aléa                     | 55 |
| 3. Gérer un environnement incertain | 60 |

# 1. Faire face aux hétérogénéités

L'hétérogénéité se manifeste sous plusieurs formes : processus multi-échelles, multi-processus, ou données hétérogènes dont il faut extraire des informations.

- *Big data cherche mathématiques* 
- *Approches théoriques de l'évolution du comportement humain* 
- *Modélisation des ondes de gravité et des processus associés* 
- *Modélisation de l'adaptation* 
- *Théorie des réseaux complexes* 
- *Fluides complexes* 

Les textes originaux sont disponibles, dans leur intégralité, en annexe D :

- *Big data cherche mathématiques, d'après le texte de Stéphane Mallat, École Normale Supérieure, SMAI, Matapli n°101*
- *Approches théoriques de l'évolution du comportement humain, Jean-Baptiste André, CNRS, Écologie & évolution*
- *Modélisation des ondes de gravité et des processus associés, David Lannes (ENS Paris), Philippe Bonneton (UMR EPOC, Bordeaux)*
- *Modélisation de l'adaptation, Brainstorming à l'occasion de la conférence « Biological invasions and evolutionary biology, stochastic and deterministic models », organisée à Lyon, 11-15 mars 2013 (Henri Berestycki, Vincent Calvez, Nicolas Champagnat, Régis Ferrière, Pierre-Emmanuel Jabin, Sylvie Méléard, Sepideh Mirrahimi, Gaël Raoul, Amandine Véber)*
- *Théorie des réseaux, Vincent Miele, Ingénieur de recherche CNRS, Laboratoire de Biométrie de Biologie Évolutive*
- *Fluides géophysiques complexes : Écoulement des glaciers, boues et laves torrentielles, Colloque Fluides Complexes 9-13 septembre 2013, Toulouse (J. Monnier, P. Noble, J.-P. Vila)*
- *Simulation des avalanches : modélisation et analyse numérique, Workshop « Simulation of avalanches : modelling and numerics », 11-14 mars 2014, Séville.(C. Ancey, F. Bouchut, G. Orvaldez, Y. Forterre, P. Vigneaux, E. Fernandez-Nieto, D. Bresch)*

## a. Big data cherche mathématiques



### Enjeux environnementaux

L'importance des problèmes de big data est maintenant un sujet tarte à la crème, et pourtant, au-delà des statisticiens, peu de mathématiciens y ont goûté. Les enjeux sociétaux, industriels et scientifiques sont considérables, avec un besoin criant de mathématiques. On a beaucoup dit que le XXIème siècle serait celui du cerveau, mais le traitement des masses de données jouera aussi un rôle important, et ces deux domaines se rejoindront peut-être.

Rappelons que la production de données numériques double tous les 3 ans depuis 1980, et a atteint le chiffre astronomique de  $2 \cdot 10^{21}$  octets par jour. Ces données se trouvent au cœur de la plupart des industries et services. Cela ne concerne pas seulement Google, Amazon ou Facebook, mais aussi les industries pharmaceutiques, pétrolières, les assurances, banques, les télécommunications, le monde médical, le marketing... La recherche est aussi affectée, en bio-informatique, astronomie, géophysique, météorologie, physique des hautes énergies, neuro-sciences, vision par ordinateur, reconnaissance de signaux, sciences sociales... Ces enjeux ont motivé le lancement d'une « Big Data Initiative », qui finance de nombreux projets de recherche aux Etats-Unis, et l'Europe en fera probablement une priorité à l'horizon 2020.

Beaucoup de problèmes de big data sont technologiques et informatiques : organiser des bases de données inhomogènes, faire du calcul distribué, visualiser et sécuriser les données. Cependant, un des goulots d'étranglement est la capacité d'exploitation et d'analyse automatique de ces masses de données. Cela pose des problèmes mathématiques profonds, souvent liés à la malédiction de la très grande dimension.

Ces dernières années, l'algorithmique a fait des progrès importants, grâce aux grandes bases de données d'apprentissage et à de nouvelles approches non-linéaires parfois déroutantes. Cependant, la multiplication des algorithmes avec leurs variantes exotiques, a transformé ce domaine en une jungle épaisse. L'éclairage des mathématiques est devenu d'autant plus nécessaire. Pour l'instant, les statistiques et l'optimisation sont les seuls domaines mathématiques qui se sont adaptés avec succès. Pourtant ce ne sont pas les seuls concernés, loin de là. L'analyse, les probabilités, la géométrie, la topologie, la théorie des groupes ont beaucoup à apporter.

Au delà des applications, les problématiques de big data ouvrent des questions profondes sur la grande dimension. On peut maintenant expérimenter numériquement, et donc tester de nombreuses approches. L'élaboration d'outils mathématiques adaptés aura probablement un impact bien au-delà du traitement des données. Il est notamment possible que cela aide à mieux comprendre certains principes du traitement de l'information sensorielle par le cerveau. En effet, le cerveau est une machine extraordinairement efficace pour le traitement de données gigantesques.

L'analyse en grande dimension est aussi un défi en physique. En particulier, l'analyse de la turbulence tridimensionnelle reste un sujet ouvert, malgré les nombreux travaux de recherche qui ont suivi les résultats de Kolmogorov sur la décroissance du spectre de Fourier. Pour les grands nombres de Reynolds, l'équation de Navier-Stokes définit un système dynamique ayant un grand nombre de degrés de liberté, qui génère des structures complexes. Comprendre les propriétés de ces structures et leurs dynamiques est un problème d'analyse en grande dimension, pour lequel on manque toujours d'outils mathématiques.

On peut espérer que tous ces problèmes de grande dimension se rapprochent à terme, au travers d'une meilleure compréhension des mathématiques sous-jacentes.

### Défis mathématiques

- La malédiction de la dimensionalité vient de la variabilité considérable des données. Réduire cette variabilité passe par la construction d'invariants. Cependant, ces sources de variabilité étant multiples et complexes, l'élaboration de ces invariants et leur organisation deviennent compliquées. Une approche

est de cascader des opérateurs contractants, afin d'obtenir des paramètres qui représentent des structures de plus en plus spécialisées, et de plus en plus invariantes.

- Représenter pour classifier : les expériences psychophysiques montrent que quelques images sont suffisantes pour apprendre à reconnaître un animal en quasiment toutes circonstances. Pour apprendre avec peu d'exemples, il faut contourner la malédiction de la grande dimension, ce qui est possible avec un classificateur global linéaire.
- Réduction de dimensionalité : il existe diverses approches pour effectuer cette réduction de dimensionalité, qui utilisent de beaux résultats à l'interface de l'analyse harmonique, de la géométrie et des probabilités. Hélas, ces hypothèses de faible dimension sont rarement satisfaites. Il faut bien le comprendre pour ne pas sous-estimer les problèmes mathématiques de la grande dimension. Pour caractériser des systèmes dynamiques de basse dimension, il existe des techniques de graphe de voisinage, de compressed sensing, agrégations linéaires successives de classificateurs. Notamment l'agrégation d'un grand nombre d'indicateurs de faible expertise, mais très divers, permet de répondre à des questions complexes. C'est une idée clef des algorithmes de classification en grande dimension. Malgré certaines avancées en statistique de la décision, on comprend encore mal les propriétés mathématiques de ces agrégations hiérarchiques.
- Profiter de plus d'informations pour prendre des décisions plus fiables : éliminer la variabilité inutile et construire des invariants stables et discriminants. De tels invariants peuvent être construits en cascasant des transformations en ondelettes définies sur le groupe de Lie, avec des non-linéarités contractantes. Des similarités frappantes apparaissent avec les architectures des réseaux de neurones profonds.
- La parcimonie joue un rôle important mais mystérieux dans tous ces algorithmes d'apprentissage, avec des résultats encourageant sur divers problèmes de big data. L'état de l'art algorithmique souffre cependant de beaucoup de limitations. La quasi absence de feed-back dans les architectures d'apprentissages, pourtant très présents dans le cerveau, limite l'adaptivité des représentations. Malgré des résultats expérimentaux prometteurs, l'apprentissage en grande dimension reste un champs mathématiques totalement ouvert, avec de nombreuses ramifications notamment en probabilité, analyse harmonique, géométrie, théorie des groupes et systèmes dynamiques.

## b. Approches théoriques de l'évolution du comportement humain



### Enjeux environnementaux

- Comportements sociaux
  - ▶ Origine de la coopération humaine. Comment est-elle apparue ?
  - ▶ Stabilité évolutionnaire de la coopération humaine. Par quels mécanismes l'émergence de tricheurs est-elle rendue impossible ?
  - ▶ Origine de l'apparente spécificité humaine. Pourquoi ces mécanismes n'ont-ils pas les mêmes conséquences chez d'autres espèces animales ?
- Apprentissage, culture
  - ▶ Évolution de l'apprentissage. Dans quelles conditions des stratégies d'apprentissages sont-elles adaptatives plutôt que des stratégies fixes ? Quelles sont les stratégies d'apprentissage optimales ?
  - ▶ Évolution culturelle. L'évolution culturelle est-elle fondamentalement différente de l'évolution génétique ?
  - ▶ Co-évolution gène-culture. Comment ces deux systèmes dynamiques interagissent-ils ?
- Évolution et Cognition

- ▶ Origine des capacités cognitives. A quelles conditions des capacités conceptuelles générales peuvent-elles évoluer ?
- ▶ Plasticité comportementale et évolution. Les capacités cognitives plastiques de certains animaux, de l'espèce humaine en particulier, ont-elles des conséquences évolutives ?

## Défis mathématiques

Le domaine est encore en plein développement. Il n'est pas encore cristallisé ni d'un point de vue formel (les outils utilisés sont très divers), ni d'un point de vue conceptuel (les désaccords sont nombreux). Dans la suite, sont listés les sujets qui paraissent avoir un potentiel de développement important.

- Evo-Mecho : Modéliser l'évolution des mécanismes cognitifs de prise de décision et prendre en compte l'effet de ces mécanismes eux-mêmes dans l'évolution.  
Les modèles futurs devront impérativement s'atteler à comprendre à la fois comment les mécanismes psychologiques évoluent et comment ils impactent in fine les dynamiques évolutives ultérieures (voir p. ex. McNamara & Houston, 2009). C'est le cas en particulier pour l'évolution des comportements sociaux, mais c'est le cas aussi plus généralement pour l'évolution de tous les comportements.
- Environnements complexes, multi-jeux  
Il sera indispensable dans le futur de développer des modèles «multi-jeux» dans lesquels les agents ont plusieurs types d'interactions sociales, afin de comprendre comment l'adaptation dans un jeu interagit avec l'adaptation dans un autre.
- Apprentissage et évolution / Évolution de l'apprentissage  
Les modèles de génétique évolutive s'intéressent aux dynamiques biologiques (temps long). À l'inverse, les modèles d'apprentissage ainsi que les modèles d'économie évolutive s'intéressent aux dynamiques ontogénétiques et culturelles (temps court). En général on considère donc qu'une adaptation relève soit de l'évolution soit de l'apprentissage, qu'elle se produit à un niveau ou bien à un autre, pas aux deux en même temps, et pas en interaction. Dans le futur, les interactions entre ces deux dynamiques adaptatives devront être étudiées plus précisément.
- Y a-t-il un parallèle pertinent entre évolution génétique et évolution culturelle ? Comment formaliser l'évolution culturelle ?  
La modélisation de l'évolution culturelle est en travaux depuis plusieurs dizaines d'années, mais aucun modèle convaincant et général de ce processus n'a encore été proposé. Couplés à des développements théoriques, l'utilisation de données et d'exemples empiriques, tirés de l'anthropologie et de la sociologie, mais aussi du monde animal sera essentiel pour comprendre et théoriser ces processus.
- Comment le langage (les capacités cognitives de communication linguistique d'origine génétique) et les langues elles-mêmes (d'origine culturelle) ont-ils co-évolué ?  
La co-évolution de ces deux systèmes pose un problème théorique essentiel puisqu'aucun des deux ne peut, a priori, émerger sans l'existence préalable de l'autre. Des modèles d'évolution de codes de communication ont déjà été développés (surtout en mathématique des jeux, un peu en biologie), mais la question de l'évolution jointe de ces deux niveaux n'a pas été traitée. Elle est essentielle pour comprendre l'origine de la communication humaine.

## c. Modélisation des ondes de gravité et des processus associés



### Enjeux environnementaux

- Écoulements côtiers : les vagues et la marée sont les deux principaux forçages qui vont contrôler les processus hydrodynamiques et sédimentaires en milieu littoral. La compréhension de leur dynamique est essentielle pour prévenir les risques liés aux problèmes de submersion lors des tempêtes ou lors de tsunamis. C'est aussi un enjeu important pour les problèmes d'érosion des littoraux, en particulier dans le cadre du changement climatique.
- Ondes internes : les ondes internes jouent un rôle extrêmement important pour tout ce qui a trait à la turbulence et aux mécanismes de mélange et de transfert d'énergie au sein des océans. Les conséquences sont nombreuses. À petite échelle, c'est un élément fondamental de l'équilibre des écosystèmes marins ; à plus grande échelle, elles participent à la dynamique planétaire des océans et leur compréhension est un aspect essentiel pour la description des mécanismes climatiques.
- Hydrodynamique fluviale : l'hydrodynamique fluviale rencontre les trois thématiques Terre Fluide, Terre Vivante, Terre Humaine. La compréhension des ondes de surface est nécessaire à l'étude des problèmes liés aux barrages (gestion des ouvertures de vannes, rupture), de navigation fluviale (batillage), des mascarets et du vortex shedding (et donc de leurs impacts sur les écosystèmes fluviaux), du transport sédimentaire, de la conception des ouvrages fluviaux, etc. La problématique de l'hydrodynamique fluviale est par ailleurs indissociable de l'hydrodynamique urbaine (gestion des réseaux de drainage en cas de crue par exemple).

### Verrous mathématiques

Nous présentons ici les principaux verrous rencontrés dans les trois thématiques abordées. Certains d'entre eux sont communs aux trois thématiques : modélisation du transport de sédiments, modélisation des phénomènes turbulents et paramétrisations sous-maillages, gestion des forts gradients (pour la topographie ou la solution).

- Écoulements côtiers. Il existe deux grandes familles de modèles d'écoulements côtiers : les modèles « vague à vague », et les modèles « à phase moyennée » pour lesquels les vagues ne sont pas individuellement représentées mais où l'on décrit les caractéristiques moyennes des vagues.
  - ▶ Pour les modèles « vague par vague », malgré de grands progrès, plusieurs difficultés conceptuelles importantes demeurent ; on peut les regrouper en trois catégories :
    - a. Prise en compte des bords : pour les modèles utilisés en océanographie (de type Green-Naghdi), la compréhension mathématique et numérique des conditions aux bords (problème mixte) est extrêmement limitée à cause de la présence des termes dispersifs. C'est pourtant là un aspect essentiel pour des couplages avec des modèles « eau profonde » qui décrivent la houle arrivant en zone côtière. Plus délicate encore est la compréhension du bord « physique » que représente le rivage (annulation de la hauteur d'eau).
    - b. Modélisation du déferlement. Actuellement, le déferlement est décrit comme un choc pour les équations de Saint-Venant. Ce n'est pas complètement satisfaisant. Il faudrait en effet être capable de traiter le déferlement pour des modèles plus complets de type Green-Naghdi, et également d'estimer par modélisation la taille des rouleaux des vagues déferlées. Cette bonne compréhension du déferlement est essentielle car c'est la dissipation d'énergie associée à ce phénomène qui contrôle la circulation et les courants littoraux. Cette problématique rejoint celles bien plus générales de l'étude des interactions ondes/vorticité, que la vorticité soit 3D et de

petite échelle (tubulence 3D) ou qu'elle corresponde à des circulations quasi-2D de plus grandes échelles.

- c. Compréhension de la couche limite de fond sous l'action des vagues et transport de sédiment. Ces points sont essentiels pour comprendre la morphodynamique des plages sableuses par exemple. La compréhension de la couche limite de fond est encore assez rudimentaire et d'importants progrès sont nécessaires pour mieux comprendre la mise en suspension des sédiments. Le transport sédimentaire est quant à lui une problématique à part entière que l'on rencontre aussi en hydrodynamique fluviale par exemple. Des progrès sur la rhéologie des milieux granulaires denses sont indispensables : modélisation diphasique, approche cinétique sont des pistes possibles.
  - ▶ Les modèles à phase moyennée sont très importants pour les applications côtières à moyennes et grandes échelles, en particulier pour simuler l'évolution morphodynamique des littoraux. Si les approches 2D horizontales (intégrées sur la verticale) sont maintenant bien maîtrisées en revanche le développement de modèles houle/courant entièrement 3D est en plein développement tant du point de vue théorique, numérique qu'expérimental (pour la validation des modèles).
- Ondes internes. Parmi les difficultés rencontrées pour lesquelles les mathématiques seraient susceptibles d'apporter des améliorations significatives, citons :
  - ▶ « Raideur » des configurations. Les ondes internes sont fréquemment émises par la marée dans des zones où la topographie est très raide. Aucune solution satisfaisante n'existe malheureusement à ce jour pour gérer ce genre de configuration. De plus, la plupart des modèles utilisés doivent être améliorés pour prendre en compte de grandes amplitudes, des effets non hydrostatiques, etc.
  - ▶ Processus de mélanges turbulents. Le déferlement des ondes internes entraîne une dissipation d'énergie et un mécanisme de mélange essentiels à la dynamique interne des océans (remontées des eaux par exemple). Ces mécanismes sont très mal compris et une paramétrisation satisfaisante manque encore.
  - ▶ Forçage par le vent. La manière dont le vent crée des ondes internes est un sujet de recherche actif sur lesquels de nombreux problèmes mathématiques subsistent (couplage avec l'atmosphère par exemple).
  - ▶ Rareté des données. Peu de données existent sur les ondes internes, par exemple sur la nature de la topographie. Des méthodes doivent être envisagées pour pallier cette rareté des données. Une approche statistique est parfois utilisée.
- Hydrodynamique fluviale. On retrouve bien sûr plusieurs des problématiques rencontrées dans les deux autres thématiques (transport de sédiment, décollements de couches limites turbulentes, raideur des configurations, etc.). Parmi les difficultés mathématiques spécifiques à cette thématique, on rencontre notamment :
  - ▶ Problème de confinement latéral. Cela joue un rôle important pour la navigation fluviale ; le confinement latéral s'ajoute à la faible profondeur pour créer des écoulements complexes qui peuvent être des entraves à la navigation. Le confinement est aussi à l'origine du phénomène de vortex shedding qui peut créer des structures turbulentes susceptibles de rentrer en résonance avec des « bras morts » de l'écoulement (ports fluviaux par exemple). La connaissance mathématique de ces phénomènes est très faible.
  - ▶ Couplages de modèles. La grande variété de configurations devant être traitées nécessite de coupler plusieurs types de modèles physiques (1D pour le fleuve et 2D pour la propagation des crues en plaine par exemple) ou numériques (résolution plus ou moins fine de la turbulence).

- ▶ Importance de la rugosité. Une trop grande précision sur la topographie est-elle en effet pertinente quand on utilise un modèle de type Saint-Venant ? Une telle précision est « hors domaine de validité » du modèle, et elle entraîne aussi une modification du coefficient de friction.

### **Les rapports avec les mathématiques et les besoins ressentis**

Les interactions ne sont clairement pas assez développées. Deux raisons essentielles à cela :

- les océanographes ont plutôt tendance à se tourner vers des physiciens théoriciens que vers des mathématiciens pour résoudre leurs problèmes mathématiques. Et au niveau numérique, ce sont souvent des physiciens formés en numérique qui se chargent du développement des codes.
- Les mathématiciens ont du mal à rentrer dans le langage des physiciens. Ils sont, de plus, assez souvent découragés par la difficulté d'accéder aux données qui leur permettraient de tester leur approche mathématique.

Ces deux obstacles ne sont pas dus à un manque de bonne volonté, mais davantage à une solution de facilité pour les deux communautés qui ne prennent pas assez souvent la peine de faire l'investissement de comprendre un langage différent du sien.

On constate que le meilleur moyen de briser la glace est de commencer à petite échelle (groupe de travail local par exemple) avant de passer à des projets de plus grande amplitude. Des structures comme les GDR, les projets LEFE de l'INSU, et les ANR BLANC jouent également un rôle très favorable. Une série de mesures favoriseraient des collaborations interdisciplinaires :

- Aide à la mise en place de projets interdisciplinaires locaux : soutien à des groupes de travail interdisciplinaires et « mini-projets » ANR interdisciplinaires entre deux petits groupes de chercheurs. Sur ce dernier point, il est important que cela ne porte pas préjudice au porteur éventuel du projet : il doit pouvoir être porteur d'un gros projet ANR simultanément.
- Financement de bourses de thèse et de M2 interdisciplinaires : l'expérience prouve que le co-encadrement est l'un des meilleurs moyens de construire des collaborations durables. Il faudrait également combattre la frilosité souvent observée lors des recrutements quand un candidat interdisciplinaire se présente – ou même lorsqu'il soutient sa thèse car les jurys vraiment interdisciplinaires ont souvent mauvaise presse.
- Le programme BLANC de l'ANR doit continuer. Il faudrait également un quota de projets interdisciplinaires évalué par un comité en maths et un comité dans la discipline physique compétente (un jury de maths n'étant pas en mesure d'évaluer correctement la partie physique et vice versa).
- Soutien à la formalisation de « défis scientifiques ». Il faudrait confier à des groupes interdisciplinaires la formulation de problèmes de grande importance pour les applications. Cela se traduirait par l'identification de benchmarks et de critères d'évaluation précis, la mise à disposition des données nécessaires, et la formulation de problèmes reliés (physique, numérique et mathématique). Un tel cadre manque souvent au sein même des communautés travaillant en océanographie et hydraulique fluviale et leur serait d'une grande utilité ; il permettrait également aux mathématiciens qui ne souhaitent pas faire l'effort de rentrer dans le langage des physiciens et ont donc des difficultés à identifier des problématiques pertinentes de disposer d'une formulation mathématique d'un problème physique important. Ils seraient donc bien plus susceptibles d'apporter leur expertise. Il est à noter que de telles initiatives commencent à voir le jour au niveau international, par exemple sur les tsunamis.

## d. Modélisation de l'adaptation



### Enjeux environnementaux

Les changements globaux sont un fait majeur qu'il n'est plus possible de négliger dans l'étude d'écosystèmes vivants. L'étude de leurs impacts pose de nouvelles questions. Pour y répondre, de nouveaux modèles sont nécessaires. De nombreuses thématiques sont impliquées :

- Biodiversité : modèles multi-échelles, modèles stochastiques, mutations, processus de branchement, séparation d'échelles de temps, limites déterministes, influence des petites populations, hétérogénéités spatiales, migrations, dynamique adaptative, reproduction sexuée, évolution de la variance génétique.
- Populations dans un environnement variable, en particulier réponse aux changements climatiques : modèles multi-échelles, espace compartimenté, ondes de propagations avec terme de forçage, interactions non locales, équations intégro-différentielles, évolution des niches, adaptation à un gradient spatial en translation.
- Évolution des interactions écologiques : écologie des communautés, analyse multi-échelle (individu/population), couplage écologie/évolution, dynamique adaptative multi-niveaux, mutualisme, superinfection, épidémiologie, évolution des antibiotiques, résistance bactérienne, épistasie, évolution de la synergie.
- Processus d'invasion en biologie : modèles spatiaux, propagation en milieu hétérogène, propagation sur un réseau, couplage écologie/évolution, populations hétérogènes, diversité génétique des fronts d'invasion, EDP structurées, modèles stochastiques, interactions hôtes-parasites, systèmes d'EDP, réaction-diffusion, diffusion croisée, lois de migration non diffusives.
- Épidémiologie : épidémies globales, graphes aléatoires dynamiques

### Défis mathématiques

Les systèmes étudiés sont caractérisés par des phénomènes multi-échelles et un environnement variable. Une analyse mathématique particulièrement complexe est requise pour résoudre les problèmes suivants :

- Analyse multi-échelle  
Le couplage écologie/évolution donne lieu à des modèles complexes, multi-échelles par essence, dont l'analyse requiert des outils mathématiques très fins. Séparer les échelles, lorsque cela est pertinent, conduit à des modèles réduits dont l'analyse est plus simple, mais cette hypothèse n'est pas toujours valide, notamment en évolution de la résistance (couplage épidémiologie/évolution) ou lors d'invasion d'espèces à grande échelle d'espace, ou bien à fort taux de mutation (microbiologie). Lorsque cette réduction n'est pas possible, l'analyse du modèle doit être menée dans toute sa complexité (interactions non locales, diversité locale au sein de la population).
- Environnement variable, propagation en milieu non hétérogène
  - ▶ Ondes progressives dans un espace hétérogène (périodique, aléatoire), environnement compartimenté, homogénéisation.
  - ▶ Un autre axe de recherche motivé par le changement climatique et ses conséquences en dynamique des populations est l'étude d'équations de réaction-diffusion avec une variabilité temporelle.
- Populations structurées, modèles spatiaux
  - ▶ Phénomènes de dispersion non diffusives. Lois de dispersion non diffusive. Coalescent spatial.

- ▶ Des interactions non-locales proviennent par exemple de compétition entre individus de différents traits génétiques, et amènent à étudier des équations intégro-différentielles pour lesquelles le comportement asymptotique peut s'avérer très complexe, avec de multiples états stationnaires, potentiellement hétérogènes.

- Arbres et réseaux

- Statistiques

Le groupe de réflexion insiste sur l'importance des outils statistiques, en particulier inférence phylogénétique, méthodes ABC (Approximate Bayesian Computation) en génomiques des populations, analyse des données (ex : en épidémiologie), « big data ».

## e. Théories des réseaux complexes



### Enjeux environnementaux

L'analyse des réseaux a connu un essor important dans les années 2000, avec l'apparition d'une terminologie ad hoc, les « Complex Networks » et le « Network Science », portée principalement par la communauté des physiciens. Il s'agit d'étudier toute forme de données d'interactions modélisées sous la forme d'un réseau ou plus formellement sous la forme d'un graphe (sommets et arêtes) qui est l'objet mathématique associé.

Du côté des applications, on trouve des approches de modélisation par différents types de réseaux dans de nombreuses disciplines :

- biologie : régulation génique, similarités de gènes, métaboliques, interaction protéines-protéines, neuronaux, interaction chromosomique 3D
- écologie : trophiques, mutualistes, mouvements, génétiques
- sciences humaines et sociales : "face to face", relations sexuelles, appels téléphoniques, amitiés, réseaux sociaux sur le web

qui sont appuyées par la récolte généralisée de données massives (GPS, mobiles, séquençage, etc.).

Les avancées méthodologiques sont souvent réalisées par des écologues, des bio-informaticiens (très nombreux), des sociologues ... qui sont au contact de la donnée et abordent le domaine par le prisme de la modélisation.

### Défis mathématiques

Le temps des développements méthodologiques pour l'analyse de réseaux statiques et uniques semble désormais révolu. Un saut conceptuel important se dessine, avec la complexification des problèmes étudiés (étude d'entités couplées, dynamiques ou en interaction) et de nouvelles directions de recherche apparaissent.

#### ▶ Les analyses topologiques

De nombreux travaux portent sur la topologie des réseaux, avec des approches descriptives, modèles ou algorithmiques. Il s'agit d'obtenir la meilleure description de la connectivité d'un réseau. La recherche de sous structures connectées dites "communautés" a par exemple fait l'objet de développements inspirés par la physique et l'informatique, l'algèbre ou la statistique. Du point de vue mathématique, les modèles de graphes aléatoires sont nécessaires non seulement comme éléments d'une analyse descriptive, mais également pour des approches analytiques ou par simulation (Monte-Carlo si le modèle est génératif) pour étudier la significativité d'une caractéristique observée dans un réseau. Ces modèles constituent la

brique élémentaire de toute analyse *in silico* de processus autour des réseaux (voir après) et leur estimation peut constituer une véritable challenge computationnel pour des réseaux de grande taille. Par ailleurs, on note également des liens entre topologie des réseaux et topologie algébrique. Enfin, pour évaluer la robustesse ou la fragilité d'un réseau suite à la suppression de sommets ou d'arêtes, la percolation est étudiée, de façon analytique ou par simulation. Cependant, les interactions modélisées par les réseaux sont de plus en plus considérées dans un contexte, ce qui se traduit mathématiquement par l'utilisation de covariables sur les sommets ou les arêtes à intégrer dans les approches décrites précédemment. De même, le contexte est également spatial dans nombre de réseaux dits "spatiaux" (en particulier écologiques) où les sommets sont des entités situées dans l'espace. Ces éléments de contexte conduisent à complexifier les approches au delà de l'étude simple des connexions.

#### ► **Les phénomènes dynamiques sur les réseaux**

Pour de nombreux travaux, le réseau n'est pas l'objet de l'étude mais le support de la diffusion d'un processus d'intérêt. Selon les cas, on parle de cascade, de diffusion ou de propagation de "failure", de rumeurs, d'épidémies, sur un réseau. Au niveau mathématique, ces études s'appuient sur des modèles épidémiques par équations différentielles, et nécessairement s'appuient sur les différents modèles de graphes aléatoires. On note également des travaux basés sur la théorie du contrôle qui décrivent la contrôlabilité de différents réseaux réels et modèles. De nouveau, l'introduction de covariables induit un degré de complexité supplémentaire, lorsqu'il s'agit d'intégrer dans un modèle de diffusion les effets de la topologie et les effets de cofacteurs comme l'homophilie ou la proximité géographique. Par ailleurs, des travaux modélisent la contagion complexe (par exemple, il faut être exposé à une rumeur venant de plusieurs amis avant de la croire) ou le comportement collectif dans les réseaux. De nouvelles questions mathématiques restent ouvertes quand il s'agit de modéliser une diffusion non homogène sur le réseau ou de supposer un espace d'état multiple ou même continu, par opposition à l'état binaire ("0/1", "malade/sain" par exemple). Une récente direction consiste par ailleurs à considérer la diffusion dans le réseau comme un processus à mémoire (prendre en compte le sommet précédent pour déterminer le sommet suivant), ce qui demandera de nouveaux développements mathématiques.

#### ► **Les réseaux temporels, dynamiques**

La nécessité de modéliser l'apparition ou la disparition d'arêtes (ou plus rarement de sommets) conduit à l'étude de réseaux dits temporels, évoluant ou dynamiques. Les notions abordées pour les réseaux statiques sont alors à redéfinir dans ce cadre. De nouveau, le rôle de covariables (homophilie) ou de la mémoire dans la création des arêtes conduit à leur intégration dans les modèles. Par ailleurs, plusieurs travaux relèvent le challenge majeur consistant à coupler les phénomènes de diffusion précédemment cités avec les réseaux temporels, en caractérisant l'interaction entre ces deux dynamiques.

#### ► **Les multi-réseaux**

Depuis quelques années, de nouveaux développements traitent de l'analyse ou de la modélisation de réseaux multiples, sans les angles de la topologie ou de la dynamique comme précédemment présenté par les réseaux uniques. On distingue les réseaux multiplexes ou multicouches ou multidimensionnels, avec des sommets identiques et différents types d'arêtes (par exemple, différents types d'interactions entre espèces). On parle aussi de réseaux superposés pour étudier la diffusion conjointe de plusieurs épidémies sur un même réseau social, la dynamique couplée du comportement social et de la diffusion d'une épidémie, ou des processus cognitifs parallèles dans les réseaux neuronaux. On parle par ailleurs de réseaux de réseaux pour caractériser des réseaux interdépendants, avec des arêtes de dépendances entre sommets des deux réseaux. En particulier au niveau des infrastructures, la dépendance peut être critique et résulter de l'effet de la proximité dans l'espace. Si le panel des différents réseaux multiples est déjà large, le champ des mathématiques associées est encore à explorer.

### ► Construction des réseaux

Au delà des protocoles et équipements pour collecter les données d'interactions, les mathématiques sont présentes pour la construction de réseaux à partir de la donnée brute, en particulier pour les données biologiques (puces à ADN par exemple) où il s'agira de contenir les effets des irrégularités et bruits de mesures. On cherchera par exemple à prédire des contacts sociaux à partir de données à haut débit de GPS, RFID ou téléphone mobile. De nombreux travaux portent enfin sur la prédiction d'arêtes manquantes ou erronées.

g. Fluides géophysiques complexes : écoulement des glaciers, boues et laves torrentielles, avalanches



### Enjeux environnementaux

Les écoulements considérés, écoulements de glaciers, de boues, laves torrentielles, avalanches sont complexes à plus d'un titre. Tout d'abord, ces fluides sont non newtoniens, et ceci peut poser des difficultés aussi bien en terme d'analyse mathématique que de modélisation numérique, tout particulièrement pour les écoulements peu profonds. Ensuite, la topographie du fond est extrêmement perturbée (écoulements géophysiques), de surcroît mal ou peu connue (données incertaines). D'autres difficultés apparaissent telles que les zones mortes ("bouchons": zone solide); des incertitudes pèsent également sur les coefficients des lois rhéologiques (passage laboratoire/terrain ou micro/macro; modèles en soi); et aussi d'autres sources d'incertitudes telles que les conditions aux limites. Une caractéristique de ces écoulements géophysiques est également l'aspect multi-échelles, multi-régimes et grande taille des problèmes. Ce dernier point interdit bien souvent de résoudre les équations primitives. C'est pour ces raisons-ci qu'il faut chercher à dériver des modèles réduits (e.g. modèles de St Venant), robustes (e.g. stabilité paramétrique) et abordables du point de vue du calcul.

Quatre thématiques pluridisciplinaires ont été retenues, avec pour objectif d'identifier les verrous actuels dans chaque domaine, du modèle terrain et données satellites à la modélisation physique, numérique en passant par l'analyse mathématique.

Rhéologie des fluides complexes, granulaires ou à suspension : modèles et expériences, lois comportementales, instabilités, modèles numériques, multi-échelles, multi-phases.

Glaciologie : modélisation, écoulements multi-échelles, asymptotiques, multi-régimes, données satellites et in-situ.

Analyse mathématique et numérique : films minces avec singularités, modèles bien posés, schémas numériques.

Modèles d'EDP géophysiques : perturbations stochastiques, sensibilité et robustesse aux paramètres, écoulements multi-échelles.

Du côté numérique, il faut construire des schémas de résolution consistants et améliorer les temps de calcul (tant via l'aspect algorithmique que via l'aspect matériel sur les architectures émergentes). Les méthodes numériques classiques ne sont généralement pas adaptées lorsque l'on passe des modèles newtoniens aux modèles non-newtoniens.

Notons également que les aspects HPC sont évidemment à prendre en compte pour aller vers des applications réalistes en géophysique (et avec des temps de calcul raisonnables) : la parallélisation et l'utilisation de matériels variés (CPU, GPU, etc) demandent la mise au point de méthodes mathématiques/

numériques/informatiques nouvelles pour être efficaces. Les codes subtils d'hier peuvent devenir inefficaces sur ces nouvelles architectures.

## Défis mathématiques et de modélisation

### A) Rhéologie des fluides complexes, granulaires ou à suspension

Les fluides géophysiques (boues, laves, glace, boues torrentielles, avalanches) sont tous non newtoniens et exhibent souvent un comportement visco-plastique avec existence d'un seuil d'écoulement.

Les "fluides à seuil" sont une modélisation mathématique de ce principe. Cependant, **la validation expérimentale d'un tel modèle nécessiterait la connaissance de la relation contrainte/taux de déformation aux très faibles déformations ce qui est inaccessible actuellement même avec les instruments les plus sophistiqués**. Ceci est corroboré par les dernières analyses mathématiques (formelles) qui mettent en exergue une singularité à la transition fluide/solide. Une tentative possible de validation expérimentale des lois à seuil serait de faire des mesures sur un écoulement permanent non uniforme pour explorer les faibles déformations.

Outre l'aspect seuil, on rencontre d'autres difficultés inhérentes aux fluides non newtoniens : problème de reproductibilité, effets temporels (visco-élasticité, vieillissement) qui mènent à d'importantes incertitudes sur les coefficients des lois de comportement. Pour les fluides géophysiques, la situation est pire puisque, en dehors du cas particulier de la glace, on ne dispose que de très peu de données expérimentales. Se posent également les problèmes d'échelles et du passage de l'expérience en laboratoire aux expériences in situ : une possibilité serait d'utiliser les expériences in situ comme rhéomètre opérationnel pour obtenir une rhéologie effective des fluides non newtoniens géophysiques.

Voici deux grandes thématiques qui ont pour intérêt leur complexité due au seuil plastique, à la loi puissance, au problème de l'élasticité stockée en écoulement, etc. :

- Régularisation temporelle des fluides à seuil : il serait nécessaire d'intégrer la variable temps dans les lois de comportement pour tenir compte des effets élastiques dans les fluides visco-plastiques. Certains fluides, thixotropes ou visco-élastiques généralisés, exhibent un comportement à seuil en temps long. Une analyse fine tant du point de vue théorique que numérique est nécessaire pour comprendre la transition fluide/solide dans ce type de fluide. En particulier, il manque de simulations numériques robustes d'écoulements à surface libre de ces fluides.
- Dynamique de fracture/rupture : On ne sait pas encore bien décrire et modéliser le départ d'une avalanche ou d'un glissement de terrain. Se cache derrière la notion de rupture ou fracture qui est encore mal comprise dans les fluides visco-plastiques. Les solutions proposées actuellement sont essentiellement numériques et reposent sur l'introduction d'un seuil de rupture. Là encore, l'introduction de la variable temporelle pourrait désingulariser cette classe de modèles. Une solution mathématique possible serait alors de considérer des fluides visco-élasto-plastiques : la dynamique de rupture est une conséquence de la propagation d'ondes élastiques très rapides. Mathématiquement, cela se traduit par un problème de perturbations singulières (en temps) dans un système d'EDP.

La modélisation rhéologique classique des fluides viscoplastiques utilise les modèles de Bingham ou d'Herschel-Bulkley. Pour les milieux granulaires, une loi viscoplastique frictionnelle a récemment été proposée (rhéologie  $\mu(I)$ ) qui se réduit au modèle de Drucker-Prager dans la limite quasi-statique) : sa forme est proche du modèle de Bingham mais le seuil et la viscosité dépendent de la pression. Ces lois constitutives sont capables de décrire certaines situations tridimensionnelles complexes (effondrement

d'une masse, instabilité de surface, etc). Cependant, ces lois simples, souvent établies dans des configurations de cisaillement simples, ne décrivent pas encore l'ensemble des comportements rhéologiques de ces milieux. Nous listons ci-dessous certains points encore non décrits par les rhéologies classiques.

Pour les fluides à seuil :

- Seuil d'écoulement. En partant d'un état liquide, le critère de von Mises semble être assez robuste. Par contre, lorsque l'on part de l'état solide, il n'est pas le plus adapté car il ne rend pas compte de l'anisotropie observée expérimentalement : quel serait alors un bon critère ? Plus généralement, la caractérisation des zones déstabilisées/de rupture est un point crucial qui demande à être mieux compris (lien typique avec les zones de départ dans le cas des glissements de terrains et des avalanches).
- Lois élasto-visco-plastiques (notamment en lien avec certains écoulement géophysiques).
- Dépendance à l'histoire du cisaillement.

Pour les milieux granulaires et les suspensions :

- Milieux granulaires secs, au-delà de la rhéologie  $\mu(I)$  : écoulements quasi-statiques (hystérésis, bande de cisaillement, effets de taille finie, besoin d'approche non locale), transition vers les régimes dilués (théorie cinétique, ...), rôle de la préparation initiale (dilatance).
- Pour les suspensions newtoniennes : étude de la viscosité et des contraintes normales pour les concentrations élevées, rôle de la rugosité, rôle du gradient dans les lois de comportement, couplage avec la mécanique des sols (présence de plug du fait d'une concentration au-delà d'une valeur critique), prédiction de la dépendance de l'histoire du cisaillement relativement à la micro-structure.
- Lorsqu'on traite de suspensions, se pose la question de l'extension de propriétés linéaires vers le non-linéaire (e.g. équations de migration associées à la contrainte particulaire).
- Pour revenir aux mécanismes microstructuraux, dans le cas des suspensions, la notion de contact hydrodynamique entre particules est une source de problèmes ouverts pour mieux comprendre son impact sur la rhéologie (anisotropie, contrainte particulaire et les inhomogénéités induites par écoulement). Il y a, à l'heure actuelle, une étude essentiellement basée sur la dynamique stokesienne et l'on se demande si l'on ne pourrait pas aborder des problèmes comme la rugosité hydrodynamique avec d'autres méthodologies qui restent à mettre au point.
- Equation diphasique : quelles lois constitutives ? migration ? couplage entre la dilatance et la rhéologie viscoplastique dans les modèles à deux phases. Dans le cas d'écoulements « stick-slip » pour les suspensions de particules concentrées, il faut mieux comprendre la théorie d'Iverson et les effets de la pression interstitielle.

En ce qui concerne la rhéologie  $\mu(I)$ , des travaux récents permettent de classier les zones où le modèle est mal ou bien posé. Cette étude est réalisée sur un écoulement de base stationnaire. Qu'en est-il pour le cas d'un effondrement granulaire ? L'écoulement est instationnaire et la réponse à ce problème difficile permettrait d'éclairer les situations plus proches des applications. Par ailleurs, peut-on revisiter la rhéologie  $\mu(I)$  avec une vision micro-macro par homogénéisation ?

L'approche homogénéisation intervient évidemment aussi dans l'étude des modèles multfluides/multiphasés où de nombreux aspects restent à comprendre.

## B) Obtention de modèles de Saint Venant

Ces modèles, par leur simplicité, permettent d'étudier une grande variété de phénomènes (avalanches de neige mouillée, laves torrentielles, laves volcaniques, glissements de terrain) sans trop sacrifier leur complexité. Ils sont utilisés en ingénierie dans la conception d'ouvrages de protection (digues,

paravalanches) et l'établissement de zones à risques.

- Consistance des modèles de Saint Venant : Il existe une littérature abondante sur la dérivation de modèles de Saint Venant consistants pour une grande variété de fluides non newtoniens (en loi de puissance, visco-plastiques, viscoélastiques).
- Transition fluide-solide dans les fluides visco-plastiques : Les modèles de Saint Venant consistants sont obtenus dans ce cas sous des hypothèses très restrictives : le fluide doit toujours être en déformation, même faible (c'est la notion de pseudo-plug introduite par N. Balmforth). La transition fluide-solide dans des écoulements de films à seuil est encore très mal comprise et un effort important en particulier sur **l'analyse numérique** est nécessaire pour mieux comprendre ces écoulements. Les pistes évoquées sont la régularisation des lois à seuil ou l'utilisation de lois de comportement plus réalistes comme les modèles de films thixotropes.
- Stabilité des modèles de Saint Venant : Les résultats sont encore très partiels pour les films visqueux. **Cette question est intimement liée au caractère bien posé des équations de Navier-Stokes à surface libre pour les fluides visqueux et à la régularité des solutions.** Cette dernière hypothèse est pourtant le point de départ de toutes les dérivations de modèles de Saint Venant. La présence de la surface libre rend difficile la transposition des résultats classiques sur Navier-Stokes en domaine borné même pour les fluides newtoniens. Concernant les fluides non newtoniens visco-plastiques, on ne dispose que de résultats d'existence de solutions faibles (peu régulières) en domaine borné.
- Topographie - Fronts : Les modèles de Saint Venant ne sont obtenus que sous des hypothèses assez restrictives quant à la géométrie de l'écoulement : les modulations de la topographie sont faibles (en accord avec l'approximation onde longue) et la hauteur de fluide est toujours non nulle. Ces hypothèses excluent donc des situations rencontrées en pratique : une avalanche, un glissement de terrain ou une rupture de barrage correspondent plus à l'avancée d'un front. De plus les topographies rencontrées en géophysique sont rarement des modulations faibles d'un plan. Un effort important doit être apporté sur la dérivation de modèle en présence d'un front d'autant plus qu'on dispose de plus en plus de résultats quantitatifs (mesure de pression, de vitesse) d'expériences en laboratoire ou in situ. Concernant la topographie, il faut une méthode de calcul de topographie effective, qui remplacera la topographie « réelle », en accord avec les hypothèses de dérivation des modèles de Saint-Venant.

### C) Glaciologie

La recherche sur l'écoulement des glaciers, notamment aux calottes polaires (Antarctique, Groënland), est essentielle pour estimer leur bilan de masse global et donc leur contribution à l'élévation du niveau des mers.

La glace est un matériau complexe : polycristallin, anisotrope, hétérogène et pouvant présenter de forts gradients thermiques. À ces échelles, c'est une couche de **fluide mince à surface libre** reposant sur une topographie pour l'essentiel non cartographiée. La glace est vue comme un fluide non newtonien, obéissant à une loi de puissance dont **la viscosité dépend de la température**. Ce choix fait consensus dans la communauté des glaciologues. La couche de glace s'écoule jusque dans l'océan où elle repose puis finit par se fracturer : son comportement est alors plus proche d'une plaque solide élastique. L'eau issue de la fonte éventuelle en surface (eg Groënland) peut s'infiltrer à la base du glacier et induire des modifications de la « friction » au fond; apparaît alors une interaction écoulement glaciaire - réseau hydraulique.

Il existe actuellement un grand nombre de modèles d'écoulements de glace, des plus simples (type lubrification ordre 0) aux plus complets (Stokes en loi de puissance, anisotrope, à surface libre), couplés à une équation sur la température et complétés par des conditions aux limites incertaines (conditions basales, topographie). Cette famille d'écoulements est fortement multi-échelle (glace posée, fleuves de glaces observés aux calottes polaires) au sens où une grande disparité d'échelles spatiales et temporelles sont nécessaires pour les décrire correctement.

- Modèles de couches de glace et instabilités :

L'obtention rigoureuse de modèles réduits de type Saint Venant est un enjeu majeur de la modélisation de l'écoulement des glaciers. Les modèles cherchés doivent être valables pour l'ensemble des régimes observés. Un soin particulier doit être apporté sur la prise en compte des conditions aux limites au fond. Une fois obtenus, ces modèles doivent, en retour, permettre d'obtenir une bonne description de la dynamique de l'écoulement des glaciers et rendre compte d'un certain nombre de phénomènes plus ou moins bien documentés :

- ▶ Stabilité/Instabilité de la ligne d'échouage : c'est l'endroit où la couche de glace plonge dans l'océan. La dynamique de ce point critique est aujourd'hui mal connue.
- ▶ Instabilités de surface libre : les données satellites rendent compte de la formation d'une grande variété de motifs à la surface des glaciers (micro-collines à l'échelle du glacier : « drumlins », « ribbed moraines », et « striations »). Ces formations ne sont pour l'heure décrites qu'à l'aide de modèles linéaires.
- ▶ Fleuves de glaces : dans certaines conditions, l'avancée du glacier est accélérée. Si on a mis en évidence un certain nombre d'éléments susceptible d'expliquer le phénomène (influence des rivières et lacs souterrains qui jouent le rôle de lubrifiant, changement de température), on ne dispose pas encore de modélisations mathématiques qualitatives.

L'introduction de la **dynamique de rupture** (crevasse, vêlage) dans les modèles et le couplage avec des modèles de climat sont également des enjeux importants.

La question de la **quantification des incertitudes et l'analyse de sensibilité** liées aux modèles utilisés (influence de la friction, de la loi de comportement, de la topographie) est un problème majeur pour donner une mesure de la fiabilité des résultats numériques (voir dernier paragraphe).

- Données de type couches isochrones :

La chute puis la transformation de la neige sur la calotte glaciaire induit la formation de couches de glace. Les données d'observation en profondeur obtenues par radar permettent d'avoir accès aux différentes couches, en particulier leur géométrie. Le carottage à la calotte glaciaire donne quant à elle une information sur l'apport initial de neige à une époque donnée. On obtient ainsi une information type lagrangienne mais intégrée dans le temps, qui pourrait permettre en retour de faire un historique du champ de vitesse.

Tout le problème concerne la manière dont on reconstruit le champ de vitesse à partir de ces données : à l'heure actuelle, les calculs analytiques ont été fait en 2D vertical sous l'hypothèse forte de champs de vitesse irrotationnels. Cette hypothèse, raisonnable sur les couches proches de la surface libre, devient très discutable au fond où des formes de repliements (folding) sont observées.

La modélisation et analyse mathématique fine de ce type d'observations originales seraient susceptibles d'apporter des informations sur le comportement et l'historique des glaciers. Aussi, la construction d'observateurs mathématiques dans le cadre d'un outil d'**assimilation de données** permettrait de mieux contraindre les modèles de dynamique de ces écoulements.

## D) Analyses de sensibilité et propagation des incertitudes

L'analyse de sensibilité et la propagation d'incertitudes dans les modèles d'écoulements géophysiques à données incertaines, voire inconnues (topographie, rhéologie, conditions aux limites, surface libre), est un thème vaste et complexe. Est présenté ici un survol des outils statistiques pour l'analyse de sensibilité, et la propagation d'incertitudes :

- Les méthodes statistiques portant notamment sur l'optimisation du tirage dans les méthodes de type Monte-Carlo, l'estimation des indices de Sobol, la construction de métamodèles. Ces approches statistiques sont robustes dans le sens où elles sont globales mais peuvent être prohibitives d'un point de vue coût de calcul, ou encore non établies pour des modèles non linéaires.
- Une méthode de Galerkin basée sur les polynômes du chaos, et appliquée au système d'Euler compressible. Il s'agit d'une approche solide, précise, mais reste intrusive et limitée à un faible nombre de paramètres (typiquement une dizaine). Une approche préliminaire non intrusive et basée sur les polynômes du chaos a également été présentée.

Les méthodes basées sur l'assimilation variationnelle et les approches hybrides variationnelles – stochastiques existent mais ne sont pas abordées ici.

D'un point de vue plus général, rappelons simplement que l'élaboration de méthodes de propagation d'incertitudes, d'analyses de sensibilité aux paramètres, qu'elles soient déterministes et/ou stochastiques, constituent des outils clefs tant pour la bonne compréhension des modèles que des écoulements eux-mêmes.

### **Enjeux de communication et transmission**

- Benchmarks et interactions :

Dans l'idéal, un des moyens qui pourraient rassembler les communautés modélisations et mathématiques serait d'avoir une série de benchmarks robustes (reproductibilité, caractérisation, etc) sur lesquels on pourrait comparer les expériences, les solutions analytiques éventuellement disponibles et les simulations numériques. Il semble qu'il y ait encore du travail pour arriver à cela. Que ce soit pour déterminer des matériaux ou des expériences 3D qui seraient de bons candidats ou des méthodes numériques adaptées. Dans cette attente et en parallèle, au vu des nombreuses expériences physiques et des méthodes numériques disponibles, une autre approche sur laquelle les communautés peuvent interagir est de recenser conjointement (et il est clair qu'il en existe) : une liste de données expérimentales disponibles, une liste de problèmes ouverts associés et une série de questions communes. L'établissement de nouveaux modèles mécaniques thermodynamiquement consistants pour les difficultés associées aux écoulements géophysiques est un aspect de développement à poursuivre et qui fera un lien naturel entre les deux communautés.

- Formation, diffusion et maintenance de codes

Un besoin sur la communication est apparu entre les communautés modélisations et mathématiques : des schémas numériques sophistiqués et très récents ne sont pas suffisamment exportés vers la communauté des physiciens alors que cela leur serait très utile. Réciproquement, le développement des méthodes doit se nourrir des modèles les plus récents pour renouveler des questions mathématiques de qualité au regard des enjeux physiques actuels. La tâche n'est pas triviale mais elle est une source de saine progression. D'un point de vue pratique, il serait bienvenu de mettre en place des ateliers de formation pour les utilisateurs et éventuellement des « plates-formes » pour une maintenance pérenne et une diffusion facilitée des méthodes numériques/codes « libres » (on peut penser à l'exemple de *Clawpack*, *Gerris*, etc.).

- Transfert de connaissances vers la société

D'autre part, il semble qu'il y ait aussi un véritable enjeu de médiation scientifique à réaliser auprès de la société. En effet, dans le domaine des avalanches, par exemple, l'utilisation des développements académiques peut se retrouver sur des tâches d'ingénierie très « exposées » sur les plans sociétal et juridique. Il y a donc un travail important à réaliser auprès des acteurs concernés sur l'état de l'art des connaissances académiques et ce qu'elles permettent d'obtenir en termes de précision des prévisions (à ce sujet, on pourra par exemple lire l'écho qu'en a donné *le Monde* dans son édition du 26 février 2014 – supplément Sciences & Médecine).

## 2. Gérer l'aléa

L'aléatoire est indispensable pour comprendre le comportement à l'échelle de l'individu ou à l'échelle microscopique. Seulement, se contenter de l'échelle discrète est limitant pour une analyse plus poussée des comportements collectifs. C'est pourquoi nous observons un mélange de méthodes déterministes et stochastiques. Ce mélange se retrouve, non sans hasard, dans d'autres domaines où l'augmentation des résolutions implique une prise en compte des très petites échelles aléatoires.

- *Théorie des jeux et planète terre* 
- *Déplacements collectifs : auto-organisation et émergence*  
- *Quantification des incertitudes dans le contexte environnemental*   
- *Modélisation déterministe-stochastique*  

Les textes originaux sont disponibles, dans leur intégralité, en annexe D :

- *Théorie des jeux et planète terre, Sylvain Sorin, Faculté de Mathématiques Combinatoire et Optimisation, IMJ, CNRS UMR 7586*
- *Déplacements collectifs : auto-organisation et émergence, Pierre Degond, Professeur de Mathématiques Appliquées, IMT Toulouse, CNRS*
- *Quantification des incertitudes dans le contexte environnemental, Clémentine Prieur, Professeur UJF-Grenoble, GdR MASCOT-NUM*
- *Modélisation déterministe-stochastique, Proposition CEMRACS 2013, Nicolas Champagnat, Tony Lelièvre et Anthony Nouy*

### a. Théories des jeux et Planète Terre



#### Enjeux environnementaux

En simplifiant beaucoup, deux grands types de formalisation en termes de jeux stratégiques peuvent être définis :

- Modèle A. **Agents rationnels** connaissant les caractéristiques de la situation d'interaction (joueurs, stratégies, paiements, information ...).

- ▶ Les exemples typiques sont les problèmes économiques (équilibre général, économie industrielle, commerce international, enchères, ...) sociologiques (stabilité des institutions, normes,...) politiques (procédures de vote ...). L'analyse identifie les déductions rationnelles des agents pour prédire leur comportement. Une construction similaire s'applique à l'échange d'informations (hiérarchie des croyances, connaissance commune...). Dans le cadre d'interaction répétées, les structures de communication permettent de construire des modes de reconnaissance et des normes de fonctionnement.
- ▶ Une des conséquences possibles de l'analyse de type A est de résoudre des problèmes inverses. Etant donné des issues souhaitées (en terme d'efficacité, d'égalité, de justice ...) on définit une structure d'interaction (type d'agents, information, actions, déroulement, ...) adaptée telle qu'un déroulement rationnel les génère. Ce domaine correspond à la théorie du "mechanism design".
- **Modèle B. Individus, gènes, cellules, automates ... en grand nombre, qui possèdent éventuellement une information partielle et une rationalité bornée.** La dynamique est générée par l'effet au niveau global de procédures locales d'ajustement ou d'adaptation. En général la dynamique est à temps discret et aléatoire, basée sur une perception partielle de l'environnement et non-anticipative. Un état typique est donné par une population caractérisée par une certaine proportion  $x(n)$  de types (dans un ensemble fini). Les cadres typiques sont les dynamiques de populations ou l'évolution de la congestion sur un réseau.
- Un troisième thème correspond à l'utilisation de méthodes ou d'outils issus de la théorie des jeux dans des situations où il y a interaction avec un environnement variable et difficile à préciser : modèles d'apprentissage, tests robustes, automates et complexité.
- De nombreux phénomènes se modélisent par des modèles intermédiaires entre A. et B. qui sont actuellement en plein développement : Soit introduisant dans le cadre (A) des aspects de rationalité limitée ou de complexité bornée (au niveau de la mémoire, de l'anticipation ou de la hiérarchie des déductions ...) ou au contraire partant du modèle (B) et introduisant des types de comportement plus sophistiqués ( avec des actions dépendant d'un état interne ( par exemple, test/punition/coopération) ou d'un signal externe : corrélation via des signaux exogènes)
- Notons qu'il est très difficile en pratique d'évaluer la manière dont un agent classe les résultats : sa fonction d'utilité ou sa relation de préférences. Dans de nombreux exemples simples, on identifie résultat et évaluation. Cette pratique est en particulier justifiable dans deux grands domaines d'application : biologie et modèle de transport.
- L'un des intérêts de la modélisation est d'obtenir des propriétés du modèle indépendantes du domaine d'application et permettant parfois des transferts de procédures et de résultats ( par exemple, réplicateur et dynamiques de non regret ...).

### Défis mathématiques

- Sur les modèles de type A., l'un des principaux problèmes est la multiplicité des équilibres et l'analyse rejoint les théories de sélection d'équilibre. Une des directions possibles est de considérer des jeux "réduits" ( équilibres publics, bornes de complexité ...). La construction/structure de leurs équilibres fait apparaître des contrats de comportement : émergence de normes sociales.
- À propos des jeux d'évolution, modèles de type B, les problèmes mathématiques concernent en particulier les points suivants :
  - ▶ Approximation discret /continu : Cela concerne aussi bien le nombre des agents, l'espace d'états, le temps.

- ▶ Différentes échelles de temps, lorsque la structure du jeu évolue au cours du temps. C'est en particulier le cas lorsque les participants se caractérisent, en plus de leur action ou type, par leur appartenance à un groupe (qui peut être une réaction à un signal, un code ou un mode de comportement spécifique). Il y a alors évolution au niveau microscopique d'une sous population et évolution comparée des sous-populations dans la population totale.
  - ▶ Extensions des possibilités stratégiques avec délégation et génération de nouveaux participants. L'exemple typique concerne les jeux de congestion où la masse des participants est donnée mais le résultat en terme de congestion est fonction de la configuration : population non atomique, agents avec stocks divisibles ou non ... En particulier la structure du jeu évolue au cours de l'interaction.
  - ▶ Propriétés asymptotiques des trajectoires. Il peut y avoir multiplicité d'attracteurs et certaines orbites cycliques dominent des issues stationnaires (instables). En particulier, la comparaison stabilité dynamique/stationnarité/stabilité "rationnelle" est un domaine de recherche difficile et exigeant. Il est aussi important d'identifier les dynamiques éliminant les stratégies dominées ou satisfaisant des propriétés de persistance.
- Une des difficultés de l'analyse de questions de perturbation/robustesse/stabilité en théorie des jeux est l'apparition de phénomène de dominos ou de boucle : augmenter l'espace de types d'un agent fait également croître l'espace des croyances de ses adversaires.
  - Enfin le domaine privilégié d'expérimentation mathématique correspondant à une étude en laboratoire est la théorie générale des jeux répétés à 2 joueurs et à somme nulle. Ce cadre privilégie les hypothèses mathématiques bien définies et considère la situation extrême de conflit pur. On peut alors étudier simultanément les aspects stochastiques de l'interaction, les problèmes d'information incomplète sur l'état, l'impact d'existence de signaux sur les actions. L'analyse étudie en particulier la robustesse des quantités caractéristiques en fonction de la durée de l'interaction i.e. l'évaluation de la suite des résultats le long de la trajectoire. Parmi les domaines récents en plein développement on peut souligner le passage en temps continu et le lien avec les jeux différentiels, l'étude du jeu limite et du comportement asymptotique (en fonction de fraction de la durée du jeu) et finalement l'analyse du comportement uniforme.
  - Signalons également l'existence d'une littérature importante sur les modèles de croissance équilibrée (avec différents agents et des aspects stochastiques) où les développements récents portent sur les questions d'évaluation endogène (et relèvent de question d'optimisation stochastique plus que d'interactions).

## b. Déplacements collectifs : auto-organisation et émergence



### Enjeux environnementaux

L'étude des déplacements collectifs, et plus particulièrement des phénomènes d'auto-organisation et d'émergence, a des répercussions sur la compréhension des phénomènes biologiques mais aussi sociaux avec pour exemples :

- Migration collective des cellules en embryogénèse : importance pour la compréhension des phénomènes disrupteurs de l'embryogénèse (poisons, polluants, réchauffement)
- Mouvements collectifs dans les populations animales : importance des mécanismes sociaux dans les performances reproductrices : influence sur l'évolution des stocks d'animaux grégaires (poissons par exemple)
- Mouvements sociaux : foules, phénomènes de grégarisme dans les comportement économiques et sociaux : formation de bulles.

## Défis mathématiques

Les capacités auto-organisatrices des systèmes ne sont pas directement encodées dans les mécanismes d'interactions entre les individus (le tout est plus que la somme des parties). Comprendre comment celles-ci émergent des comportements individuels questionne le lien micro/macro.

La vision traditionnelle est que le macro est la traduction directe des phénomènes micro. Dans le cas des phénomènes d'émergence, ce n'est pas le cas. Les outils traditionnels liant les modèles macros aux comportements micros reposent sur différentes prémices qui font défaut aux phénomènes d'émergence :

- l'hypothèse d'indépendance statistique des agents dans la limite où ceux-ci sont en nombre infini (hypothèse de la propagation du chaos)
- les lois de conservation (les modèles macroscopiques expriment généralement des principes physiques de conservation, conservation de l'impulsion, de l'énergie) qui ne sont pas vérifiées dans la plupart des systèmes biologiques ou sociaux
- la marche vers le désordre maximal, exprimée par le second principe de la thermodynamique et l'existence d'une fonctionnelle d'entropie dont l'évolution est monotone. L'émergence traduit au contraire une forte robustesse de l'auto-organisation qui semble être la règle plutôt que l'exception (y compris au niveau moléculaire, à l'intérieur de la cellule par exemple). Il n'existe pas d'objet semblable à l'entropie pour caractériser les phénomènes d'auto-organisation.

Aborder les phénomènes d'émergence demande le renouvellement en profondeur des disciplines traditionnellement concernées par le lien micro/macro, et en premier lieu la mécanique statistique et la théorie cinétique. Notons une piste prometteuse : celle consistant à combiner théorie cinétique et théorie des jeux dans l'esprit de la théorie des jeux à champ moyen [Caceres et al., 2011], [Lasry et al., 2007]. En effet, les systèmes d'agents biologiques ou sociaux sont intimement liés aux concepts de la théorie des jeux (maximisation d'une fonction d'utilité, stratégies, etc.).

### c. Quantification des incertitudes dans le contexte environnemental



## Enjeux environnementaux

Lorsqu'on s'intéresse à la conception, la modélisation et l'analyse de modèles complexes et/ou de modèles de prévision dans un contexte environnemental : changement climatique, systèmes régionaux de prévision pour l'océan et l'atmosphère, évolution de la qualité de l'air et de l'eau, interactions entre agriculture, environnement, et biodiversité... , il faut tenir compte de nombreuses sources d'incertitudes telles que l'incertitude sur les modèles, l'aléa naturel des phénomènes, l'incertitude sur de nombreux paramètres physiques...

Une bonne prise en compte des incertitudes est nécessaire à la compréhension, la prévision et éventuellement au contrôle de tels systèmes.

## Défis mathématiques

Ci-dessous sont listés quelques problèmes spécifiques :

- la dynamique spatio-temporelle est souvent très complexe et difficile à modéliser,
- lorsque les modèles sont discrétisés sur des grilles de plusieurs millions de points, il devient nécessaire de développer des techniques de réduction efficaces (on verra ici l'intérêt d'hybrider les outils déterministes avec des outils stochastiques),

- la réduction de dimension est elle-même source d'erreurs qu'il faut certifier précisément pour l'analyse de sensibilité,
- les entrées et les sorties des modèles sont très souvent fonctionnelles et corrélées, des efforts restent à déployer pour traiter efficacement ce type de problèmes (indices synthétiques, représentation des fonctions sur une base convenable...); on retrouve des enjeux type réduction de la dimension; la dimension effective peut elle-même être faible (approches sparses),
- les incertitudes peuvent impacter le comportement moyen du modèle, mais également certains comportements extrêmes qu'il faut absolument prendre en compte pour protéger l'environnement mais également les populations (pluies extrêmes, crues, tremblements de terre...), des techniques spécifiques doivent encore être développées (filtres particulières adaptés, théorie du risque multivarié...)

Un aspect clef de cet axe est qu'il nécessite le regroupement de spécialistes de différents domaines des mathématiques appliquées (numériciens, statisticiens, gestion de bases de données), mais aussi des experts des différents champs d'applications impliqués (géophysiciens, biogéochimistes, hydrologues...).

#### d. Modélisation déterministe-stochastique



##### Enjeux environnementaux

Le mélange de méthodes déterministes et stochastiques n'est pas simplement un effet de mode, il est une nécessité provenant de problématiques cruciales. Ainsi, cette thématique est actuellement au cœur de nombreux enjeux cruciaux comme la propagation des incertitudes (modèles déterministes, calculs de propagation stochastiques), et l'estimation des événements rares.

Les modèles hybrides, interviennent très naturellement en dynamique des populations, du fait notamment de la diversité des échelles impliquées dans les problèmes de biologie des populations. La composante aléatoire peut intervenir soit au niveau de l'individu (modèles individu-centrés, ou multi-agents), soit au niveau des densités de populations dans le cas de grands effectifs. On peut citer trois exemples parmi beaucoup d'autres :

- ▶ description déterministe de la dynamique des effectifs / description aléatoire de la dynamique des mutations et de leur invasion.
- ▶ En écologie des communautés, les espèces abondantes peuvent être modélisées de façon déterministe, tandis que les espèces en faible effectif ou dont la répartition spatiale est soumise à de fortes variations, sont modélisées de façon aléatoire.
- ▶ En épidémiologie, lorsque l'on souhaite modéliser la propagation d'une épidémie humaine à grande échelle un rôle crucial est joué par les déplacements à longue distance par avion, qui ne concernent qu'une petite fraction de la population. Dans ce contexte, il est nécessaire de modéliser de façon déterministe les déplacements et les contacts locaux, et de façon aléatoire les déplacements à grande échelle [Bajardi *et al.*, 2011].

##### Défis mathématiques

- Propagation des incertitudes  
Les modèles utilisés actuellement sont de plus en plus complexes, souvent non-linéaires, et il est donc difficile de prédire a priori comment des erreurs ou incertitudes sur les paramètres du modèle (les données en entrée) influent sur le résultat (la sortie).  
Ajouté à cela un coût de calcul élevé, les méthodes type Monte-Carlo et les approches statistiques, favorisées par les nouvelles architectures parallèles, sont en plein essor :

- ▶ Utilisation de modèles réduits obtenus par des approches déterministes pour rendre les méthodes de Monte Carlo plus efficaces
  - ▶ Calcul déterministe de la sortie en fonction des données [Ghanem *et al.*, 1991].
- les Modèles en dynamique des populations
- Les incertitudes sur les paramètres des modèles, voire sur la nature des interactions entre individus, dues à la difficulté d'obtention de données ou à la complexité des phénomènes biologiques, appellent une prise en compte de la propagation d'incertitudes dans les modèles. Quoiqu'encore peu utilisée aujourd'hui, cette approche est certainement amenée à se développer fortement dans le futur. L'étude de tels modèles pourrait par exemple être menée dans le cadre du contrôle de procédés d'épuration d'eau.
- Méthodes de Monte Carlo avancées
- Les méthodes de Monte Carlo sont utilisées dans de nombreuses problématiques tel que la simulation des événements rares [4] pour les problèmes de fiabilité. De nombreuses questions méthodologiques cruciales, et essentiellement ouvertes demeurent :
- ▶ Comment échantillonner efficacement un état stationnaire multimodal d'une dynamique markovienne non réversible ?
  - ▶ Comment générer efficacement des trajectoires d'un état métastable à un autre ?
  - ▶ Comment obtenir des modèles réduits sur quelques degrés de liberté, à partir d'un modèle complet en très grande dimension ?
- Équations aux dérivées partielles stochastiques (EDPS)
- Il s'agit d'un domaine très actif, à la fois sur les aspects théoriques (ergodicité, cadre fonctionnel adéquat pour les EDPS non-linéaires) et sur les aspects numériques (discrétisation efficace, analyse numérique des schémas) [Le Maître, *et al.*, 2010]. Les EDPS apparaissent naturellement dans de nombreux problèmes de modélisation, par exemple en dynamique des populations :
- ▶ étude de la colonisation ou de l'extinction d'une population spatialement structurée en écologie [Fournier *et al.*, 2004].
  - ▶ populations sujettes à l'évolution de traits continus en génétique des populations [Etheridge, 2004], [Champagnat *et al.*, 2006].
- Ces méthodes pourraient s'appliquer à d'autres domaines.
- Problèmes en grande dimension
- Récemment, un intérêt croissant a été porté aux méthodes de construction de bases d'approximation adaptées à la représentation de fonctions de grande dimension. De nombreux récents développements s'intéressent à l'utilisation de méthodes d'approximation non linéaire pour la construction de bases réduites choisies dans des ensembles particuliers de fonctions [Barron *et al.*, 2011], [Rozza *et al.*, 2008], [Champagnat *et al.*, 2006], [Cohen *et al.*, 2006], [Buffa *et al.*, 2012], [Temlyakov, 2008]. De nombreuses difficultés restent cependant à surmonter pour l'analyse de ces méthodes et le développement d'algorithmes pour une large classe de modèles.
- Un véritable enjeu industriel consiste à développer des algorithmes de construction utilisant des codes de calcul en boîte noire.

### 3. Gérer un environnement incertain

Un environnement est incertain parce qu'on dispose de peu de données, comme c'est le cas pour la topographie des mers et des rivières, on utilise alors des approches statistiques telles que les

- Méthodes stochastiques pour l'analyse des valeurs extrêmes ou rares 

L'environnement peut aussi être incertain parce que variable dans le temps. Ainsi, nombreux sont les problèmes où l'humain intervient avec ses objectifs changeants. Nous cherchons alors à tester la robustesse ou la résilience des modèles dans ces environnements, mais aussi à prédire la dynamique et les stationnarités. Pour plus de détails, se référer aux fiches Théorie des jeux et Théorie des réseaux de la section Gérer l'aléa.

Les textes originaux sont disponibles, dans leur intégralité, en annexe D :

- Risques environnementaux : méthodes stochastiques pour l'analyse des valeurs extrêmes ou rares, *Clémentine Prieur, Professeur UJF-Grenoble, GdR MASCOT-NUM*

#### a. Méthodes stochastiques pour l'analyse des valeurs extrêmes ou rares



##### **Enjeux environnementaux**

Les outils stochastiques pour l'analyse du risque doivent être en mesure de fournir un moyen de déterminer à la fois l'intensité et la probabilité d'occurrence de phénomènes dommageables tels que les crues extrêmes, les inondations, les séismes ou les avalanches par exemple. Il est important d'être capable d'élaborer des méthodologies efficaces permettant de prévenir les risques naturels, notamment par la construction d'ouvrages de protection ou par la mise en œuvre d'une politique d'occupation des sols appropriée. Plusieurs mesures de risque ont été proposées et étudiées dans le cadre univarié. La plus répandue est sans doute la notion de période de retour, définie comme le temps moyen entre deux occurrences d'un phénomène extrême. On peut également étudier la fonction moyenne des excès qui correspond à la somme des excès dépassant un certain seuil élevé.

##### **Défis mathématiques**

- Enjeux en risque univarié :  
Il n'est pas rare de voir apparaître des non stationnarités dans les séries temporelles. Ces non stationnarités ont pour conséquence de rendre la notion de période de retour ambiguë. La notion de risque univarié nécessite d'être repensée dans ce contexte.
- L'étude du risque univarié suppose l'existence d'un unique facteur risque. Cette hypothèse est rarement réaliste. Par exemple, la crue d'un cours d'eau peut être décrite par sa durée, son volume et sa pointe, elle peut également être influencée par ce qui se passe au niveau des cours d'eau voisins. Il apparaît donc important de s'attarder sur la notion de risque multivarié.
- Enjeux en risque multivarié :
  - ▶ définir des mesures de risque ayant du sens,
  - ▶ développer des techniques d'estimation de ces mesures pour des niveaux de risque extrêmes.
- Définir les mesures de risques :  
Certains phénomènes sont extrêmes parce qu'ils sont conjointement de longue durée, d'étendue spatiale importante. L'exemple de la canicule de 2003 est un exemple frappant. Ce phénomène est

extrême parce qu'il s'est produit sur une longue période, sur une large échelle spatiale, avec une forte intensité diurne et surtout nocturne des températures. Définir une mesure de risque capable de prendre en compte cette conjonction de caractéristiques est également un enjeu important.

#### **QUELQUES-UNS DES DÉFIS MATHÉMATIQUES MAJEURS SE DÉMARQUANT :**

Les nouvelles mathématiques à développer sont nombreuses. Nous pouvons citer notamment un besoin de modèles et d'analyse des phénomènes encore peu conceptualisés :

- les écoulements de fluides complexes, sédimentaires, granulaires.
- le comportement humain, de l'individu, si peu rationnel, jusqu'aux phénomènes de groupe, avec l'influence culturelle, sociale, génétique.
- les interactions entre échelles et processus différents.

Des limites à l'approche déterministe sont atteintes et font naître un besoin de prendre en compte l'aléa, pour quantifier les incertitudes des modèles ou modéliser l'auto-organisation des organismes vivants.

# III. MATHÉMATIQUES DU NUMÉRIQUE

Nous nous intéressons ici aux mathématiques numériques. Ces mathématiques entretiennent des liens étroits avec la théorie. Passer de l'une à l'autre est presque un sport quotidien pour certains mathématiciens. Ces mathématiciens s'intéressent souvent à des problèmes provenant des applications : couplages de processus, validation de modèles, paramétrisation, calcul haute performance ... Pont entre l'abstrait et le concret, les mathématiques numériques souffrent parfois d'un manque de reconnaissance.

Il a été noté que les écosystèmes sont des systèmes complexes demandant de nombreuses simulations de processus différents et la manipulation d'un grand nombre de données hétérogènes. Pour étudier ces systèmes complexes, il ne suffit pas d'appliquer les algorithmes et analyses existants car chaque discipline a ses spécificités propres et des contraintes différentes. Au contraire, cela demande la maîtrise des fondements mathématiques, numériques et des sciences appliquées. Ce chapitre est l'occasion de présenter les apports et les besoins de cette discipline « entre » disciplines : le développement de nouvelles méthodes numériques, les tendances en analyse de données, et l'approche intégrée de systèmes complexes.

## Sommaire sous-section

1. Méthodes numériques	64
2. Analyse de données	71
3. Approche intégrée d'un système	78

# 1. Méthodes numériques

Les caractéristiques des modèles dépendent fortement des applications. Ainsi, si la

- *Modélisation de l'océan et de l'atmosphère*  se caractérise par des contraintes liées à la stratification, à la rotation ou au caractère turbulent des écoulements (cascade directe et inverse d'énergie),
- la *Modélisation des écoulements peu profonds*  est plutôt contrainte par des effets physiques encore mal décrits par les modèles, tels que les mécanismes d'érosion, et de nombreux paramètres incertains, tels que la topographie ou les coefficients de lois rhéologiques. L'évolution des modèles doit se faire en lien avec les progrès des connaissances sur les applications.

D'un autre côté, les méthodes numériques utilisées modifient la physique résolue. Le choix des méthodes de discrétisation a un impact important sur la solution physique des modèles. Pour évaluer le potentiel de ces approches émergentes, il faut mettre en place un développement systématique d'exercices d'inter-comparaisons dans des cas plus ou moins idéalisés afin de rationaliser les différents choix numériques et physiques.

Les textes originaux sont disponibles, dans leur intégralité, en annexe D :

- Méthodes mathématiques et numériques pour la modélisation de l'océan/atmosphère, *Florian Lemarié, INRIA -LJK, Grenoble*
- Prévention et gestion des risques liés aux écoulements peu profonds/non stratifiés, *Collaboration Bureau du GdR EGRIN (C. Berthon, F. Bouchut, S. Cordier, A. Mangeney, J. Sainte-Marie, R. Touzani)*

## a. Modélisation de l'océan et de l'atmosphère

### Enjeux environnementaux

La prévision à court ou long terme de l'évolution du système climatique (global et local) est au centre d'enjeux socio-économiques majeurs. La compréhension de la circulation océanique et atmosphérique est nécessaire aussi bien à l'échelle de la planète pour étudier les effets à long terme de l'évolution du climat, qu'à l'échelle régionale/côtière pour prédire localement des événements extrêmes notamment (e.g. ; les cyclones, les surcotes/décotes, les vagues "scélébrates" etc). Cette nécessité s'est traduite par la mise en place de nombreux centres opérationnels (ECMWF, Météo France, MERCATOR-Océan) et projets internationaux (GIEC, CORDEX, AMMA, VOCALS, consortium TASK (CNRS-IRD-PNUE)) dont il est attendu qu'ils aient un fort relai vers les politiques pour organiser la prévention des risques actuels et futurs.

### Contraintes de modélisation

La modélisation des écoulements géophysiques doit tenir compte des particularités de la dynamique observée ; parmi celles-ci l'influence de la rotation de la terre ainsi que de la stratification. L'océan et l'atmosphère sont des milieux stratifiés-tournants dont les nombres de Reynolds associés sont gigantesques si bien qu'il est informatiquement totalement inenvisageable de calculer exactement toutes les échelles de l'écoulement. La variabilité atmosphérique et océanique s'étend sur une très large gamme d'échelles de la

micro-échelle  $O(10^{-3}m, 10^{-3}s)$  à l'échelle globale  $O(10^7m, 10^{10}s)$ . Les interactions entre échelles, qui sont très fortes quelle que soit la partie du spectre que l'on considère, doivent être représentées si l'on souhaite simuler des écoulements de façon réaliste. Par conséquent, un modèle, dont la résolution est finie, devra inclure les interactions avec les échelles non-résolues de l'écoulement. Ces interactions sont calculées par des fermetures turbulentes qui correspondent à des paramétrisations sous-mailles plus ou moins empiriques. Ajoutons à cela que les fluides géophysiques sont contraints par la présence de frontières complexes (e.g. ; les côtes, montagnes ou fonds marins complexes) ce qui nécessite de nombreuses adaptations à fournir aux modèles et méthodes classiques de la mécanique des fluides. À titre d'exemples, la présence de côte a un impact direct sur l'ordre des schémas numériques utilisables, la bathymétrie/topographie accidentée imposera de s'intéresser aux erreurs de troncatures dans le calcul du gradient de pression, la stratification (problème de mélange diapycnal) et la cascade direct et inverse d'énergie entre échelles (propriétés de conservation et de dissipation des schémas) sont des contraintes fortes lorsque l'on conçoit des schémas d'advection pour les traceurs et la dynamique.

## Les outils de modélisation

Pour répondre à ces différents besoins sociétaux, les modèles numériques de l'océan et de l'atmosphère sont utilisés pour une large gamme d'applications sur des échelles spatio-temporelles très variées. Historiquement, deux grandes familles de modèles se distinguent : les modèles de circulation générale (GCM), conçus pour étudier la circulation à l'échelle globale avec des résolutions relativement grossières sur des échelles de temps longues, et les modèles régionaux (mésos et submésos-échelles) pour des études locales à haute résolution plus ponctuelles. Cette dichotomie s'est d'ailleurs ancrée jusque dans la communauté scientifique où la communauté climat et la communauté de modélisation régionale forment deux branches distinctes.

Schématiquement, un modèle numérique peut être vu comme l'union d'un cœur numérique, (idéalement) développé par les mathématiciens, et d'un jeu de paramétrisations des effets sous-maille, conçu par les physiciens, qui partagent un cadre informatique commun. La grande diversité dans les applications se retranscrit dans la diversité des modèles utilisés au sein de la communauté scientifique française. Le cœur numérique et les paramétrisations physiques de chaque modèle sont conçus pour être performants pour certains types de processus et/ou échelles caractéristiques cibles. Les modèles dont tout ou partie des développements numériques se font en France sont les suivants :

- Atmosphère : AROME/MESO-NH/Aladin/Arpège (Météo France), LMDZ/DYNAMICO (DYNAMical core on ICOSahedral Grid) (CNRS-LMD) , MAR (CNRS-LGGE). On peut ajouter à cette liste le modèle WRF (NCAR) développé principalement aux Etats-Unis mais largement utilisé au sein de la communauté française.
- Océan : HYCOM (SHOM), MARS (IFREMER), NEMO (CNRS-LOCEAN), ROMS (IRD/INRIA), SNH2012 (CNRS-LA), T-UGOm (CNRS-LEGOS).

Ces modèles se distinguent principalement par leurs hypothèses simplificatrices au niveau continu (équations primitives vs. Navier-Stokes compressible/incompressible/(quasi-)anélastique), leurs choix de coordonnées verticales (géopotentielle vs. pression vs. suivi de terrain vs. coordonnées hybrides ALE), leurs grilles horizontales (structuré vs. non-structuré vs. spectral), leurs algorithmes de discrétisation espace-temps (volumes finis vs. éléments finis vs. méthodes spectrale, ordre de précision, propriétés de monotonie et/ou de conservation) ainsi que dans leurs choix de paramétrisations physiques. Le développement de ces différents modèles est en perpétuelle évolution car la complexité des applications cible est elle-même en constante évolution. Dans la liste précédente, Arpège, LMDZ et NEMO sont des modèles globaux de climat utilisés par la communauté française pour contribuer aux simulations du GIEC (projet CMIP).

## Fonctionnement actuel entre communautés

Dans le paragraphe précédent, il est mentionné que le cœur numérique des modèles devrait idéalement être le fruit du travail des mathématiciens. Cependant, cette approche n'est pas celle qui a été suivie lors du développement de la grande majorité (voire la totalité) des modèles. En effet, ce sont essentiellement des physiciens, qui se sont formés aux méthodes numériques sur le tas, qui ont conçu les cœurs numériques usuels. Pour expliquer cela, on peut avancer plusieurs raisons :

- Les modèles développés dans la communauté le sont sous la « tutelle » d'instituts de physique (e.g., INSU, IRD, etc) qui ne comptent donc aucun mathématicien parmi leurs effectifs. Dans ce contexte, le plus gros de la tâche du développement de modèles incombe aux Ingénieurs de Recherche rattachés à ces instituts. Ce type d'approche revient à considérer que la mise au point d'un modèle numérique relève de l'ingénierie et non de la recherche, ce qui est une vue extrêmement discutable.
- Du fait de la complexité de l'océan/atmosphère, une connaissance assez poussée du « fonctionnement » de ces fluides est requise pour développer des schémas numériques pertinents. Historiquement, dans la communauté française tout du moins, il a été implicitement considéré que l'approche la plus pragmatique était pour les physiciens de se former au numérique plutôt que de sensibiliser les mathématiciens aux spécificités de l'océan et de l'atmosphère.

Les deux raisons avancées précédemment pointent vers une origine commune : le cloisonnement des physiciens et des mathématiciens dans des sections ou instituts qui interagissent peu, voire pas. La pénurie de postes actuelle n'a fait que renforcer ce cloisonnement car les candidats avec des profils « transverses » sont souvent relégués au profit de candidats mieux « formatés » pour une section donnée. On pourrait aisément imaginer que des recrutements transverses (e.g. ; section CNRS 41 pour 19 et/ou poste fléché section 19 en numérique) permettraient de significativement faire avancer les choses.

Quelles qu'en soient les raisons profondes, les conséquences de ce cloisonnement sont visibles notamment dans le retard de la communauté française en terme de développement de modèles sur maillages non-structurés. Les interactions entre mathématiciens et physiciens sur la problématique de l'océan et de l'atmosphère sont encore sporadiques et le dialogue souvent long à installer. Cependant, des initiatives récentes vont dans la bonne direction : contrats communs INRIA-IRD et INRIA-Ifremer/Previmer, action LEFEMANU, projet ANR COMODO, etc ...

## Enjeux futurs pour les modèles

Une tendance forte actuellement avec l'avènement des super-calculateurs est d'augmenter encore et toujours la résolution des modèles. Par conséquent, de nombreux modèles numériques d'océan et d'atmosphère sont maintenant utilisés pour des applications très différentes de celles pour lesquelles ils ont été originellement conçus. Cela soulève un certain nombre de défis :

- Les modèles globaux vont prochainement atteindre des résolutions pour lesquelles les modèles régionaux ont été développés. Ceci va nécessiter de réexaminer en profondeur les choix numériques adoptés par ces modèles et définis comme le standard pour la communauté climat. De plus, une augmentation de la résolution se traduit par des non-linéarités plus marquées et des interactions plus fortes entre échelles qui rendent les modèles plus sensibles aux choix numériques. Conjointement, les processus paramétrés, par exemple ceux associés aux nuages, sont fortement dépendant des échelles. Par conséquent, les schémas de paramétrisation des modèles globaux à haute-résolution doivent se comporter très différemment de ceux développés pour la basse-résolution. De leur côté, les modèles régionaux commencent à être activement utilisés pour la régionalisation de scénarii climatiques sur des échelles de temps très longues très différentes des échelles habituellement traitées avec ces modèles. Le fossé de résolution en espace et en temps entre la communauté climat et la communauté régionale tend à se réduire, ce qui plaide pour un rapprochement progressif de ces deux branches.

- L'augmentation de la résolution affecte également la formulation des modèles au niveau continu, notamment pour les modèles régionaux hydrostatiques d'océan. En effet, à des résolutions de l'ordre de quelques dizaines de mètres, les effets quasi-hydrostatiques et non-hydrostatiques (voire de compressibilité) ne sont plus négligeables, ce qui nécessite de revisiter les hypothèses simplificatrices à l'origine de ces modèles.
- Les modèles numériques vont évoluer dans leur complexité en intégrant à leur cœur dynamique/physique des composantes de biogéochimie marine, sédiments/morphodynamique ou de chimie atmosphérique et leurs interactions. De plus, en domaine côtier, l'effet des vagues et les bancs découvrants devront être pris en compte. Pour les modèles globaux, les interactions atmosphère/glace continentale/glace de mer/océan jouent un rôle clé pour le climat.
- Bien que considéré avant tout comme un problème de physiciens, la formulation des paramétrisations physique sous-maille doit de plus en plus être considérée comme un sujet d'intérêt par la communauté des mathématiciens en collaboration avec les physiciens. Tout d'abord, les méthodes d'estimation de paramètres peuvent être d'une grande aide dans la conception de paramétrisations (cf x III.1.1.a), ainsi que les approches stochastiques. L'étude mathématique des interactions paramétrisations/dynamiques notamment en terme de régularité et existence/unicité des solutions et de maintien de certaines propriétés de conservation pourrait être instructive pour rendre la formulation des paramétrisations mieux posées. De plus, des modèles numériques tels que des modèles Large Eddy Simulation (LES) peuvent être utilisés soit directement dans les modèles sous forme de « super-paramétrisation » ou bien comme aide à la conception de schémas de paramétrisation. Enfin, comme mentionné précédemment, la mise en place de paramétrisations « scale-aware » est un enjeu crucial et un prérequis incontournable à l'utilisation de modèles définis sur maillages non-structurés à multi-résolution.

Dans une optique d'amélioration des modèles numériques, notons cependant que la tendance qui consiste à systématiquement aller vers une augmentation de la résolution des modèles dès que de la puissance de calcul est disponible peut être discutable. Lorsque l'on modélise des fluides aussi complexes que l'océan et l'atmosphère, accroître la résolution n'assure en rien que la solution physique obtenue sera qualitativement meilleure. Il serait très instructif, par exemple, d'utiliser cette puissance de calcul à une résolution fixe soit pour augmenter la complexité des méthodes numériques soit pour évoluer vers des approches statistiques (cf x III.1.2.a). L'amélioration des modèles numériques passe aussi par le développement systématique d'exercices d'inter-comparaisons dans des cas plus ou moins idéalisés afin d'évaluer objectivement les mérites et les défauts des différents choix numériques et physiques qui sont adoptés.

## Défis mathématiques

Les enjeux futurs pour les modèles d'océan et d'atmosphère se projettent sur un certain nombre de défis mathématiques qui peuvent se décomposer en deux grandes parties :

- Analyse mathématique
  - ▶ Hypothèses de modélisation : choix des simplifications que l'on peut apporter aux équations en fonction des applications que l'on considère. Le système complet de départ correspond aux équations RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Les questions importantes pour les modèles d'atmosphère concernent principalement la prise en compte des effets compressibles (compressible vs. hypothèse (quasi)-anélastique). Pour les modèles d'océan, la prise en compte des effets non-hydrostatiques et des effets de compressibilité sont les sujets sensibles. Les hypothèses de modélisation influent directement sur les méthodes numériques utilisées en aval.
  - ▶ Propriétés de conservation : l'analyse des équations de départ des modèles permet d'identifier des invariants. Ces invariants peuvent ensuite être utilisés pour la conception de schémas numériques les conservant. Ces invariants sont généralement différents en fonction des hypothèses de modélisation.

- ▶ Schémas de paramétrisation : la formulation mathématique des schémas de paramétrisation peut parfois être assez empirique et compromettre la régularité des solutions et la convergence des modèles avec la résolution. L'étude mathématique des schémas de paramétrisation pourrait permettre de dégager un certain nombre de critères assurant le bon comportement de ces schémas.
- Méthodes numériques
  - ▶ Hétérogénéité horizontale : la dynamique atmosphérique et océanique modélisée présente de fortes hétérogénéités spatio-temporelles. Lorsque l'on utilise une résolution constante en tout point du globe, des processus fondamentaux à petites échelles, ainsi que la position de la ligne de côte, sont représentés de manière très imprécise. Pour les modèles en grille structurée, la solution serait de passer par des maillages composites (e.g. ; overlapping composite grids, quad/octree) et/ou de gérer la ligne de côte via des méthodes de type cut-cells ou de frontières immergées pour éviter la représentation en marches d'escaliers de la côte. Les modèles 3D d'océan et d'atmosphère (autres que les modèles côtiers de type Saint-Venant) sur grilles non-structurées n'ont encore pas atteint le stade de maturité des modèles structurés. Cependant, des avancées récentes justifient de pousser plus loin la réflexion dans cette direction. L'utilisation de maillages icosaédriques est très en vogue actuellement pour les modèles globaux d'atmosphère afin d'éviter les singularités du maillage aux pôles. Ceux-ci sont, pour le moment, essentiellement configurés avec une résolution constante.
  - ▶ Coordonnées verticales : le choix de la coordonnée verticale a généralement un impact important sur la solution physique des modèles notamment en cas de topographie accidentée ou de forte stratification (e.g. ; le problème de mélange diapycnal dans l'océan). Chaque système de coordonnées présente ses avantages et ses inconvénients suivant le type de processus que l'on souhaite modéliser. Une tendance forte actuellement est d'essayer de tirer les avantages de plusieurs systèmes de coordonnées dans un seul système hybride. La conception de ce type de coordonnée hybride s'appuie généralement sur des méthodes ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian). Des problèmes théoriques et pratiques se posent encore actuellement avec ce type d'approche qui nécessite une recherche active dans ce sens.
  - ▶ Décomposition en modes lents/rapides : les modèles d'océan et d'atmosphère qui relâchent la contrainte d'incompressibilité se retrouvent confrontés au problème de la propagation des ondes acoustiques. La rapidité de ces ondes impose une contrainte forte sur le pas de temps si des schémas explicites en temps sont utilisés. Actuellement, il y a trois types de méthode pour traiter le mode acoustique rapide : split-explicit, implicite ou IMEX (i.e. semi-implicite). Les méthodes IMEX et implicites nécessitent des solveurs de type Helmholtz ou Poisson à chaque pas de temps. Ces solveurs peuvent parfois poser des problèmes de scalabilité dans un contexte HPC. Pour le moment, il n'y a pas de choix clair qui se dégage entre ces différentes approches en terme d'impact sur la solution physique et les différences majeures semblent se trouver au niveau de la scalabilité de ces méthodes.
  - ▶ Schémas espace-temps : une très grande variété de schémas numériques est utilisée dans les modèles. Ces schémas se discriminent en fonction de leur approche (eulérienne vs semi-lagrangienne), de leurs propriétés de conservation (conservation de l'énergie, vorticité potentielle et/ou de l'enstrophie), de leur ordre de précision (ordres 1 à 5) et de leurs propriétés de monotonie, positivité ou TVD (notamment pour les traceurs (biogéo)-chimiques). Il est assez compliqué d'avoir une idée claire des choix les plus appropriés. Le développement de méthodes et outils diagnostiques d'évaluation des propriétés de dispersion/dissipation des différentes approches serait nécessaire pour rationaliser ces choix. De plus, la mise en place de méthodologies d'étude des schémas numériques au plus près des conditions dans lesquelles ils sont utilisés en pratique (i.e. étude espace-temps en présence de nonlinéarités) serait d'une grande aide. Des propriétés supplémentaires (e.g. de capture de chocs) pourraient être requises pour certaines études.

- ▶ Modélisation non-hydrostatique / LES : les modèles numériques non-hydrostatiques de l'océan et de l'atmosphère peuvent théoriquement être utilisés pour simuler directement la turbulence sans choix arbitraires de paramétrisations. Dans ce cas, les paramétrisations sous-maille des modèles RANS sont remplacées par des filtres passe-bas pour ainsi permettre des simulations de type LES. Ce genre de simulation peut permettre d'accroître notre connaissance des fluides stratifiés-tournants et par conséquent serait potentiellement très utile pour concevoir ou revisiter des paramétrisations sous-maille.

### Initiatives en cours afin d'encourager les échanges

Afin d'aborder de la manière la plus efficace possible les différents enjeux mentionnés ci-dessus un exemple d'approche communautaire structurante est celui du projet ANR COMODO<sup>1</sup> (COmmunauté de MODélisation Océanographique). La communauté française de modélisation de l'océan s'est structurée depuis 2011 autour de ce projet qui regroupe l'ensemble des modélisateurs qui contribuent au développement d'un code numérique d'océan aussi bien global que régional. Ce projet a pour objectif :

- d'encourager les échanges au sein de la communauté,
- de mettre en place les éléments permettant la validation / l'intercomparaison des modèles via des cas-tests idéalisés définis en accord avec les physiciens,
- de mettre en commun les moyens humains pour les développements informatiques et numériques lourds et de favoriser l'émergence d'un ensemble d'outils communs,
- de définir les contours des évolutions nécessaires pour les modèles de futur génération.

Aux Etats-Unis, un projet très similaire a été mis en place en 2012 au sein de la communauté des atmosphériciens : le projet DCMIP<sup>2</sup> (Dynamical Core Model Intercomparison Project).

Sous l'égide de LEFE-MANU, une journée « cœurs numériques des modèles atmosphériques et océaniques »<sup>3</sup> a eu lieu en octobre 2012 afin d'amorcer un dialogue entre les communautés françaises de modélisateurs de l'océan et de l'atmosphère. Cette journée a débouché sur la mise en place en commun d'une formation « modélisation des fluides géophysiques » qui a été offerte par l'école doctorale de Grenoble fin 2013.

## b. Prévention et gestion des risques liés aux écoulement peu profonds



### Enjeux environnementaux

La préservation de l'environnement, la prévention et la maîtrise des impacts des risques naturels sont au cœur d'enjeux socio-économiques majeurs. L'importance de ces risques naturels (mais aussi des risques technologiques) a été souligné dans la déclaration du G-Science 2012 (qui regroupe 15 académies des sciences) et a été évaluée à 200 milliards de \$ par an !<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup> <http://indi.imag.fr/wordpress/>

<sup>2</sup> <http://www.earthsystemcog.org/projects/dcmip/>

<sup>3</sup> [http://www-ljk.imag.fr/LEFE\\_MANU/Actualities//1342184723406\\_/CoeursNumeriques\\_Annonce.pdf](http://www-ljk.imag.fr/LEFE_MANU/Actualities//1342184723406_/CoeursNumeriques_Annonce.pdf)

<sup>4</sup> Voir par exemple la présentation par Ghislain de Marsily sur le site de l'académie [www.canalacademie.com/ida9022-15-Academies-des-sciences-adressent-une-declaration-commune-au-G20.html](http://www.canalacademie.com/ida9022-15-Academies-des-sciences-adressent-une-declaration-commune-au-G20.html)

Les écoulements non stratifiés ou gravitaires (dans lesquels la gravité intervient) interviennent dans de nombreuses catastrophes naturelles (inondations, coulée de boue, de lave, tsunami) mais aussi pour décrire des phénomènes moins violents mais importants sur la qualité de l'eau et des sols.

L'obtention de bons modèles adaptés aux phénomènes physiques étudiés, simulés efficacement et validés est un enjeu important pour la communauté des mathématiciens appliqués. L'enjeu est aussi une meilleure prévision de ces événements rares, qui soit non pas basée sur une analyse statistique des événements passés mais sur des simulations numériques décrivant directement le phénomène en y intégrant la situation présente (voire imaginer des situations futures pour par exemple évaluer l'impact de changement dans la carte d'occupation des sols). Ces méthodes permettraient d'apporter des réponses complémentaires aux méthodes statistiques.

## Défis mathématiques

Notons que la modélisation et les méthodes numériques adaptées ont fait des progrès spectaculaires dans les dernières années, notamment les schémas « équilibrés » permettent de préserver propriétés physiquement évidentes (états d'équilibre, positivité de la hauteur d'eau) mais ces avancées ne sont qu'assez peu connues en dehors de la communauté mathématique et très rarement implémentées dans les codes opérationnels, ceux utilisés pour la prédiction et l'évaluation des risques.

La réalisation de simulations fiables pose de nombreuses questions de modélisation (comment choisir le « bon » modèle souvent connu de façon empirique et validé dans un cadre restreint, comment intégrer la complexité extrême des situations, par exemple d'un point de vue géométrique, de la variabilité (spatiale) des paramètres des modèles qui sont d'ailleurs très souvent connus que d'une façon très imprécise), d'analyse mathématique (e.g. justifier des asymptotiques pour dériver de modèles simplifiés) ou numériques (pour approcher les solutions en préservant leurs propriétés).

On pourrait classer les problématiques en trois grands domaines :

- statistiques (par ex. échantillon préférentiel & système de particules en interaction),
- analyse EDP et modélisation (par ex multi-échelle),
- algorithmique et numérique (multigrille, ondelettes), qui permettent de réduire **de façon spectaculaire les coûts de calculs des simulations numériques**, indispensables pour l'évaluation des risques par rapport à une approche « directe ».

La simulation des écoulements non stratifiés de fluides complexes n'est pas aisée : de nombreux phénomènes ne sont pas encore modélisés, voire peu compris. Plus de détails sur ces enjeux ont déjà été traités dans la partie Mathématiques en émergence « Ondes de gravité interne » et « Fluides Complexes ».

D'un point de vue numérique, il y a plusieurs difficultés, notamment, la construction de schémas de résolution consistants, et l'amélioration des temps de calcul. Citons également:

- ▶ pour le « volumique » : coût CPU, instabilité dans le traitement des surfaces libres, adaptation de maillage, problèmes liés à la modélisation.
- ▶ pour le « couche mince » : simulation de modèles multicouches, prise en compte d'effets non hydrostatiques, et des caractéristiques mal décrites par la modélisation.

Un autre aspect important et une piste prometteuse est l'étude des problèmes inverses associés à ces systèmes hyperboliques, ce qui pourrait ouvrir la voie à de nouvelles techniques de **calibration des paramètres et d'assimilation de données**.

Pour illustrer ces pistes sur un exemple, on peut penser au problème de la description des écoulements sur un sol agricole et l'effet de ces écoulements sur l'évolution de la topographie. Il est illusoire de voir décrire cela directement ; on ne connaît pas la géométrie des sillons dû au travail agricole par exemple qui pourtant ont un effet déterminant sur les écoulements tant que les sillons n'ont pas débordé. Des approches multi-échelles permettent d'intégrer les effets de cette micro-topographie dans des modèles plus macroscopiques (sous forme de frottement anisotrope par exemple). C'était l'objectif du projet ANR interdisciplinaire METHODE. De tels résultats **nécessitent des contacts longs entre communautés scientifiques assez éloignées** (en l'occurrence hydrologues, spécialistes des sciences du sols, mathématiciens et informaticiens).

D'autres études pour intégrer des effets à petites échelles dans des modèles grandes échelles sont envisageables par exemple pour relier les mécanismes d'arrachement de particules du sol par l'impact des gouttes de pluie à des modèles qui sont actuellement tous heuristiques pour les mécanismes d'érosion ou pour proposer de nouvelles lois de frottement qui ne soient pas uniquement empiriques mais qui soient obtenues à partir de la description fine des interactions aux interfaces eau/sol.

Les aspects HPC sont évidemment importants pour aller vers des applications réalistes en géophysique (et avec des temps de calcul raisonnables) : la parallélisation et l'utilisation de matériels variés (CPU, GPU, etc) demandent la mise au point de méthodes mathématiques/numériques/informatiques nouvelles pour être efficaces. Les codes subtils d'hier peuvent devenir inefficaces sur ces nouvelles architectures.

**La constitution d'équipe pluridisciplinaire ou le soutien au projet pluridisciplinaire, sur le long terme, est indispensable pour apporter des solutions adaptées et atteindre de tels objectifs.**

Notons également qu'un aspect très important dans ces questions de risques (naturels) est non seulement de les prévoir mais de chercher les moyens de les éviter, ou si cela n'est pas possible de trouver des moyens d'en limiter l'impact négatif. Ces questions de « gestion des risques » impliquent également des aspects psycho/socio/économiques et vont de ce champ d'étude un cas exemple de **domaine très interdisciplinaire d'étude de systèmes (très) complexes**.

Les interactions avec les SHS doivent donc être développées. C'était l'un des aspects du projet européen FuturICT <http://www.futurict.eu/> dont la déclinaison nationale était le projet Labex HumanICT dont certaines actions ont été mis en place comme le groupe de travail entre P6, P7 et Orléans. Voir le site web : <http://humanict.csregistry.org/>.

## 2. Analyse de données

Voici quelques-unes des nouvelles

- *Tendances et nouveaux défis en statistiques pour le climat, l'environnement et l'écologie* 

ou pour

- *L'évolution génomique des populations* 

Les textes originaux sont disponibles, dans leur intégralité, en annexe D :

- Tendances et nouveaux défis en statistiques pour le climat, l'environnement et l'écologie, *Groupe Environnement de la Société Française de Statistiques, Denis Allard, Liliane Bel, Olivier Gimenez, Philippe Naveau, Aurélien Ribes*
- Statistiques et évolution génomique des populations, *Olivier François, Professeur Ensimag, Grenoble INP. Laboratoire TIMC-IMAG, Université Joseph Fourier Grenoble, CNRS UMR 5525, Equipe Biologie Computationnelle et Mathématique. Propos recueillis par Emilie Neveu.*

## a. Tendances et nouveaux défis en statistiques pour le climat, l'environnement et l'écologie



Les statistiques sont mobilisées dans le système « Planète Terre » lorsque se posent des questions d'exploration de jeux de données, d'estimation de grandeurs ou de paramètres, de comparaison (en différents lieux, à différentes époques, à différentes échelles), de validation d'hypothèses scientifiques, ou encore de confrontation entre modèles<sup>5</sup> et mesures. Les thèmes couvrent l'ensemble de la triade Terre fluide – Terre vivante – Terre habitée, allant de la climatologie et la paléo-climatologie à l'échelle globale ou continentale, à l'observation environnementale et écologique, au suivi des populations végétales ou animales (démographie, déplacement, colonisation, invasion, ...), mais aussi et de plus en plus à l'interaction entre plusieurs de ces thèmes. Tout effort de recherche dans ces champs disciplinaires en lien avec ces thématiques est évidemment le bienvenu, mais l'ambition de cette contribution est de dégager des tendances nouvelles et des fronts de recherche à des interfaces encore peu étudiées.

Les évolutions technologiques, environnementales et sociétales des deux dernières décennies ont profondément renouvelé les enjeux de recherche dans les champs statistiques concernés par ces domaines – et vont très certainement continuer à le faire dans un avenir prévisible. Ces évolutions ou tendances, nous pouvons les décliner en 4 axes, bien entendu articulés les uns aux autres. La première évolution est en lien avec l'explosion informatique et les progrès technologiques des instruments de mesure qui nous ont fait passer de la gestion de la rareté des données à la gestion de leur profusion. La deuxième évolution a trait aux champs étudiés : la climatologie, l'environnement, l'étude des individus, des peuplements et des communautés en écologie nécessitent d'appréhender les phénomènes étudiés à des échelles de plus en plus grandes. La troisième tendance majeure que nous percevons correspond à une demande grandissante dans notre société : explorer les possibles afin de cerner – et si possible quantifier – les incertitudes pour éclairer et rationaliser la décision dans l'incertain. En bref, passer d'une vision déterministe à une vision plus stochastique. La dernière évolution enfin, qui découle en partie des trois premières nous fait passer d'une approche analytique d'un phénomène particulier, étudié en situation plus ou moins bien contrôlée à une approche intégrée, systémique prenant en compte l'ensemble des facteurs agissant sur un système. Voyons maintenant plus en détails comment ces grandes tendances font évoluer la science statistique dans son rapport avec l'étude de la planète Terre.

### De la rareté des données à leur abondance

<sup>5</sup> Une précision s'impose concernant l'usage du terme modèle, utilisé à de nombreuses reprises dans ce texte. Pour un mathématicien, il désigne les équations décrivant le système étudié ; pour un statisticien, il désigne l'ensemble des choix menant aux distributions de probabilité représentant les variables étudiées ; pour un scientifique, il désigne le modèle numérique utilisé pour simuler le comportement des systèmes biologiques physiques étudiés. En règle générale, le contexte permet de comprendre de quel modèle il s'agit. Pour éviter toute ambiguïté, nous avons ajouté un adjectif précisant le sens lorsque cela était nécessaire.

Les progrès de l'instrumentation, des systèmes électroniques embarqués qui permettent par exemple d'étudier les déplacements d'animaux et de l'imagerie satellite génèrent de très grandes quantités de données. Un grand nombre de variables, parfois assez fortement dépendantes, sont disponibles. Celles-ci sont souvent très hétérogènes en type (qualitative, quantitative discrète, quantitative continue), en qualité, en support spatial concerné, en quantité. Les défis posés par cette profusion de variables sont considérables. On assiste de fait, à l'éclosion d'une « éco-informatique » ou « envi-informatique », à l'image de la bio-informatique il y a une vingtaine d'années. Ces disciplines en devenir posent de nouvelles questions informatiques liées à la description, au format, au stockage et à la diffusion de ces données qui sortent du cadre de cette contribution. Elles vont également renouveler profondément le champ des statistiques.

- ▶ L'hétérogénéité de ces données nécessite de définir des modèles statistiques complexes avec de multiples dépendances entre les variables. Les modèles bayésiens sont particulièrement adaptés pour décrire des schémas de dépendance complexes. Les algorithmes d'estimation pour ces modèles sont basés sur les simulations Monte Carlo par Chaînes de Markov qui nécessitent des temps de calcul très longs. Un enjeu consiste à rendre ces chaînes plus efficaces ; c'est l'objet des recherches, encore nécessaires, visant à améliorer les propriétés de mélangeance de ces chaînes ; c'est également l'objectif des méthodes basées sur l'approximation de Laplace ou, plus récemment, des approximations de Laplace imbriquées INLA (Integrated Nested Laplace Approximation).
- ▶ Le volume de données est parfois tel que les fonctions et routines numériques habituellement utilisées par les statisticiens ne peuvent plus être utilisées sans des modifications profondes. Il existe un réel besoin, non couvert à ce jour en France, pour développer des méthodes numériques efficaces utiles au statisticien, à l'image sans doute de la synergie qui existe de longue date entre mathématicien des équations différentielles et numériciens.
- ▶ Du fait de l'abondance de données et en particulier des covariables accessibles, les questions posées aux statisticiens seront (et sont déjà) moins souvent l'estimation de telle quantité ou tel paramètre et plus souvent la sélection des covariables pertinentes et le test d'hypothèses scientifiques dans ce type d'environnement. La multiplication des facteurs explicatifs amène à une variété de modélisation quasiment infinie. La sélection de modèles est un thème statistique développé depuis maintenant une vingtaine d'années avec des techniques aussi populaires que PLSR (Partial Least Square Regression) ou LASSO (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator). La recherche sur ce thème continue à être très active. Elle vise à proposer de multiples variantes des méthodes pré-citées qui permettent de sélectionner parmi des familles de modèles gigantesques suivant des critères pouvant s'adapter aux configurations des données et objectifs de l'étude. Une autre façon d'aborder le choix de modèle, qui est un thème de recherche très actif en ce moment, est de les considérer tous, par exemple en les agrégeant ou en activant une procédure de sélection adaptative.
- ▶ Le maximum de vraisemblance, difficile voire impossible à calculer, n'est plus l'outil unique ni même principal des méthodes d'estimation ; il peut être remplacé par d'autres scores : pseudo-vraisemblance, quasi-vraisemblance, vraisemblance profilée, contrastes calculés sur des moments. Bien souvent on utilise une combinaison de ces scores pour les différents paramètres. Les propriétés de ces méthodes d'estimation ne sont pas toujours connues aussi bien que celles du maximum de vraisemblance habituel. Dans certains cas, et en particulier quand la vraisemblance ne peut se calculer voire ne peut s'écrire (c'est le cas pour les modèles individu-centrés par exemple), un champ de recherche récent et actif consiste, encore plus radicalement, à s'en passer en recourant à des techniques de type ABC (Approximate Bayesian Computation).
- ▶ La fréquence d'acquisition des données a également fortement augmenté, permettant la mise à jour régulière des estimations. Il serait sans doute intéressant que le rapprochement entre la communauté statistique et celle de l'assimilation de données s'amplifie, en particulier pour développer des algorithmes efficaces en assimilation de données spatialisées.

- ▶ Des domaines tels que la surveillance de la biodiversité demandent une quantité d'observations ne pouvant être obtenue par les moyens conventionnels car encore trop coûteuses. On a alors recours aux approches participatives : les données sont collectées par des citoyens bénévoles, naturalistes amateurs et/ou grand public qui alimentent des bases de données disponibles en ligne. Ces données ont l'avantage d'être massives (plusieurs dizaines de millions d'observations) mais ne peuvent être exploitées directement à cause de leur très grande hétérogénéité (en termes de qualité, de répartition spatiale et temporelle, d'effort d'observation, etc.). Les défis à surmonter sont multiples : données massives et en grande dimension, exploitation pertinente des régularités spatio-temporelles, modélisation fine des processus de récolte des données, identification des possibles biais socio-géographiques. Des recherches sont nécessaires pour affiner les techniques statistiques permettant d'extraire l'information disponible dans ces données, notamment en s'appuyant en partie sur des données moins abondantes mais mieux standardisées.

### De l'échelle locale à l'échelle régionale ou globale

Lorsqu'on évoque la planète Terre, il vient immédiatement à l'esprit l'échelle globale, ou du moins continentale ou semi-continentale. De fait, c'est bien à cette échelle que l'on rencontre de nombreux verrous méthodologiques et/ou numériques en statistiques.

- ▶ Tout d'abord un travail fondamental autour de la définition des modèles pertinents de champs aléatoires (même Gaussien!) spatio-temporels et multivariés. Des progrès significatifs ont été faits récemment, mais le champ de recherche reste très actif. En particulier, seuls des modèles spatio-temporels multivariés simplistes existent à l'heure actuelle. Il en va de même pour les modèles de champs aléatoires définis sur la sphère (ou sur une variété quelconque) et de ceux qui vérifient des lois physiques, comme la nullité de la divergence ou du rotationnel.
- ▶ Un second enjeu, véritable serpent de mer des statistiques spatiales, consiste à faire communiquer les échelles et les niveaux d'organisation. La diversité croissante des technologies d'acquisition amène à mesurer une même grandeur à des supports différents : du prélèvement ponctuel, au pixel de taille variable obtenu par imagerie satellite ou aéroportée, en passant par le transect pour des observations visuelles, mais aussi de nature différente requérant le passage par des proxys. Pour faire communiquer ces échelles et niveaux d'organisation on a souvent recours à la modélisation hiérarchique pour laquelle les besoins en algorithmes d'inférence et simulation efficaces et rapides sont criants.
- ▶ Bien entendu, travailler aux grandes échelles spatiales nécessite en général des quantités de données assez grandes, ce qui nous renvoie aux enjeux développés au paragraphe précédent. L'étude du climat à l'échelle globale en est une illustration. La dimension spatio-temporelle des jeux de données utilisés est grande, typiquement  $10^5$  pour un seul paramètre (ex : température), au pas de temps annuel et à une résolution spatiale de 500 km, donc relativement grossière. Dans un certain nombre de problèmes, faire des statistiques nécessite au préalable de caractériser la variabilité climatique, donc a minima d'estimer la matrice de covariance de ce vecteur, et même sa distribution si l'on se passe de l'hypothèse Gaussienne. Il s'agit d'un problème d'estimation d'une matrice de covariance en grande dimension, thématique actuellement en plein essor en probabilités / statistiques. Dans le cas du climat, le problème est difficile à simplifier, car il est difficile de faire des hypothèses paramétriques simplificatrices sur la structure de cette matrice, qui n'est pas creuse. En effet, il existe des « dépendances » spatiales et temporelles de grande échelle, comme par exemple les événements El Niño ou certains modes de variabilité océanique qui ont des constantes de temps caractéristiques de plusieurs décennies. Afin de contourner ce problème, une alternative consiste à réduire a priori la dimension des données, ce qui est souvent fait de façon empirique. Une réflexion méthodologique sur l'optimalité des techniques de réduction utilisées semble utile.

## D'un paradigme déterministe à un paradigme statistique

Dans ce domaine, la demande sociétale, exprimée à travers les décideurs, les médias ou les associations citoyennes, est particulièrement forte. Fournir une estimation, une prédiction unique, fut-elle le résultat du travail le plus honnête, le plus méticuleux et le plus scientifiquement établi, ne suffit plus. La société, dans toutes ses composantes, demande au minimum une quantification de l'incertitude autour de ce point, et le plus souvent une analyse par scénarios, chacun avec ses incertitudes et ses probabilités. Le statisticien est habitué de longue date à fournir un intervalle de confiance autour de son estimation. Le numéricien utilise depuis longtemps les filtres de Kalman, qui mélangent les modèles physiques et statistiques. Notons que, dans ce domaine particulier, des recherches restent nécessaires pour proposer des méthodes et algorithmes efficaces pour traiter la grande dimension et les non-linéarités.

La nouveauté est que la nécessité de quantifier les incertitudes concerne maintenant des domaines où la culture déterministe – pour de bonnes raisons liées à la physique des équations par exemple – est dominante. En un mot, il faut mettre des statistiques dans les approches déterministes et réciproquement venir compléter des modèles statistiques par des mécanismes mécanistes ou physiques, lorsque cela est possible.

- ▶ Dans cette optique, un premier champ d'activité assez actif en ce moment en mathématiques pour l'écologie et pour l'évolution – ainsi qu'en épidémiologie où les besoins sont pressants – consiste à croiser les modélisations déterministes (EDO et EDP) et la modélisation statistique. Les modèles déterministes, notamment ceux basés sur des EDP, sont généralement des modèles « pour la connaissance ». Ils peuvent aboutir à des résultats théoriques qualitatifs et permettre une meilleure compréhension de phénomènes biologiques, mais en règle générale il est difficile de comparer leur solution aux données disponibles. Ces modèles d'EDP sont également généralement peu réalistes au sens où ils sont loin des mécanismes biologiques sous-jacents. Une façon de répondre à ces lacunes repose sur la combinaison de modèles d'EDP avec des modèles statistiques / probabilistes en considérant des modèles hybrides.
  - Parmi ceux-ci, les modèles dits mécanistico-statistiques combinent un sous-modèle d'EDP décrivant la dynamique spatio-temporelle du processus étudié avec un sous-modèle statistique décrivant le processus d'observation. Cette approche combine les avantages des modèles statistiques empiriques en permettant de prendre en compte un grand nombre de types de données (binaires, censurées), et ceux des modèles déterministes du type EDP, qui créent une forte contrainte sur la dynamique et réduisent ainsi les incertitudes sur les paramètres estimés. Des efforts de recherche pour ce type d'approche sont nécessaires, pour mieux en connaître les propriétés mathématiques, ainsi que pour proposer des méthodes d'estimation de leur paramètre qui soient efficaces et robustes.
  - Un second type de modèle hybride, qui intervient très naturellement en dynamique des populations du fait de la diversité des échelles impliquées, combine des modèles discrets, comme les modèles individu-centrés et des modèles agrégés tels que les modèles d'EDP. Ce type de modèle devrait offrir un meilleur réalisme que les modèles d'EDP notamment à faible densité de population, tout en conservant certains avantages des modèles d'EDP (temps de calcul, outils analytiques). Pour ces modèles, des efforts de recherche sur les propriétés probabilistes et sur les méthodes d'estimation sont également nécessaires.
- ▶ Un second champ d'activités consiste à développer des méthodes pour explorer les modèles numériques et/ou les ensembles de modèles, hiérarchiser les sources principales d'incertitude. La quantification des incertitudes est ainsi très importante dans le cas du climat, mais d'autres domaines scientifiques sont confrontés aux mêmes questions. Lorsqu'il s'agit de projections climatiques (simulations du climat du futur), les deux stratégies les plus couramment utilisées consistent à i) utiliser une méthode d'ensemble, c'est-à-dire perturber un modèle physique donné pour évaluer la dispersion des réponses simulées, ou ii) utiliser l'ensemble des modèles disponibles dans la communauté. Se pose

la question, partiellement résolue à ce jour seulement, de quantifier l'incertitude à partir de ces sorties de simulations, en utilisant par exemple les méthodes de scoring. Les modèles numériques utilisés ne pouvant pas véritablement être considérés comme indépendants (sans qu'on sache réellement mesurer leur dépendance), des recherches sont nécessaires afin de développer des méthodes de scoring adaptées.

- ▶ Parce qu'il est très coûteux de réaliser un nombre important de simulations numériques pour évaluer l'effet de la variation de ces paramètres, des approches reposant sur l'utilisation d'émulateurs ont été développées. Ceux-ci permettent de simuler, de manière très rapide, des trajectoires dont les comportements statistiques sont similaires à ceux des modèles numériques d'origine. Cette stratégie, en plein essor, offre une porte d'entrée pour explorer l'espace des paramètres d'entrées.

### **D'une vision analytique à une approche intégrée**

La plupart des grands défis sociétaux qui structurent actuellement les schémas stratégiques de recherche nationaux ou internationaux soulèvent des questions qui appellent une approche multidisciplinaire et intégrée. Ce passage d'une approche analytique qui décrit au plus près des mécanismes élémentaires à une approche très intégrée constitue une toile de fond pour les questions de recherche qui touchent au système Terre. Ainsi par exemple, c'est aussi à l'échelle de l'écosystème que désormais les décideurs et les porteurs d'enjeux envisagent la conservation. Cette façon globale d'aborder les questions de recherche mobilise l'ensemble des questions déjà vu dans les paragraphes précédents, mais soulève également de nouvelles questions.

- ▶ Un premier ensemble de questions, assez techniques, provient du couplage des modèles physiques agissant dans des compartiments différents du système Terre, couplage présent dans toute approche intégrée. Les questions relatives à l'exploration des modèles et des ensembles de modèles, à la hiérarchisation des sources principales d'incertitude se reposent dans ce contexte, avec la difficulté supplémentaire de devoir gérer la propagation des variabilités (erreurs et incertitudes) entre modèles, et les rétro-actions possibles entre différents modèles.
- ▶ Enfin, une approche intégrée du système Terre ne peut ignorer la place de l'homme dans le système, à la fois comme agent modifiant *ex-ante* l'état du système, et comme agent tentant de s'adapter *ex-post* aux modifications de celui-ci. Ces interactions, aux rétro-actions complexes, appellent à une meilleure articulation entre les mathématiques appliquées, les géo-sciences et les sciences humaines et sociales en lien avec la Terre.

### b. Évolution génomique des populations



#### **Enjeux environnementaux**

La statistique appliquée en génétique des populations s'intéresse à l'évolution génomique. Il s'agit de développer des méthodes statistiques et numériques pour l'inférence de la structure génétique des populations, la démographie et l'adaptation locale.

L'échelle moléculaire est importante avec, par exemple, les déplacements d'espèces de plantes alpines face aux changements climatiques à partir des données moléculaires, et de génotypes. Pour cela, les signatures de l'adaptation dans les gènes doivent être identifiées. Avec pour but de répondre à la question : Quelles traces la sélection peut-elle laisser sur les génomes des organismes ?

On retrouve les mêmes problèmes en médecine avec, par exemple, l'étude du séquençage génétique des agents infectieux et leurs réponses adaptatives à l'environnement. Dans ce cas, l'environnement est contrôlé par le clinicien via le traitement administré au patient. De nombreuses méthodes ont d'abord été inventées

pour la génétique humaine et médicale puis importée en écologie. Exclure du projet les études en médecine et à l'échelle moléculaire n'est pas pertinent, puisque les écologues étudient justement les liens entre gènes et environnement, utilisant les mêmes méthodes que la génétique humaine.

## Défis mathématiques

Les approches sont principalement basées sur les méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov, le « machine learning » et les approches bayésiennes, et utilisent des données géographiques et environnementales. Le but est de fournir des procédures d'estimation statistiques en génétique des populations, et d'étudier les applications à la théorie de coalescence, les propriétés mathématiques des généalogies et la forme des arbres phylogénétiques.

Cependant, les méthodes doivent être adaptées à chaque cas. Des modèles de démographie, de médecine, d'écologie sont nécessaires pour aider à l'interprétation des données, par exemple, pour les études de relations inter-espèces ou de prédiction de mouvements d'espèces selon les changements climatiques. La modélisation est la composante principale dans les études d'association gène-environnement, pour étudier quels sont les gènes d'adaptation au climat, et les liens entre le climat, l'agriculture, et les maladies apparaissant. La réduction de dimension est elle aussi utilisée pour expliquer la variabilité des données.

Travailler en méthodologie demande également beaucoup de développement logiciel. Il est important de pouvoir diffuser ces méthodes pour qu'elles soient utilisées par des biologistes ou des écologues.

Les défis mathématiques naissent de l'interaction entre les disciplines. Cela demande du temps et de l'investissement personnel pour comprendre les réels besoins d'un biologiste. La difficulté à trouver des intérêts communs et la difficulté à communiquer, à cause d'un vocabulaire différent peut agir comme une barrière. Il y a un grand besoin de double affiliation sinon la barrière disciplinaire va perdurer. Pour créer une réelle interaction, des mathématiciens doivent être placés dans les laboratoires de sciences appliquées car les mathématiciens purs ou appliqués ont des préoccupations et des objectifs parfois trop éloignées des biologistes. Cela demande un réel effort des mathématiciens, les biologistes font les maths qui leur sont utiles de toute façon. Dans le même temps, il faut maintenir un niveau en mathématiques élevé pour être reconnu par la communauté.

Ce sont donc des carrières difficiles, d'autant plus difficiles qu'elles ne sont pas valorisées en France. À l'étranger, il existe des petits groupes mixtes, des laboratoires ou des départements de mathématiques dans les facultés de médecine. Tout le système est légèrement différent. Notamment un élève brillant en mathématiques sera incité à faire une thèse à l'interface entre deux disciplines, par exemple la biologie. En France, nous sommes très en retard et c'est en partie dû au système très rigide des UFR et au problème de recrutement des postes interdisciplinaires. Cependant, il existe des facilités avec le CNRS et les intersections STII, ou les nouvelles équipes hébergées par le Collège de France, notamment SMILE (Stochastic Models for the Inference of Life Evolution) menée par Amaury Lambert, UPMC, au Center for Interdisciplinary Research Biology (CIRB). Ce sont ces structures qui gagneraient à être développées en France. Et ce n'est pas anodin, nombre des étudiants partent à l'étranger après leur thèse et ne reviennent pas.

Le CIRB ou Center for Interdisciplinary Research in Biology (CIRB) est une nouvelle structure de recherche Collège de France / CNRS / INSERM hébergée par le Collège de France dans le centre de Paris. Neuf équipes de différents horizons ont récemment créé cette structure dans l'esprit de promouvoir de nouvelles collaborations en biologie et à travers les disciplines qui la composent. Au long terme, les neuf équipes spécialisées dans les maladies infectieuses, les neurosciences et la recherche cardio-vasculaire, vont être rejoints par un nombre similaire d'équipes, essentiellement de nouvelles équipes, incluant des chimistes, des physiciens et des mathématiciens ayant un profond intérêt pour la biologie. Ce nouveau centre va bénéficier de la proximité de nombreux autres laboratoires et d'un milieu intellectuel extraordinairement riche, proposant des conférences qui vont couvrir tous les domaines de la connaissance. Le CIRB a développé de fortes interactions avec les institutions à l'extérieur du Collège de France, en particulier l'ENS et l'Institut Curie.

### 3. Approche intégrée d'un système

Une approche intégrée d'un système environnemental demande de nouvelles méthodes numériques en :

- Assimilation de données Océan/Atmosphère 
- Mathématiques et algorithmique pour l'aide à planification territoriale 
- Quantification d'incertitudes sur la modélisation des enveloppes fluides (océan, atmosphère, surfaces continentales) 
- Modélisation et dynamique des interfaces dans le cycle de l'eau 
- Partager les ressources   
- Modélisation du climat et ordinateurs 
- Faire évoluer les modèles Océan/Atmosphère pour le Calcul Intensif 
- Mathématiques décisionnelles pour la gestion durable des écosystèmes  
- Développement soutenable : optimisation et commande des modèles énergétiques  
- L'eau, une énergie renouvelable, à préserver et à mieux gérer   

Les textes originaux sont disponibles, dans leur intégralité, en annexe D :

- Assimilation de données Océan/Atmosphère, *Programme LEFE-MANU*: Marc Bocquet, Gérald Desroziers, Émilie Neveu
- Mathématiques et algorithmique pour l'aide à planification territoriale, *Emmanuel Prados, Chargé de Recherche INRIA, responsable de l'Equipe-projet STEEP (Sustainability Transition, Environment, Economy and local Policy). Propos recueillis par Emilie Neveu.*
- Quantification d'incertitudes sur la modélisation des enveloppes fluides (océan, atmosphère, surfaces continentales), *Pour LEFE-MANU, Sophie Ricci, Pascal Braconnot, Didier Ricard*
- Modélisation et dynamique des interfaces dans le cycle de l'eau, *Contribution : Journée IHP, organisée par Jean-Raynald De Dreuzy et Antoine Rousseau*
- Partager les ressources, *Compte-rendu des 6<sup>ème</sup> journées méso-centres, Emilie Neveu.*
- Pôle de modélisation du climat de l'IPSL, *Contribution : JL Dufresne / MA Foujols / T Dubos / O Marti/ S Denvil, IPSL*
- Faire évoluer les modèles Océan/Atmosphère pour le calcul intensif, *Laurence Viry (MaiMoSiNE, Grenoble), Florian Lemarié (LJK-INRIA). Propos recueillis par Emilie Neveu.*
- Mathématiques décisionnelles pour la gestion durable des écosystèmes, *Réseau M3D <http://www.reseau-m3d.fr/>*
- Management de la biodiversité : réseau et décision dans l'incertain, *INRA, Frédérick Garcia - travail de Hugh Possingham, Professeur en Mathématiques et en écologie de l'Université du Queensland, Australie.*
- Modélisation : de la cellule à agro-écosystèmes, *François Houllier, PDG de l'INRA, Président du conseil d'AllEnvi, l'alliance de coordination des recherches pour l'environnement (alimentation, climat, eau, territoires).*
- Optimisation et commande des modèles énergétiques pour un développement soutenable, *Nadia Maïzi, Centre de Mathématiques Appliquées, CMA Nice*
- L'eau, une énergie renouvelable, à préserver et à mieux gérer, *Jacques Sainte Marie, Équipe-projet INRIA, ANGE (Numerical Analysis, Geophysics and Ecology).*

## a. Assimilation de données Océan/Atmosphère



### Enjeux environnementaux

L'assimilation de données est déjà appliquée à de nombreux domaines : météorologie, océanographie physique, chimie atmosphérique, hydrologie, bio-géochimie, glaciologie, interfaces continentales, médecine. Elle désigne, en géosciences, l'ensemble des méthodes d'inspiration bayésienne, destinées à combiner de façon optimale d'une part des modèles numériques (souvent complexes et de grande taille), des observations sur le système étudié et les statistiques d'erreurs. La finalité de ces méthodes est d'améliorer les prévisions, ou les analyses rétrospectives, en estimant au mieux la condition initiale, les conditions aux limites ou tout autre forçage du modèle. Au delà, ces méthodes peuvent permettre d'améliorer les modèles via l'estimation de paramètres apparaissant dans les schémas numériques ou les paramétrisations physiques.

Deux grandes classes de méthodes sont utilisées : les méthodes variationnelles issues du contrôle optimal, et les méthodes de filtrage, et en particulier les méthodes de filtrage d'ensemble. Les deux représentants

emblématiques de ces familles de méthodes sont le 4D-Var (4D variationnel) et le filtre de Kalman d'ensemble. Ces deux techniques sont aujourd'hui utilisées dans les centres de prévision météorologique. Le transfert vers l'opérationnel est effectif dans les domaines océan et atmosphère. Ce transfert est facilité par la collaboration avec des mathématiciens appliqués (à Bordeaux, Grenoble, Nice, Paris, Toulouse, ...). À cet égard, l'existence de l'action LEFE/ASSIM a joué un rôle dynamisant et structurant, permettant la communication entre les différentes disciplines.

Le développement et l'usage d'outils génériques (OpenPALM [CERFACS Toulouse], TAPENADE [INRIA/Sciport], YAO [LOCEAN, Paris]) s'est répandu mais reste difficile à mettre en œuvre de par le caractère intrusif de ces outils dans les codes informatiques, qui sont bien souvent partagés.

## Défis mathématiques

De nombreux progrès restent à faire, notamment pour adapter les méthodes aux modèles plus complexes et aux nombreuses données hétérogènes mais également pour renforcer la compréhension théorique et méthodologique encore insuffisante. À ce titre, le rapprochement des acteurs de l'assimilation avec la communauté des mathématiciens, notamment les spécialistes de l'optimisation, doit être encouragé et aidera à l'exploration de ces quelques difficultés :

- La grande majorité des méthodes reposent sur des hypothèses de gaussianité des erreurs et de linéarité des modèles. Pourtant les phénomènes non linéaires sont de plus en plus présents dans les modèles à très haute résolution. Développer l'assimilation en contexte fortement non linéaire devient primordial, avec par exemple le filtrage d'ensemble (Kalman, filtre particulaire), de plus en plus étudié en particulier à l'étranger.
- Le système Terre et ses enveloppes fluides est fondamentalement multi-échelle et multi-milieu alors que la plupart des méthodes sont développées pour des systèmes homogènes, sur un faible nombre d'échelles spatiales et temporelles. Il faut adapter les méthodes d'assimilation aux hiérarchies ou aux couplages de modèles et aux observations multi-échelles (images, données lagrangiennes, etc).
- Pour faire face aux grandes tailles des modèles et jeux d'observations, il faut renforcer le développement d'approches efficaces permettant l'usage de méthodes d'ensemble à des coûts raisonnables, possible grâce à l'augmentation des moyens de calcul.
- L'assise mathématique de plusieurs techniques reste insuffisante et leur justification encore trop heuristique. Il faut réfléchir à la notion d'optimalité du triptyque modèle / données / méthode d'assimilation :
  - ▶ Reconsidérer l'assimilation au cas par cas, en adoptant la perspective de construire un « système d'optimalité » pour le problème posé. Cette approche permettra de résoudre de nouveaux problèmes. Citons par exemple l'assimilation pour les modèles climatiques, avec des objectifs variés comme l'initialisation de modèles couplés pour la prévision, ou la reconstruction de champs climatiques passés à différentes échelles, thème pour lequel les observations sont de nature très différente de celle rencontrée dans les applications « classiques ».
  - ▶ Développer des méthodes réellement optimales sur le plan théorique même si leur implémentation ne peut pas être envisagée dans la prochaine décennie.
  - ▶ Favoriser l'utilisation de l'assimilation pour mieux comprendre et améliorer les modèles eux-mêmes, par exemple en appliquant des méthodes d'estimation de paramètres physiques et/ou de forçages externes.

Mener à bien ces recherches nécessite d'apporter un soin tout particulier à la préservation et au développement de la communauté « assimilation », qui se fera à l'aide d'une animation active, du développement et la mutualisation d'outils communautaires, et des formations. Il faut aussi noter l'importance des liens entre théoriciens et utilisateurs « opérationnels », fortement liés à la disponibilité des

ressources en ingénieurs et l'importance de faire tomber la cloison entre assimilateurs et modélisateurs/numériciens car les assimilateurs ont parfois tendance à utiliser le modèle comme une boîte noire. Il faut aller au delà de cette vision pour justement que l'amélioration des modèles par l'assimilation soit faisable.

De même, il est nécessaire de mieux valoriser la carrière de chercheurs dont le travail consiste principalement à développer des méthodes applicatives et qui se positionnent donc entre deux disciplines « mathématiciens appliqués » et « environnementalistes ».

## b. Mathématiques et algorithmique pour l'aide à planification territoriale



### **Enjeux environnementaux**

Le thème d'intérêt est ici la modélisation et la simulation des interactions entre l'environnement, l'économie, et les facteurs sociaux, en ayant comme objectif une transition vers un mode de vie soutenable. L'objectif est d'améliorer les outils d'analyse utilisés par les géographes ou les chercheurs en aménagement du territoire pour les aider à étudier :

- l'étalement urbain et ses conséquences sociales, économiques et environnementales très néfastes.
- les impacts des réseaux de transport et de l'organisation spatiale du territoire sur les services des écosystèmes et sur la réduction de la biodiversité.

et de développer des outils d'aide à la décision adaptés au milieu professionnel (bureaux d'études, agences de transport et d'urbanisme, services techniques de l'Etat, services de transport et d'urbanisme des villes et des collectivités territoriale) pour les aider à la mise en place de plans d'urbanisme et de politiques de transport, c'est à dire de décider où construire des logements, où favoriser l'installation d'entreprises et savoir tirer profit du réseau de transport existant. L'intérêt d'un modèle est d'imaginer les futurs possibles, intelligemment et à moindre effort, comprendre le mieux possible les mécanismes, les enjeux et les conséquences d'un projet. Cela permet d'avoir une vision globale et intégrée du système. Cette vision est très précieuse et demandée par les politiques.

Ces différents outils doivent permettre d'aider à la compréhension des mécanismes systémiques clés qui sont difficiles à appréhender sans l'aide du numérique, puis à l'identification de levier d'actions. Ils peuvent être statistiques, basés sur la simulation, l'optimisation, ou sur des outils de visualisation. Une expertise en mathématiques et algorithmique est nécessaire pour développer ces outils.

### **Défis mathématiques**

Les besoins les plus urgents sont en analyse de sensibilité et estimation de paramètres.

Les modèles d'usages des sols comme les LUTI ((Land Use Transport Integrated), qui prend en compte les déplacements quotidiens et démographiques sont des outils d'étude spatiale peu optimisés.

Le nombre de paramètres à régler est important. Et le calage d'un modèle se fait toujours en grande partie à la main, en suivant des processus « essai-erreur ». Au moins six mois sont nécessaires, ce qui est trop long pour des décisions politiques. L'estimation des paramètres permet d'optimiser le temps de calage, et d'accélérer la mise en œuvre d'un modèle. Elle se fait à l'aide de méthodes d'optimisation : méthodes du gradient, de Newton, ... ou méthodes stochastiques. Les difficultés proviennent du grand nombre de paramètres et des fortes corrélations qu'ils ont entre eux.

L'analyse de sensibilité est importante pour pouvoir simplifier les modèles, en réduisant le nombre de paramètres à estimer, aux paramètres les plus sensibles. Mais cela servira également à la validation du modèle. En effet, il n'y a pas assez de données disponibles pour pouvoir valider un modèle. Les données sont déjà utilisées lors de l'estimation de paramètres. La validation se fait donc par un expert, qui sait quel doit être le comportement en principe du modèle. Il peut se rendre compte si l'analyse de sensibilité indique un lien entre entrée et sortie qui n'est pas « valide ».

Ensuite, la modélisation du comportement humain et de ses interactions est un domaine où de nombreux défis sont à relever.

Dans les modèles LUTI, l'aspect bien-être et équilibre social n'est pas bien représenté, mais il est légèrement pris en compte. Par contre, le lien avec l'écosystème naturel et la biodiversité n'est pas du tout fait.

Et puis, il y a toutes les problématiques liées à la grande dimension, notamment le multi-échelle. De nombreuses questions surviennent qui nécessitent de poser le problème de façon très différente qu'avec des problèmes de dynamique des fluides. Comment augmenter la taille de la maille ? Cela dépend de la structure spatiale de la ville. Comment gérer les interactions entre les différentes échelles ? Toutes ces questions sont de vrais challenges.

Ce travail se situe à l'interface entre les mathématiques et les applications. Et il est difficile, en France, de travailler sur des questions pluridisciplinaires. Pour la carrière et le recrutement, ce qui est valorisé est une expertise uni-disciplinaire. Financer des projets profondément pluridisciplinaires, où la vraie contribution scientifique est dans l'intégration, est énormément difficile. L'intégration pluridisciplinaire n'est malheureusement pas considérée comme une contribution technique. Nous pensons qu'il est fondamental que les chercheurs en mathématiques et informatique participent très activement dans les projets touchant aux questions soulevées par la soutenabilité, même si les contributions scientifiques du point de vue mathématiques ou informatique ne sont pas au rendez-vous. La question importante n'est pas de savoir si le développement durable peut poser de nouveaux challenges aux mathématiciens ou aux informaticiens, mais de savoir si les mathématiciens ou les informaticiens peuvent aider à la résolution de ces nouveaux problèmes qui sont d'une complexité et d'un entrecroisement extrêmes. Une modification des critères d'évaluation de la recherche et du recrutement est nécessaire pour permettre ce genre d'évolution.

c. Quantification d'incertitudes sur la modélisation des enveloppes fluides (océan, atmosphère, surfaces continentales) 

### **Enjeux environnementaux**

Les processus physiques, chimiques et biogéochimiques en géosciences sont représentés par des équations aux dérivées partielles (EDP) discrétisées sur une grille potentiellement à haute résolution. D'une part, l'estimation des paramètres, des conditions initiales et conditions aux limites de ces EDP est incertaine et d'autre part leur implémentation numérique est entachée d'erreurs liées à la discrétisation spatio-temporelle et à la simplification des processus physiques. Ces erreurs se traduisent par des erreurs sur les simulations et sur les prévisions issues des modèles.

Les modèles de plus en plus compliqués sont donc peut-être aussi incertains, qu'exacts. Les méthodes de quantification d'incertitude, qui permettent de calculer la fonction de densité de probabilité (Pdf) des sorties du modèle étant donnée la Pdf des incertitudes en entrées, vont aider à la validation des modèles. Elles sont en plein essor dans le domaine de la mécanique des fluides numérique.

## Défis mathématiques

- Caractéristiques des modèles en géo-sciences : grande dimension, multi-physiques, coût de calcul important, validation par rapport à des jeux d'observations incomplets et imparfaits.
- Génération d'un ensemble : pour des raisons de coût et d'implémentation des méthodes existantes, le nombre de paramètres étudiés est limité typiquement à une dizaine. Un point clé pour la quantification des incertitudes réside dans la construction de l'ensemble qui doit être représentatif des gammes d'erreurs sur chacune des sources d'incertitudes du modèle. Plusieurs méthodes existent mais beaucoup de possibilités sont à explorer.
- Sources d'incertitudes : toute la physique n'est pas comprise, schémas numériques, définition du domaine de simulation, données en entrée du modèle. L'approche déterministe n'est pas suffisante.
- Les méthodes actuelles de quantification d'incertitudes (intrusives ou non) ne sont pas appropriées à ce jour pour les problèmes de grande taille. Il faut également prévoir l'ajout de contraintes par rapport à la physique du système considéré.

### d. Modélisation et dynamique des interfaces dans le cycle de l'eau



#### Enjeu environnementaux

La pression sur les ressources autant que la préservation du milieu naturel demandent de plus en plus une compréhension globale des systèmes environnementaux. Il s'agit par exemple de considérer simultanément les circulations atmosphériques et océaniques pour fournir des prédictions météorologiques fiables. Il s'agit également de prendre en compte les interactions entre les différents compartiments hydrologiques et hydrogéologiques pour gérer les ressources en eau. Les domaines couvrent une large gamme d'échelles spatiales de l'échelle de la rivière à l'échelle continentale par exemple. Les processus impliquent aussi une large gamme de temps caractéristiques entre des temps rapides de l'ordre de la seconde dans l'atmosphère et des temps longs de l'ordre du mois voire de l'année dans les milieux souterrains.

Très généralement, les systèmes environnementaux doivent intégrer un spectre de plus en plus large de processus et d'échelles spatiales et temporelles. C'est un enjeu fort pour les recherches sur l'environnement avec une croissance rapide de la quantité de données et d'informations à intégrer. C'est aussi un défi important pour les méthodes mathématiques qui doivent coupler un nombre croissant de compartiments à travers de multiples interfaces. Notons aussi qu'il y a ubiquité et diversité des interfaces. Les interfaces diffèrent dans leur statut entre des interfaces réelles entre des domaines physiquement ou chimiquement bien séparés, ou des interfaces virtuelles introduites pour permettre la modélisation. Elles diffèrent aussi par leur nature, soit franches entre deux domaines bien identifiées, soit diffuses ou épaisses notamment pour prendre en compte des phénomènes de couches limites. Elles diffèrent enfin dans leur fonction et par la nature des échanges entre les domaines de part et d'autre. Les interfaces apparaissent comme un élément crucial de la modélisation des systèmes environnementaux.

#### Défis mathématiques

Les exemples de couplage sont nombreux, de la décomposition de domaine (modèles identiques de part et d'autre de l'interface) au couplage de modèles hétérogènes (océan/vagues/atmosphère ou hydrologie/hydrogéologie pour ne donner que deux exemples). Dans le cadre de tels couplages, il est essentiel de bien décrire les phénomènes qui ont cours à l'interface des deux (ou plusieurs) régions. En effet, la qualité de la connaissance de la nature des échanges entre les différents processus est indispensable à la qualité du

modèle global. Mathématiquement, cela se traduit par un **impact fort du choix des conditions aux limites d'interface sur la qualité du système couplé.**

- Les méthodes itératives de type Schwarz reposent principalement sur la qualité des conditions d'interfaces utilisées. Pourtant, dans les codes opérationnels et les modèles de géophysique par exemple, on voit encore souvent des conditions de type Dirichlet, Neumann ou Flather dans le meilleur des cas. Les conditions d'interfaces utilisées sont trop souvent très éloignées de ce qui pourrait/devoir être mis en place afin d'améliorer les solutions couplées.

Cependant, dans le cas du couplage océan-atmosphère l'écoulement près de l'interface est turbulent et dans ce cas les conditions d'interface sont données par des paramétrisations physiques (dont la formulation mathématique est très approximative) et donc on ne peut pas utiliser les conditions d'interface qui sont les plus élégantes/efficaces sur le papier.

**Ceci révèle un besoin de diffusion des connaissances entre les disciplines, dans un sens comme dans l'autre.**

Pour s'assurer de la bonne qualité du modèle global, les défis mathématiques à relever portent sur trois aspects complémentaires :

- Rôle des interfaces dans la stratégie de modélisation des systèmes environnementaux.
  - ▶ La création d'interfaces virtuelles comme la suppression d'interfaces réelles ouvre une large gamme de stratégies de modélisation. Comment choisir la stratégie optimale ? Peut-on trouver certains critères généraux qui dépassent les champs disciplinaires ? Où et comment introduire des interfaces virtuelles ? Comment ces interfaces virtuelles doivent-elles évoluer ? La gestion de l'existence des interfaces peut-elle être et doit-elle être dynamique ?
- Analyse mathématique des échanges entre modèles présentant éventuellement de fortes disparités spatiales et temporelles :
  - ▶ Pour définir des conditions aux limites qui facilitent les échanges entre les modèles (conservation de vitesses, flux, énergie, etc.), les mathématiques ont un rôle essentiel à jouer dans la recherche et la validation de conditions approchées qui soient telles que :
    - ces conditions soient utilisables en pratique (dans les codes de calcul),
    - le problème mathématique sous-jacent soit bien posé,
    - les simulations numériques qui en découlent soient physiquement satisfaisantes.
  - ▶ L'une des applications les plus courantes du couplage de modèles est l'interaction entre un modèle grossier et un modèle plus fin. On parle de « downscaling » ou raffinement de maillage. Mais les techniques mathématiques de couplage utilisées restent encore rudimentaires et (surtout) trop peu validées. Cependant, pour ce qui est du raffinement de maillage dans l'océan et l'atmosphère, il y a une certaine maturité des méthodes numériques qui sont loin d'être rudimentaires, avec notamment le développement d'AGRIF (un package pour le raffinement de maillage adaptatif développé au LJK, Grenoble) ou d'OASIS.
  - ▶ En ce qui concerne les interactions entre échelles de temps différentes, les solutions proposées (même élémentaires) sont encore moins nombreuses.
- Stratégies numériques pour la discrétisation des conditions aux limites et le couplage de modèles. Selon le degré de maturité des codes existants, il convient de considérer **les méthodes intrusives comme non intrusives** (peut être utilisée sur des processus « boîte noire ») :

- ▶ La méthode non intrusive prioritairement utilisée est la méthode de Schwarz : simple à mettre en œuvre, son principal inconvénient réside dans son coût. Faire appel au calcul intensif devient nécessaire.
- ▶ Il serait intéressant de proposer de nouvelles conditions aux limites d'interface entre les processus à l'aide de méthodes faiblement intrusives, pour limiter le coût de calcul.
- ▶ Afin d'optimiser les performances sur des architectures complexes, les interactions entre les différents processeurs doivent être limitées : c'est l'objectif des méthodes globales en temps. Ces méthodes pourraient être davantage développées et implémentées, la communauté s'est jusqu'à maintenant davantage intéressée aux problématiques spatiales que temporelles.

## Propositions d'animation

- Thème d'animation 2014 de la maison de la simulation
- Projet de « benchmark » : les benchmarks apparaissent comme un moyen de collaboration potentiel entre communautés environnementale et mathématique, avec un objectif utile aux deux communautés.
- Plateforme de modélisation  
Les recherches en environnement s'organisent de plus en plus autour d'observatoires ou de zones ateliers. Ces observatoires sont essentiellement dédiés à l'observation. Il serait intéressant de développer une articulation des plateformes de modélisation en relation avec les observatoires.

## e. Partager les ressources



### L'environnement au cœur des multi-cœurs

Le Calcul Haute Performance est devenu un outil majeur des chercheurs en maths-environnement. Les ressources de calcul, qu'elles soient de type matériels ou logiciels, sont de plus en plus conséquentes et permettent de ce fait l'accès à des simulations numériques qui, jusque là, étaient trop coûteuses en temps de calcul, stockage et développements. De nombreuses applications bénéficient de ces nouvelles possibilités, les simulations climatiques bien sûr, mais aussi plus récemment, les calculs et analyses de données en biologie évolutive, écologie, géophysique interne, physique des milieux granulaires ou encore physique quantique avec les calculs ab initio. Tous ces calculs permettent d'améliorer la prévention des risques, les prévisions météorologiques, les prévisions des feux de forêts (travaux de l'Université de Corse avec PRACE), les études de l'adaptation génétique aux changements climatiques, la planification territoriale, le management des ressources et le comportement d'un fluide ou d'un matériau à l'échelle nano. On observe également une activité de recherche très importante dans le domaine de la quantification d'incertitudes et de l'analyse de sensibilité des codes complexes utilisés avec des approches stochastiques et déterministes souvent gourmandes en ressources informatiques.

### Tour d'horizon des ressources disponibles

Les instances politiques ont compris l'importance de ces ressources et ils le prouvent en subventionnant leur mutualisation (GENCI). Les centres de calcul sont des instruments onéreux, inaccessibles pour des équipes de recherche, seules quelques entreprises et instituts peuvent se permettre de n'utiliser que leur propre centre. Les chercheurs ont accès gratuitement, sur des critères scientifiques, aux différents niveaux de ressources informatiques en particulier aux plus grands centres de calcul européens (projet PRACE). L'organisation se fait en trois niveaux, de l'europpéen (PRACE, tiers0), au national (GENCI: IDRIS, CEA, CCRT,

tiers1) jusqu'au régional avec le développement des méso-centres et le projet equip@meso (GENCI, tiers2). Les ressources des laboratoires en équipements et en personnels techniques ont également un poids dans l'efficacité d'utilisation de ces trois niveaux d'équipements.

Autour de ces structures, le groupe Calcul et la Maison de la Simulation (Saclay) au niveau national, les méso-centres en collaboration avec les maisons de la modélisation au niveau régional (Lyon, Grenoble, Strasbourg,...) fédèrent une communauté de mathématiciens appliqués et d'informaticiens autour du calcul scientifique et intensif. Ces deux niveaux, national et régional, permettent d'avoir une bonne complémentarité concernant l'animation scientifique. Certaines de ces initiatives sont encore jeunes, et sont susceptibles de se développer fortement et de se généraliser notamment en ce qui concerne les méso-centres et les maisons de la modélisation.

### **Des liens à souder**

L'intérêt d'accéder à toutes ces ressources est évident pour l'évolution de la recherche, mais encore faut-il savoir les utiliser, savoir combiner les différentes expertises nécessaires à une avancée significative des projets pluridisciplinaires (mathématiques, informatique, physiques,...). Deux problèmes reviennent sans cesse, d'une part le manque de moyens humains et plus particulièrement en ingénieurs de recherche, d'autre part la difficulté à tisser des liens entre chercheurs en mathématiques, informatique et sciences applicatives, pour développer des méthodes qui soient adaptables sur différentes architectures, valides dans de nombreuses configurations et pérennes. Une réflexion approfondie doit avoir lieu le plus en amont possible de la conception avec les différents experts.

Actuellement s'ajoute l'évolution des architectures des calculateurs, on ne peut pas aller vers toujours plus de puissance de calcul sans une réflexion approfondie avec des experts du calcul et de l'informatique sur la façon d'utiliser au mieux la puissance disponible, de créer des codes lisibles, facilement maintenables, avec des performances pérennes, mais cette réflexion ne peut se faire qu'avec une forte concertation entre les mathématiciens/numériciens et les modélisateurs, des postes à l'interface de ces expertises semblent nécessaires à l'efficacité de la collaboration.

Des méthodes d'analyse de données massives sont à développer. Peu d'algorithmes sont, à l'heure actuelle, capables de traiter autant d'informations, que ce soient les données ou les résultats des simulations, il y a là aussi, une réflexion en amont à mener.

Pour tirer profit des ressources de calcul, le premier des réflexes est d'augmenter la résolution des modèles, ce n'est pas nécessairement la direction à suivre, les modèles ayant été conçus pour simuler des processus à une échelle donnée. L'augmentation de la résolution s'accompagne d'une modification du modèle ou de ses paramètres et une interaction entre les mathématiciens, les modélisateurs et souvent les informaticiens est souhaitable si ce n'est nécessaire.

## Le paradoxe

Le GIEC recommande une forte diminution, voire l'arrêt, des émissions de gaz à effet de serre. Et pourtant, pour mieux comprendre et prévoir l'évolution climatique, de nombreuses heures dans les plus gros centres de calcul sont utilisées, consommant énormément d'énergie non renouvelable.

Ce paradoxe ne laisse pas indifférent les concepteurs de machines de calcul, les informaticiens et les scientifiques. Quelques recherches sont menées pour trouver des solutions matérielles ou des solutions logicielles pour diminuer la consommation énergétique, sans trop atténuer la performance (exemple : projet FoREST en open source [code.google.com/p/forest-dvfs](https://code.google.com/p/forest-dvfs)). Par ailleurs, pour rendre plus visibles ces efforts, le Top500 Green recense les 500 plus grands centres de calcul en terme d'efficacité énergétique.

### f. Modélisation du climat et ordinateurs



L'histoire de la modélisation numérique de l'atmosphère commence avec celle des ordinateurs. Dès les débuts, la structure des calculs dépend étroitement de celle du matériel (mémoire limitée sur les machines des années 70 p.ex.). Même si les machines sont devenues plus généralistes, cet aspect est resté fort. Par exemple les modèles du système Terre ont été entièrement vectorisés dans les années 1980, puis parallélisés.

Un fait récent nouveau est l'évolution rapide des architectures de calcul. Malgré la caractéristique commune d'être de plus en plus massivement parallèles ces architectures sont diverses et il n'y a pas de garantie de portabilité des performances. Même entre deux générations de GPU du même constructeur les stratégies d'optimisation changent de façon importante. Au travail de parallélisation s'ajoute un travail d'optimisation pour chaque machine, dont le retour sur investissement est éphémère car une machine dure 3 ans.

L'avènement du calcul massivement parallèle rend inévitable de reprendre à la base une partie des codes de calcul. Ce travail amont a été initié à l'IPSL pour la composante atmosphérique avec le projet DYNAMICO. Il a donné lieu à une version '0', adaptée au calcul massivement parallèle et validée par intercomparaison avec d'autres modèles lors de l'atelier DCMIP (NCAR, 2012).

L'expérience du projet DYNAMICO montre que la modélisation doit être pensée comme un ensemble physique / maths / numérique / info / plateforme. Cet ensemble doit remonter jusqu'à la 'physique', i.e. la formulation conceptuelle du modèle car les choix informatiques dépendent de choix numériques eux-mêmes dépendant de choix physiques. Il doit aller jusqu'à la plateforme de modélisation pour que l'investissement contribue à un outil largement utilisable scientifiquement. Ce type de travail nécessiterait des cadres et des encouragements spécifiques à inventer : appels d'offre, groupe de travail, ateliers, équipes aux interfaces physique / maths / numérique / info.

La plate-forme de modélisation du climat de l'IPSL est développée depuis plus de deux décennies par le pôle de modélisation du climat de l'IPSL, fédérant 80 scientifiques répartis dans les différents laboratoires de l'IPSL. Cette plate-forme permet, sur les centres de calcul usuels :

- de récupérer des configurations de référence :
  - modèle incluant toutes les composantes : atmosphère, surfaces continentales, océan, glace de mer, biogéochimie et chimie
  - modèles forcés incluant seulement quelques composantes : par exemple atmosphère-surfaces continentales
- de compiler :
  - les sources des différentes composantes
  - les interfaces de couplage (océan-atmosphère) et le coupleur
- de réaliser une expérience type fournie (y compris fichiers entrée)
- de suivre son exécution
- de produire et stocker des résultats bruts
- de produire, stocker et rendre accessible des ATLAS et analyses systématiques

Elle évolue pour inclure très régulièrement les nouveaux développements scientifiques et techniques.

A noter : le nouveau coeur dynamique : DYNAMICO a été conçu pour exploiter un parallélisme plus massif d'un ordre de grandeur supérieur au parallélisme actuel, à résolution identique.

Malgré les difficultés inhérentes à la mise en œuvre des moyens de calcul « extrêmes » il paraît indispensable de poursuivre le financement de moyens de calcul de haut niveau (incluant calcul/données/réseau/expertise/support) sur l'ensemble des Tiers 0 1 et 2 de l'écosystème HPC français.

De plus en plus, la nécessité de privilégier des méthodes qui se prêtent à une implémentation efficace est prise en compte par les mathématiciens, les physiciens. Favoriser cette culture du calcul scientifique, en valoriser la maîtrise et la prise en compte par les non-informaticiens est souhaitable pour permettre la collaboration sur ces sujets. Néanmoins il y a une différence entre une culture du calcul scientifique, qui permet de tenir compte de ces contraintes (parmi d'autres) dès la conception (physique, mathématique, numérique) et une expertise dans le domaine qui reste une ressource rare et indispensable pour implémenter les modèles et valider la pertinence des choix de conception.

## g. Faire évoluer les modèles océan/atmosphère pour le calcul intensif



### **Enjeux environnementaux**

Les codes de calcul utilisés pour des applications concrètes de modélisation de l'océan et de l'atmosphère sont extrêmement complexes et n'ont pas nécessairement été initialement développés dans une optique HPC. Cependant, ceux-ci évoluent peu à peu et intègrent maintenant dans leur quasi-totalité des fonctionnalités MPI et OpenMP plus ou moins abouties.

Les architectures des calculateurs haute-performance est en perpétuelle évolution. Par conséquent, il est généralement extrêmement délicat de pouvoir prédire plusieurs années à l'avance les caractéristiques des calculateurs du futur. Nous observons cependant actuellement un tournant vers une architecture massivement parallèle, hiérarchique et hybride basée sur des architectures multi-coeurs (programmation hybride MPI/OpenMP) et des accélérateurs matériels (développement des GPUs).

Les performances en terme de coût de calcul et de gestion de données des codes numériques dépendent étroitement de l'architecture des calculateurs sur lesquels ces codes sont utilisés. L'évolution des architectures impose donc une contrainte forte sur le développement de ces codes numériques. Il est primordial de mettre en place les briques de base permettant une analyse investissement humain/bénéfice la plus précise possible avant de modifier en profondeur les paradigmes de programmation d'un code

donné. Ceci afin de limiter les investissements humains vers des solutions qui deviendraient trop vite obsolètes. Cette analyse coût/bénéfice doit se faire à travers des interactions soutenues entre les mathématiciens-numériciens concevant les modèles, les physiciens utilisant le modèle, les spécialistes HPC et les constructeurs de machines. La structuration de ces interactions et les aspects liés à la formation sont au centre du projet Equip@Meso (lauréat Equipex 2010).

## Défis mathématiques

Il est important de souligner que les problématiques liées aux performances des codes numériques sur des architectures massivement parallèles ne sont pas seulement des problèmes informatiques incombant aux spécialistes HPC. Ils doivent au contraire impliquer spécialistes HPC ET mathématiciens/numériciens (voire même les physiciens utilisant ces modèles). En effet, si on veut créer des codes lisibles et aisément maintenables (pour pouvoir les faire évoluer), il est inconcevable de chercher à optimiser des codes de calcul dans une approche « boîte noire » sans avoir une connaissance fine des schémas numériques et de la structure du code. Il faut donc formuler ce problème comme un ensemble maths/numérique/informatique en intégrant le critère « architecture des codes » aux choix des méthodes.

Plus concrètement, si l'on veut tirer profit des nouvelles ressources de calcul, une liste non-exhaustive d'enjeux peut être isolée :

- ▶ Etude des méthodes numériques pour plus de granularité. La majorité des codes est actuellement basée sur un découpage des tâches en sous-domaines spatiaux. De nouvelles directions pour augmenter la granularité des codes doivent être explorées.
- ▶ Modification des paradigmes de programmation. A titre d'illustration, les performances des modèles océaniques de climat sont fortement contraintes par la glace de mer qui compromet l'équilibrage des charges à l'exécution du code. En effet, le modèle de glace (très coûteux) est uniquement activé pour les points de grille contenant de la glace de mer.
- ▶ Techniques de parallélisation (hybride MPI/OpenMP, GPU ...). On observe encore très peu à l'heure actuelle d'amélioration de performances en hybride MPI/OpenMP comparativement au purement MPI.
- ▶ Généralisation des outils d'analyse de performance pour assister le développement du code et le « debugging ».
- ▶ Mise en place de maquettes "communautaires" représentative des difficultés d'un "vrai" code afin de pouvoir anticiper sur des problèmes simples les problèmes que l'on pourra rencontrer lors du passage à l'échelle.

## h. Mathématiques décisionnelles pour la gestion durable des écosystèmes



### Enjeux environnementaux

Les écosystèmes, en particulier les écosystèmes anthropisés, connaissent actuellement des changements importants, en grande partie générés ou accélérés par les activités humaines : pollution, épuisement des ressources, introduction d'espèces invasives... En retour, ces changements ont un impact sur les activités humaines en altérant les commodités (nourriture, énergie, médicaments) ou services (tourisme, pollinisation,

etc.) reposant sur ces systèmes. Par conséquent, la gestion durable des écosystèmes est devenu un enjeu majeur pour les différentes instances nationales (ministères en lien avec l'énergie, l'écologie, l'agriculture, tec.) et internationales (FAO, IUCN, OMS, etc.) en charge de leur régulation.

Le développement durable doit répondre aux besoins du présent sans compromettre la capacité des générations futures à répondre à leurs propres besoins. Il implique une gestion viable et équitable des ressources. Pour mettre au point des scénarios de gestion et évaluer leur efficacité bio-économique, la mise en place d'outils quantitatifs d'aide à la décision tels que les modèles mathématiques est particulièrement adaptée.

Les problèmes décisionnels liés à la durabilité des écosystèmes en interactions avec les activités humaines se révèlent d'une complexité multiple :

- complexité de la notion même de durabilité (notion d'équité, formulation d'un critère bio-économique) ;
- complexité intrinsèque des systèmes naturels/biologiques considérés, liée à la fois au grand nombre d'entités en interactions (individus, populations, espèces, etc.) et à la nature de ces interactions (souvent fortement non linéaires) ;
- complexité des moyens à mobiliser pour mettre en œuvre une politique durable (instruments économiques tels que taxes et permis versus instruments réglementaires tels que normes) ;
- et enfin, complexité associée aux interactions et rétroactions entre systèmes de gestion et systèmes naturels/biologiques.

La problématique de développement durable se traduit généralement par la recherche de politiques durables et efficaces et s'appuie sur des modèles dynamiques issus du couplage entre systèmes biologiques et systèmes de gestion. Elle mobilise des méthodes issues de la théorie de la viabilité, de la commande et de la commande optimale, ou encore de la théorie des jeux.

La complexité de ces systèmes engendre des problèmes méthodologiques qui dépassent la problématique du développement durable, pour analyser leur comportement, mettre au point des stratégies de contrôle efficaces, estimer leurs paramètres, les simuler efficacement...

Quelques domaines d'application :

- Pollution : gestion intégrée des pollutions des sols et des eaux dues aux activités humaines (culture, élevage, développement urbain).
- Ressources renouvelables : gestion raisonnée des stocks halieutiques, des forêts...
- Agro-écosystèmes (cultures, élevages) : gestion durable des résistances, limitation des intrants...
- Biodiversité : utilisation durable des espèces et des milieux, évaluation des coûts et bénéfices des services rendus...

### **Défis mathématiques**

Pistes méthodologique plus transversales :

- Simplification de modèles :
  - ▶ par des méthodes mathématiques qui génèrent des modèles approchés interprétables et permettent d'estimer l'erreur entre modèle initial et modèle approché ;
  - ▶ ou par des approches numériques, fondées sur la méta-modélisation ou l'analyse de sensibilité.

- Mise en œuvre d'une démarche ouvertement multi-modèles : comparaison, voire couplage, de modèles issus de différentes écoles de modélisation (e.g. déterministes, stochastiques, mécanistico-statistiques...) ; utilisation des modèles simplifiés (cf. supra) pour concevoir des stratégies de gestion à valider sur les modèles originaux.

À terme, il s'agirait de proposer, sur la base de différents cas d'études, des méthodes permettant un traitement générique des problèmes de prises de décision associées au développement durable.

#### i. Développement soutenable : optimisation et commande des modèles énergétiques



##### **Enjeux environnementaux**

Les problèmes liés aux énergies impliquent de considérer les changements climatiques globaux et la mondialisation de l'économie. Tout particulièrement, il manque en France la capacité à développer sur le long terme des outils numériques utiles à des approches prospectives pour l'aide à la décision énergétiques tenant compte de ces aspects économiques et environnementaux.

Aller vers un développement soutenable nécessite une collaboration étroite entre les sciences du numériques, les sciences économiques et les politiques d'actions. Ces interactions sont essentielles et doivent bénéficier d'une structure stable pour les accueillir. L'instabilité structurelle a limité le développement passé d'initiatives.

Citons l'initiative du Centre de Mathématiques Appliquées (CMA) des Mines, ParisTech, qui a créé en 2008 une chaire « Modélisation Prospective ». Quelques un de ces thèmes de recherche sont la flexibilité opérationnelle des systèmes électriques, l'impact de la distribution de l'énergie provenant de grandes fermes éoliennes, des systèmes énergétiques aux faibles émissions carbone, et le développement de sources d'énergies renouvelables.

##### **Défis mathématiques**

L'optimisation est la base de toutes les études.

Par exemple, la planification économique sur le long terme utilise l'outil - modèle MARKAL/TIMES, basée sur les méthodes de commande optimale. Ce modèle génère de l'information normative basée sur des analyses de scénarios décrivant différentes stratégies politiques et économique. Le développement de MARKAL/TIMES nécessite donc des recherches poussées en optimisation sous contraintes de systèmes décrivant des flux d'énergie associés à une zone géographique.

#### j. L'eau : une énergie renouvelable, à préserver et à mieux gérer



##### **Enjeux environnementaux**

Alors que les préoccupations associées à la modélisation des écosystèmes, à la préservation de l'environnement et au développement durable ont une urgence particulière, d'importantes questions, qui relèvent des mathématiques appliquées, se posent dans des domaines tels que l'impact et la prévention des catastrophes naturelles, la gestion des ressources en eau, la biogéochimie des eaux et leur évolution, l'impact des écoulements sur les sols et les structures. Et les connaissances actuelles tant au niveau de la

modélisation que de la simulation numérique ne permettent de répondre que très imparfaitement à ces problématiques.

## Défis mathématiques

Comme le montre l'énumération ci-dessus, ce champ est très vaste. Pour ces problèmes souvent multi-physiques et multi-échelles, la difficulté est d'isoler un problème précis pour lequel le formalisme mathématique peut apporter une plus-value. Le problème de la captation du CO<sub>2</sub> dans les océans illustre cette complexité. Il s'agit d'un phénomène couplant hydrodynamique, biologie, chimie et faisant intervenir l'atmosphère et les variations climatiques. Il est caractérisé par des couplages souvent mal connus, un nombre énorme d'espèces et de réactions à considérer avec des constantes de temps très différentes, une grande variabilité spatiale/temporelle et des mesures expérimentales partielles et peu nombreuses.

La taille et la complexité des problèmes rencontrés ne doivent pas être un frein à l'implication des mathématiciens dans ces disciplines. Mais étant donnée la difficulté d'y isoler des problèmes de taille et de complexité réduites, il doit s'agir d'un investissement de long terme.

### - Énergies marines

Dans le domaine marin, de nombreux systèmes sont proposés pour récupérer l'énergie des vagues, des marées et des courants marins afin de produire de l'électricité. Citons par exemple les hydroliennes, divers systèmes de bouées transformant les variations de la surface libre en électricité ou encore des turbines actionnées par l'énergie des vagues. Il s'agit de systèmes assurant une production souvent modeste par rapport à des centrales thermiques ou nucléaires mais de taille réduite et pouvant être installés facilement.

L'optimisation de ces systèmes (dispositif, forme, positionnement, faible coût d'installation, durabilité, ...) est une thématique originale et complexe qui nécessite des outils numériques performants. Alors que dans l'aménagement d'un port, on cherche à minimiser l'agitation générée par la houle, on cherche ici à maximiser l'énergie des vagues. Un point important de cette thématique est l'optimisation de la bathymétrie d'un domaine géométrique afin, par exemple, de focaliser la houle et maximiser le rendement d'un dispositif houlomoteur.

### - Écologie - biodiversité

Le couplage de modèles biologiques avec l'hydrodynamique ajoute l'advection et la diffusion des quantités considérées aux termes de réaction décrivant la croissance ou la décroissance des concentrations de ces quantités. L'analyse et la simulation des modèles ainsi obtenus est complexe, les non-linéarités sont importantes et les constantes de temps de la biologie et de l'hydrodynamique très différentes. Au sein de cette thématique très vaste, voici deux sujets décrits plus précisément.

#### ▶ Les écosystèmes lacustres

Contrairement aux océans, les lacs sont des systèmes de taille plus réduite, relativement fermés (variations relatives du volume assez faibles). Ils se prêtent donc mieux à une modélisation mathématique et ce d'autant plus que l'on peut isoler la dynamique de certains groupes d'espèces.

Il s'agit de modéliser la réponse d'un lac aux forçages atmosphériques, aux évolutions climatiques ou aux éventuelles pollutions. Si on connaît bon nombre de mécanismes élémentaires responsables de cette dynamique, leur interaction dans un milieu hétérogène dans l'espace et variable dans le temps est mal maîtrisée. Citons par exemple la prédiction des phénomènes d'eutrophisation, le développement de bactéries nocives telles les cyanobactéries ou encore les phénomènes d'upwellings.

► **Culture de micro-algues**

Depuis plusieurs années et dans divers pays, on expérimente des bassins à haut rendement où l'on optimise la croissance d'algues pour en extraire un biocarburant. En effet, certaines espèces de microalgues à forte teneur en lipides, pourraient conduire à la production de biocarburants dits de 3<sup>ème</sup> génération. Elles offrent, par rapport à la culture de plantes supérieures (par exemple les oléagineux), des rendements potentiellement beaucoup plus grands, typiquement un ordre de grandeur. La modélisation de l'hydrodynamique des bassins et de son couplage avec la biologie est une des clés de la réussite de tels projets. En effet, soumis à une alternance jour/nuit et à un gradient d'intensité lumineuse qui dépend des variations de leur position par rapport à la surface libre, les microalgues mettent en place des phénomènes de photoadaptation complexes. L'optimisation du régime hydrodynamique du bassin permet donc de maximiser la croissance des microalgues cultivées et donc le rendement du bassin tout en réduisant la dépense énergétique associée, par exemple, l'énergie de la roue à aubes générant l'agitation du bassin, voir image ci-dessous.



***Une bassin pour la culture des microalgues avec la roue à aubes qui force l'agitation - Image INRA.***

En géosciences, avec la multitude des phénomènes physiques dont on souhaite rendre compte, de nouveaux modèles sont régulièrement présentés. Il est nécessaire d'envisager la pertinence d'un modèle à la fois sous l'angle de sa capacité à reproduire des données expérimentales mais aussi sous celui de la façon dont il est dérivé et de ses propriétés (compatibilité thermo- mécanique,...). Il est vain de chercher à développer des techniques d'analyse numérique robustes pour un modèle ne satisfaisant pas, au niveau continu, des propriétés minimales de stabilité.

Les modèles doivent rester de complexité raisonnable par rapport aux mesures in situ ou expérimentales permettant de les valider. Cette complexité raisonnable est également primordiale dès lors que l'on s'intéresse à la simulation d'écoulements réels donc avec de grandes échelles spatiales et temporelles. Beaucoup de techniques numériques, validées sur des modèles 1D s'avèrent inutilisables en pratique sur des problèmes 3D car trop coûteuses en temps de calcul.

A noter qu'une fois ces modèles validés, on cherche souvent à exploiter leur caractère prédictif et pas seulement explicatif. Dans ce contexte, on est amené à s'intéresser à la résolution de problèmes inverses par

exemple l'assimilation de données. Et pour des systèmes ayant une dominante hyperbolique nonlinéaire, peu diffusifs et admettant des solutions irrégulières, de nombreuses questions scientifiques sont ouvertes.

Les problématiques scientifiques sont clairement pluridisciplinaires et nécessitent des interactions fortes entre mathématiciens, géophysiciens, hydrauliciens et acteurs de terrain. La rencontre entre ces différents acteurs n'est pas toujours naturelle et l'existence de programmes ou de structures transdisciplinaires (appels à projets, GdR) doit donc être encouragée. Notons à ce sujet, le GdR "TranSNat", 2009 et le GdR « EGRIN », 2013.

#### **QUELQUES-UNS DES DÉFIS MATHÉMATIQUES MAJEURS SE DÉMARQUANT :**

Travailler sur la méthodologie amène le chercheur à créer des liens entre disciplines. Ces liens ont permis, entre autres, l'essor de l'assimilation de données en géophysique. De nombreuses difficultés ressortent des discussions et retours :

- L'assise mathématique de plusieurs techniques reste insuffisante. Il faut considérer un problème dans son ensemble : *s'intéresser au triptyque modèle/données/méthode, travailler sur une vision globale mathématiques/numérique/informatique, analyser le comportement des choix modèles - interfaces.*
- Favoriser l'utilisation de l'assimilation pour mieux comprendre et améliorer les modèles eux-mêmes, par exemple en appliquant des méthodes d'estimation de paramètres physiques et/ou de forçages externes.
- Développer les méthodes de quantification d'incertitude pour aider à la validation des modèles.
- Développer les solutions de couplage entre échelles de temps différentes.

La communauté « assimilation » très présente en France est une exception qui doit être généralisée à d'autres méthodes. Surtout, plus que de se concentrer sur une méthode, il faut définir des défis majeurs en sciences environnementales, et penser ces problèmes dans leur globalité : modèles-données-expérience-méthode-informatique. Pour s'attaquer à chacun des défis, par exemple *interface en hydrogéologie*, une série d'actions pourraient être entreprises :

- Thème d'animation 2014 de la maison de la simulation
- Création de « benchmarks » analytique et numérique.
- Regroupement sous une « Plateforme de modélisation », en lien avec les observatoires de sciences environnementales, possiblement hébergée par les maisons de modélisation. (Maison de la Simulation à Paris, MaiMoSiNE à Grenoble).

# Différentes actions structurelles possibles

*L'état des lieux de la recherche montre une communauté française mathématique importante travaillant sur des thèmes liés à la Terre. Cependant les liens avec d'autres disciplines sont encore peu nombreux pour une science en lien avec la Terre qui doit tendre vers un continuum, sans barrière entre disciplines ni au sein des mathématiques. Nous proposons donc des outils de financement visant à encourager les interactions et dont un des critères essentiels de sélection est la qualité scientifique des questions mathématiques.*

## axe mathématiques de la Planète Terre

Au vu du plan d'action de l'ANR, il est impératif de disposer d'un axe transverse important, que l'on intitulera «Mathématiques de la Planète Terre» (MPT), couvrant recherche fondamentale et appliquée. Cet axe aurait trois objectifs affichés :

**faire le lien entre les grands défis sociétaux et le « défi de tous les savoirs » sur le thème MPT.** Il faut associer, dans le plan d'action, recherche fondamentale et recherche appliquée. Cela permettrait de développer de nouvelles idées et d'aider de nouveaux groupes sur des thématiques qui n'auraient pas forcément été définies quelques années auparavant.

**faire le lien entre les mathématiques et les autres disciplines.** Il faut faire mention, dans le plan d'action, explicitement des mathématiques (du monde réel, émergent et numérique) et de leur importance pour lever certains verrous scientifiques. Les critères essentiels de sélection doivent être la qualité des questions sur le thème MPT ainsi que la qualité du groupe à caractère multidisciplinaire candidat. Il faut pour cela favoriser les collaborations multilatérales entre une équipe de mathématiciens et des équipes d'autres disciplines avec au centre un problème MPT fondamental ou appliqué.

**faire le lien entre les mathématiques françaises et internationales autour du thème MPT.** Certains acteurs internationaux, notamment l'UNESCO, ont pris conscience que les mathématiques en lien avec la Planète sont très importantes pour les recherches futures et ont donc proclamé que mpt2013 se transforme en « mathématiques de la Planète Terre ». Les acteurs politiques, tels que l'Europe, les états, et les régions ont un fort rôle à jouer pour promouvoir le thème MPT.

Au sein de cet axe, nous proposons les outils de financement suivants, en plus de ceux déjà existants. Pour tous ces outils, un soin particulier doit être apporté à la composition des jurys de sélection et d'évaluation pour bien prendre en compte la pluridisciplinarité.

### Outils de financement de diffusion

**Synthèse** Les synthèses ou « summaries » en anglais, sont importantes si l'on souhaite une diffusion large des problématiques, des méthodes existantes et des modèles développés. Les synthèses pourraient être publiées officiellement par le CNRS ou par un journal comme Maths In Action.

**Programme groupes de travail intensif pour jeunes chercheurs** Chaque groupe de travail, composé en grande partie de jeunes chercheurs, aurait pour but de produire un livrable comme

des notes de lecture autour d'un sujet MPT multidisciplinaire bien ciblé. Ces groupes de travail intensif pourraient être hébergés officiellement au CIRM ou à l'IHP. Le CEMRACS (chaque année au CIRM) organise déjà des sessions de ce type mais peine à trouver des financements récurrents.

## Outils de financement de recherches coopératives

**Chaires en bilatéral/Synergy grants** Proposer un appel d'offre pour des chaires en bilatéral pour deux enseignants-chercheurs ou chercheurs reconnus dans leur discipline respective qui décideraient de s'investir au long terme dans des travaux labellisés MPT nécessitant une double compétence. Notons les appels d'offres ERC synergy grants qui ont pour but de favoriser le développement de groupes interdisciplinaires. Ces appels sont à amplifier et pérenniser tant au niveau européen que français. De plus, il faudrait ajouter le thème MPT et l'implication de plusieurs disciplines comme critères d'éligibilité.

**Projet collaboratif fondamental et appliqué** Lancer des appels d'offre pour des projets MPT liant recherche fondamentale et appliquée. Ces projets doivent réunir des chercheurs travaillant sur un sujet précis couvrant toutes les facettes modélisation, analyse mathématique et simulation numérique. Ce travail en équipe devra identifier des problématiques et y associer des communautés au sens large. Il devra également réfléchir au passage d'algorithmes de codes simples aux codes opérationnels.

**Hôtel à projets** Mettre en place des structures de financement d'envergure pour la création officielle d'équipes ou de laboratoires multidisciplinaires (avec ou sans mur). Ces projets d'envergure nécessitent un financement sur temps long : au moins 2 fois 5 ans. À l'étranger, il existe de tels instituts comme par exemple le Santa Fe Institute. Les initiatives françaises intéressantes (voir encadré ci-dessous) éprouvent de nombreuses difficultés de financement à long terme et ne recouvrent pas toutes les thématiques MPT.

### initiatives françaises

Les hôtels à projets multidisciplinaires existent aussi en France et pourtant peu de chercheurs sont au courant ! À l'ENS Lyon (Laboratoire Joliot Curie), aux Mines de Paris (Chaire Modélisation Prospective codirigée par Nadia Maïzi), au CNRS (Centre de Théorie et Modélisation de la Biodiversité à Moulis), ou au Collège de France (CIRB, voir p.9). Ils sont composés d'équipes visiteuses dont les projets sont approuvés par un comité scientifique externe. Leur mission est de développer, en s'adossant aux laboratoires environnants, de nouvelles approches expérimentales et conceptuelles pour répondre à des questions d'intérêt pluridisciplinaire. Ils mettent en place des programmes de recherche, de formation, des groupes de travail et permettent l'accueil de visiteurs.

## Outils de financement de projets naissants

**Réseau de compétences MPT** Proposer un appel d'offre pour susciter des réseaux de compétences liés au thème MPT, afin de mettre en contact des mathématiciens avec d'autres disciplines. La création de GdRs multidisciplinaires à encourager suppose des moyens financiers importants pour animer la recherche autour d'un thème MPT. Notons qu'il existe déjà des GdRs

multidisciplinaires (voir Annexe C : liste des chercheurs impliqués et le consortium élargi). L'ANR, le RNSC et l'AMIES offrent aussi des possibilités mais sans thème affiché.

**Projets MPT collaboratifs naissants** Ces appels d'offres doivent permettre d'initier des collaborations multidisciplinaires en lien avec MPT en octroyant quelques dizaines de milliers d'euros sur 4 ou 5 ans. La définition des appels à projets doit être faite avec attention, et privilégier des collaborations nouvelles, par exemple l'interaction des mathématiciens et physiciens théoriciens en océanographie-météorologie. Les PEPS au niveau CNRS sont une possibilité mais leur durée est trop courte.

## axe numérique

Le sous-axe **Fondements du numérique** du défi *Société de l'Information et de la Communication* reste trop centré sur le numérique, oubliant l'importance de la théorie, et ne fait aucune référence aux enjeux des défis sociétaux de la Planète Terre. Il est important de favoriser explicitement les projets en lien avec les mathématiques fondamentales et/ou les applications environnementales et sociétales. Nous proposons aussi les outils de financement suivants permettant l'intégration du numérique dans les défis et projets MPT.

**Assurer les ressources et les services en calcul intensif** Le calcul intensif, que ce soit pour la simulation numérique ou la gestion et l'analyse de grandes masses de données, est un élément indispensable aux recherches décrites dans ce document. Il faut pouvoir s'appuyer sur des ressources en calcul performantes. Il est donc indispensable de poursuivre le financement de moyens de calcul de haut niveau (incluant calcul/données/réseau/expertise/support) de l'écosystème HPC français.

**Soutenir au long terme les Plateformes MPT** Ces plateformes regroupent des mathématiciens, des numériciens et des chercheurs qui s'attaquent à des défis MPT majeurs et permettent de penser ces problèmes dans leur globalité : modèles-données-expérience-méthode-informatique. Elles peuvent être en lien avec les observatoires de sciences environnementales et hébergées par les maisons de modélisation (par exemple la Maison de la Simulation-Paris, MaiMoSiNE-Grenoble, CeMoSiS-Strasbourg ou CaSciModOT-Orléans/Tours).

Peu de mathématiciens sont associés aux plateformes déjà existantes, citons entre autres la plateforme Modélisation des écosystèmes agricoles ou forestiers à l'INRA; la plateforme de modélisation du Centre de Théorie et Modélisation de la Biodiversité, financée par l'ANR et la plateforme Modélisation du système Terre de l'Institut Pierre Simon Laplace.

## en direction des autres organismes

Les alliances, instituts et universités sont souvent cloisonnés entre thématiques et la recherche fondamentale peine à trouver une place alors qu'elle est primordiale. Les mathématiques fondamentales et appliquées devraient servir d'axe transverse aux applications. Les représentants de cet axe couvriraient aléatoire et déterminisme, théorique et numérique et pourraient être choisis via les sociétés savantes. Ainsi, des

programmes liant instituts sur des thèmes MPT doivent être généralisés. Il faut pour cela s'inspirer du programme LEFE/MANU de l'INSU en l'associant à l'INSMI. Ici, nous proposons aussi d'autres actions en direction des instituts tels que le CNRS ou les universités et les Labex :

**Former au numérique dès la licence** Les ingénieurs calcul étant une denrée rare, il est souhaitable que les étudiants soient armés pour avoir, au moins les bases, en calcul numérique et informatique. Pour des besoins en numérique plus spécifiques ils pourront ensuite se former au sein des écoles doctorales et des pôles formations.

**Établir un quota de bourses de thèses bidisciplinaires MPT** Ces bourses doivent financer une thèse dans son intégralité. Intégré dans un projet collaboratif MPT, le doctorant sera supervisé par un enseignant-chercheur ou chercheur en mathématiques et un enseignant-chercheur ou chercheur d'une autre discipline.

**Créer des postes d'ingénieurs entre deux équipes** L'ingénieur fera le lien entre une équipe mathématique et une équipe d'une autre discipline travaillant sur des thèmes MPT. Il permettra la valorisation de la recherche, ainsi qu'une meilleure diffusion des informations, des méthodes et de leur usage. Il travaillera aussi au développement d'outils génériques et à l'accessibilité aux données.

**Valoriser la pluridisciplinarité lors de la carrière** Les activités multidisciplinaires ne sont pas perçues à leurs justes valeurs lors des recrutements et des évaluations tout au long de la carrière. Il est important de se poser la question de la définition des postes en Interaction (voir *Mathématiques du monde réel*, *Mathématiques en émergence* et *Mathématiques du numérique*), de la constitution des comités de sélection ou d'expertise pour que soit pris en compte les activités multidisciplinaires tout au long de la carrière et lors des évaluations AERES. Il faudrait favoriser les créations de postes financés par des Instituts avec des candidatures éligibles si et seulement si un réel travail d'interaction a eu lieu et multiplier les labos réellement pluridisciplinaires classés dans plus d'une section CNRS tel que le GREMAQ à Toulouse mêlant mathématiciens et économistes.

## Annexe A : Journées organisées à l'Institut Henri Poincaré

THÈME	ORATEURS	ORGANISATEURS
17 AVRIL INTERFACES - FLUIDE	Jean-Raynald De Dreuzy Laurence Halpern	Jean-Raynald De Dreuzy Antoine Rousseau
31 MAI THÉORIE DES JEUX- CONTRATS SOCIAUX	Karl Sigmund Manfred Milinski	Silvia De Monte
4 JUILLET DÉVELOPPEMENT DURABLE & MATHÉMATIQUES	Simon Levin Jérôme Chave	Régis Ferrière
24 SEPTEMBRE PARAMÉTRISATION & TURBULENCE GÉOPHYSIQUE	Patrice Klein Freddy Bouchet	Isabelle Gallagher
7 OCTOBRE IFREMER	Patrice Klein Bertrand Chapron Marc Sourisseau Bruno Ernande Stéphanie Mahévas Claire Macher	Marie-Hélène Tusseau- Vuillemin Philippe Gros
17 OCTOBRE TRANSPORTS EN SOUS-SOLS (organisée à La Rochelle)	Mikhaïl Panfilov Andrés Chavarria- Krauser	Catherine Choquet

THÈME	ORATEURS	ORGANISATEURS
7 JANVIER RESTITUTION DE L'ARP MATHSINTERRE	Patrick Monfray Didier Bresch Marc Bocquet Sylvie Méléard Michel Lample Ghislain de Marsily	Didier Bresch Emilie Neveu

## Descriptif des journées



### *Modélisation et dynamique des interfaces dans l'environnement*

**Journée IHP 17 avril, organisation : Jean-Raynald De Dreuzy, Antoine Rousseau**

#### Présents :

Eric Blayo, Sébastien Boyaval, Jean-Raynald de Dreuzy, Patrizia Donato, Jocelyne Erhel, Edwige Godlewski, Christophe Grenier, Laurence Halpern, Danielle Hilhorst, Olivier Laffitte, Nguyen Kim Hang LE, Emmanuel Mouche, Claude Mugler, Yohan Pénel, Antoine Rousseau.

#### Exposés :

Jan Nordbotten (Bergen) :

Utilisation des interfaces pour optimiser le couplage entre domaines et processus. Application au couplage fluide-structure. Illustration sur le stockage géologique du CO<sub>2</sub>.

Laurence Halpern (Paris 13) :

Méthodes de décomposition de domaine et conditions aux limites absorbantes.

#### Table Ronde :

Interfaces réelles et virtuelles (Animation : Eric Blayo, Rédaction : S. Boyaval)

Interfaces et conditions aux limites (Animations: J. Erhel, Rédaction : L. Halpern)

## Théorie des jeux et contrats sociaux

### Journée IHP 31 mai, organisation : Silvia De Monte

Présents : Manfred Milinski, Karl Sigmund, Didier Bresch, Minus Van Baalen, Sylvain Sorin, Silvia De Monte

#### Exposés :

Karl Sigmund (Faculty of Mathematics, Vienna)

#### Public goods and social contracts

##### Résumé:

Humans have profoundly shaped the face of the earth, due to their ability to engage in collective action. However, such action is often threatened by selfish behaviour. The necessity to sanction free riding raises interesting social dilemmas. In this lecture, they are analysed by game theoretic methods based on mathematical models and economic experiments. In particular, we will investigate different forms of sanctioning and compare their stability and efficiency.

As material, see: <http://homepage.univie.ac.at/Karl.Sigmund/nature09203.html>.

Manfred Milinski (Max-Planck-Institute for Evolutionary Biology, Plön, Germany)

#### The climate change game

##### Résumé:

A global agreement on effective climate change mitigation could be closer to realisation if the findings of Max Planck scientists are incorporated in negotiations. According to these, success at the climate change conferences would be more likely if the intermediate costs of climate change, that is, in the next twenty years or so, were to be considered, as well as the means to prevent them. It could persuade rich countries to reduce their greenhouse gas emissions to the extent that they would compensate for insufficient efforts by developing and emerging countries. This was established by scientists from the Max Planck Institutes for Evolutionary Biology and Meteorology in a study of game theory, which was realised in response to the fact that rich and poor countries have been unable to agree especially on their levels of contribution at recent climate change conferences, like the one in Copenhagen in 2009.

Opting out pays off – but only in the long term. The bill for adapting our use of energy, mobility and consumption to mitigate the effects of climate change is daunting. However, the only way to avoid foreseeable and potentially dangerous damage from irreversible climate change is to reduce global greenhouse gas emissions by around 50 per cent by the middle of this century. Still, impending future losses are apparently not enough to make states commit to reducing the emissions sufficiently.

The greatest conflict right now arises from the discussion about who should pay what among the rich industrial nations and the poorer developing and emerging states. The industrial nations could be persuaded to spend more on climate mitigation much sooner, if they were shown evidence that they could prevent economic losses which would be brought on by climate change in the next ten to twenty years. The likelihood of intermediate damage could even incite them to compensate for the insufficient contributions of poorer countries. These are the conclusions drawn by Max Planck scientists from the results of a modified public goods game.

#### Table Ronde :

Participants : Karl Sigmund, Manfred Milinski, Sylvain Sorin, Minus Van Baalen, Didier Bresch, Silvia De Monte.

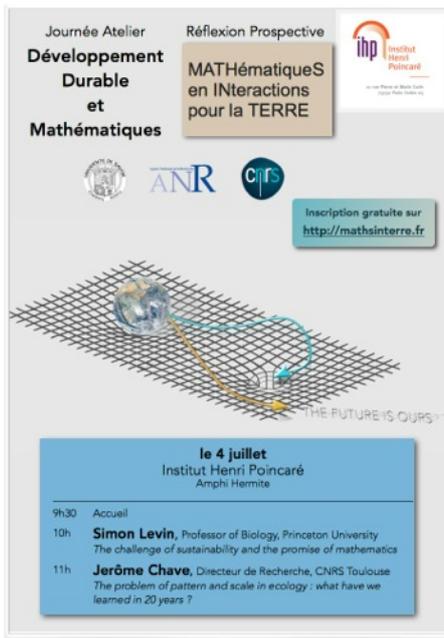
Journée Atelier    Réflexion Prospective  
**Théorie des jeux et contrats sociaux**    MATHématiques en Interactions pour la TERRE

Inscription gratuite et plus de détails sur le site <http://mathinterre.fr>

le 31 mai  
Institut Henri Poincaré  
Amphi Perrin, Physique-Chimie

9h30 café et croissant  
10h **Manfred Milinski**, Max Planck Institute  
«The climate change game»  
11h **Karl Sigmund**, Faculty of Vienna  
«Public goods and social contracts»  
12h table ronde

ANR    CNRS    CUL2



## Développement durable et mathématiques

### Journée IHP 4 juillet, organisation : Régis Ferrière

#### Exposés :

Simon Levin (Department of Ecology and Evolutionary Biology, Princeton)

#### The challenge of sustainability and the promise of mathematics

##### Résumé:

The continual increase in the human population, magnified by increasing per-capita demands on Earth's limited resources, raises the urgent mandate of understanding the degree to which these patterns are sustainable. The scientific challenges posed by this simply stated goal are enormous; mathematics provides a common language and a way to cross disciplines and cross scales.

What measures of human welfare should be at the core of definitions of sustainability, and how do we discount the future and deal with problems of intragenerational and inter-generational equity? How do environmental and socioeconomic systems become organized as complex adaptive systems, and what are the implications for dealing with public goods at scales from the local

to the global? How does the increasing interconnectedness of natural and human systems affect us, and what are the implications for management? What is the role of social norms, and how do we achieve cooperation at the global level?

Mathematical tools help in understanding the collective dynamics of systems from bacterial biofilms to bird flocks and fish schools to ecosystems and the biosphere, and the emergent features that support life on the planet. They also provide ways to resolve the game-theoretic challenges of achieving cooperation among individuals and among nations in providing for our common future.

Jérôme Chave (Laboratoire Evolution et Diversité Biologique de Toulouse)

## Paramétrisation et turbulence géophysique

### Journée IHP 24 septembre, organisation : Isabelle Gallagher

#### Exposés :

Patrice Klein (Brest Oceanography Inst)

#### Mesoscale and Sub-mesoscale ocean turbulence.

Freddy Bouchet (Département de Physique, ENS Lyon)

#### Abrupt transitions and large deviations in geophysical turbulent flows

##### Résumé :

Geophysical turbulent flows (atmosphere and climate dynamics, the Earth core dynamics) often undergo very rapid transitions. Those abrupt transitions change drastically the nature of the flow and are of paramount importance, for instance in climate. By contrast with most theoretical models of phase transitions, for turbulent flows it is difficult to characterize clearly the attractors (they are not simple fixed points of a deterministic dynamics or statistical equilibrium states) and the trajectories that lead to transitions from one attractor to the others. The mathematical framework for the study of those phase transition is being developed



currently.

I will review recent researches in this subject, including experimental and numerical studies of turbulent flows. Most of the talk will focus on theoretical and mathematical works in the framework of the 2D stochastic quasi-geostrophic Navier-Stokes equations, the quasi-geostrophic equations, and the stochastic Vlasov equations. We will discuss predictions of phase transitions, validity of large deviation results of the Freidlin-Wentzell type, or more involved approaches when the Freidlin-Wentzell approach is not valid. Applications to idealized and realistic models of the Earth atmosphere, and perspective for climate applications will be discussed.

The results involve several works that have been done in collaborations with J. Laurie, M. Mathur, C. Nardini, E. Simonnet, J. Sommeria, T. Tangarife, H. Touchette, and O. Zaboronski.



## Workshop IFREMER

**Journée IHP 7 octobre, organisation : Marie-Hélène Tusseau-Vuillemin, Philippe Gros**

L'Ifremer est un institut de recherche en sciences marines. Sa stratégie vise à produire des connaissances en appui à l'usage durable des services écosystémiques marins dans le contexte de changements planétaires rapides. Par-delà le réchauffement climatique, la croissance démographique et le développement accéléré des sociétés stimulent la demande en aliments et matières premières d'origine marine, créent de multiples pressions dans les régions côtières où se concentre l'urbanisation -jusqu'à la structuration en mégapoles-, intensifient l'exploitation des sols et le déploiement de sites industriels sur les bassins versants. Les effets propagés dans l'océan impactent l'ensemble des macro-fonctionnalités de la biodiversité telles que la production primaire, la production de ressources alimentaires, les cycles des éléments nutritifs, ou encore la régulation du climat -dont dépendent nombre d'activités maritimes. De surcroît, la qualité chimique des eaux océaniques est altérée par des micropolluants, contaminants et plastiques dont les effets biologiques et écologiques ne sont encore qu'imparfaitement identifiés. Enfin, à la compréhension de ces transformations de l'environnement s'ajoute le défi d'élucider les

mécanismes de leurs rétroactions sur les trajectoires de développement des sociétés.

L'Ifremer aborde plusieurs déclinaisons des questions de recherche afférentes, à différentes échelles et dans divers champs scientifiques : physique de l'océan, biologie et écologie marines, géologie, sciences humaines (principalement économie). Il s'agit de travaux disciplinaires et interdisciplinaires, certains implicitement proches de la thématique « Mathématiques et complexité du système Terre » de l'ANR. Afin de contribuer à l'identification d'orientations de recherche pertinentes pour l'ARP MathsInTerre, l'Ifremer propose d'organiser un atelier d'échanges scientifiques - notamment avec la communauté des mathématiciens- à partir de l'exposé de quelques exemples des travaux et réflexions de ses équipes. Il s'agira d'approfondir les concepts et méthodes d'appréhension des couplages entre des dynamiques et des

interactions entre systèmes de différente nature, et de faire émerger des sujets d'intérêt partagé.

L'agenda de l'atelier (une journée) sera organisé autour de six présentations qui chacune donnera matière à une discussion scientifique.

### Exposés :

Introduction : Philippe Gros, Direction scientifique de l'Ifremer.

Patrice Klein (Laboratoire de Physique des Océans, UMR 6523)

**Questions mathématiques et numériques posées par les transferts d'échelle à large spectre dans les modèles à haute résolution de l'océan ; articulations avec la modélisation de la production primaire pélagique.**

Bertrand Chapron (Laboratoire d'Océanographie Spatiale)

Analyse de très grands ensembles de données satellitales ; détection de signaux guidée par la formalisation des processus dynamiques.

Marc Sourisseau (Unité Dynamiques de l'Environnement Côtier)

**Modèle d'auto-organisation de la communauté zooplanctonique dans un environnement dynamique (aux plans physique et biogéochimique).**

Bruno Ernande (Laboratoire Ressources Halieutiques de Manche-Mer du Nord)

**Par-delà les modèles de dynamique adaptative (évolution phénotypique dans un gradient de fitness) : quelle modélisation de plusieurs gènes associés à un même caractère ?**

Stéphanie Mahévas (Laboratoire Écologie & Modèles pour l'Halieutique)

**Modélisation (ED stochastiques) des interactions ressources-pêcheries.**

Claire Macher (Unité de recherche d'Économie Maritime, UMR AMURE)

**Analyse de la viabilité économique et écologique des pêcheries ; modélisation couplée entre stocks cibles et flottilles de pêche.**

## Transports en sous-sols

**Journée 17 octobre, à l'Université de la Rochelle, organisation : Catherine Choquet**

Exposés :

Mikhaïl Panfilov (LEMTA, Université de Lorraine)

**Conceptual and numerical model of bio-reactive two-phase transports in underground storage of hydrogen from renewable energy.**

Résumé :

The large scale storage of energy is a great challenge arising from the planned transition from nuclear and CO<sub>2</sub>-emitting power generation to renewable energy production. A promising option for storing large volumes of excess energy produced by such renewable sources is the usage of underground porous rock formations as energy reservoirs. Some new technologies are able to convert large amounts of electrical energy into a chemical form, for example into hydrogen by means of water electrolysis. Porous formations can potentially provide very high hydrogen storage capacities. Several methods have to be studied including high hydrogen diffusivity, the potential reactions of injected hydrogen, formation fluids, rock composition, and the storage complex. The deposits are characterized by different geological-tectonic evolution and mineralogical composition, mainly depending on palaeogeographic position and diagenetic burial evolution. Resulting 'specific' sedimentary structures and mineral parageneses will strongly control formation fluid pathways and associated fluid-rock/mineral reactions. The microbiological reactions are expected to have a strong affect on rock porosity-permeability evolution and therefore the characteristics of flow processes in reservoir and the barrier properties of sealing rocks. The special topic of this talk will be the modelling of hydrogen propagation in the subsurface reservoir formation supplemented by its mixing with the residual gases as well as the simulation of coupled bio-dynamic processes and of reactive transport in porous media. The results will be used when discussing the possibility of "green" eco-methane generation by hydrogen and carbon dioxide interaction in the geological underground.

Andrés Chavarria-Krauser (BIOQUANT, Université d'Heidelberg, Allemagne)

**Modelling regulated transport processes in plants**

Résumé :

Journée Atelier Réflexion Prospective MATHématiqueS en Interactions pour la TERRE

ihp Institut Interactif pour la Terre

**Transports en sous-sol :**  
les mathématiques à l'épreuve du stockage énergétique et de la croissance végétale

Inscription gratuite mais obligatoire  
cchoquet@univ-lr.fr

le 17 octobre  
9H30 Accueil  
10H  
M. Panfilov Université de Lorraine  
Conceptual and numerical model of bio-reactive two-phase transports in underground storage of hydrogen from renewable energy.  
11H  
A. Chavarria-Krauser Université d'Heidelberg  
Modelling regulated transport processes in plants.  
13H30 Tables Rondes

Evénement Maths Pour la Terre 2013

ANR CIR

Journée Atelier Réflexion Prospective MATHématiqueS en Interactions pour la TERRE

ihp Institut Interactif pour la Terre

**Transports en sous-sol :**  
les mathématiques à l'épreuve du stockage énergétique et de la croissance végétale

Inscription gratuite mais obligatoire  
cchoquet@univ-lr.fr

le 17 octobre  
9H30 Accueil  
10H  
M. Panfilov Université de Lorraine  
Conceptual and numerical model of bio-reactive two-phase transports in underground storage of hydrogen from renewable energy.  
11H  
A. Chavarria-Krauser Université d'Heidelberg  
Modelling regulated transport processes in plants.  
13H30 Tables Rondes

Evénement Maths Pour la Terre 2013

ANR CIR

Plants are directly and indirectly one of our main food resources. They pose also an important source for other industrial products needed by humans, including construction materials, clothing and medicines. Plants have to cope with a changing environment. The occurring of droughts and inundations are expected to increase; in general the climate is expected to become more extreme within the following decades. Not only the atmosphere is massively affected by humans, but also water and soils are polluted with toxic compounds. In the near future, it will be essential to understand how a changing environment affects plants and how plants react to a changing environment. Land plants are generally bound to a specific location all their lives. They interact with their environment through transport, and hence, adaptation to a changing environment results often in a regulation of transport processes. Plant tissues have extensive intercellular spaces, in which conductivity generally exceeds the one of cell-to-cell transport. This opens the possibility of using several different transport paths, which in general also implies crossing of selective membranes.

Transport of solutes, water and gases in and out of plants follows physical laws, such as conservation of mass and momentum, expressed by reaction-diffusion, flow equations, and so forth. However, plants influence actively these physical processes to regulate/control the fluxes by adapting, e.g. the permeability and selectivity of membranes. Modelling this interaction between physical and active biological processes is challenging and essential. In this sense, I will present three exemplary models of transport in plants: water flow in periodic tissues, zinc uptake and transport in roots and gas exchange in leaves.

## Table Ronde :

### 1. L'imagerie hyperspectrale pour scruter la Terre.

Invités : J. Blanc-Talon, Responsable "Sécurité, Interopérabilité et Systèmes d'Information", DGA; Ph. Carré, Traitement du Signal, imagerie multispectrale, Xlim-SIC Poitiers; M. Dalla Mura, Traitement du signal, imagerie multispectrale, GIPSA-Lab, Grenoble.

La télédétection hyperspectrale s'avère aujourd'hui une technique incontournable d'imagerie pour les surfaces complexes, avec des applications reconnues dans les thèmes scientifiques.

- ▶ Végétation » (cartographie de l'eau des feuillages pour la prévision des feux de forêt, l'étude des changements climatiques, la détection de pollution, la gestion de l'irrigation, l'étude du fonctionnement des écosystèmes...);
- ▶ « Écosystèmes Côtiers et Lacustres » (détection du type et de la taille des particules, marqueurs d'érosion, suivi de la biodiversité et des eutrophisations...);
- ▶ « Géosciences – Sciences de la Terre Solide » (suivi des sites pollués, érosion et dégradation des terres, prospection du sous-sol...).

Mais de nombreux verrous de traitement subsistent. À la complexité du système Terre répond en effet la variété des signaux mesurés. La modélisation non linéaire pour la détection d'hétérogénéités en est à ses prémices. Aux questions théoriques s'ajoutent des difficultés plus techniques : la plupart des applications n'exploite qu'une fraction du spectre ; la vérité-terrain est souvent inaccessible ; un certain manque de structuration dans ce type de recherches, par ailleurs par essence même pluridisciplinaires, conduit au travers « un outil / une application ».

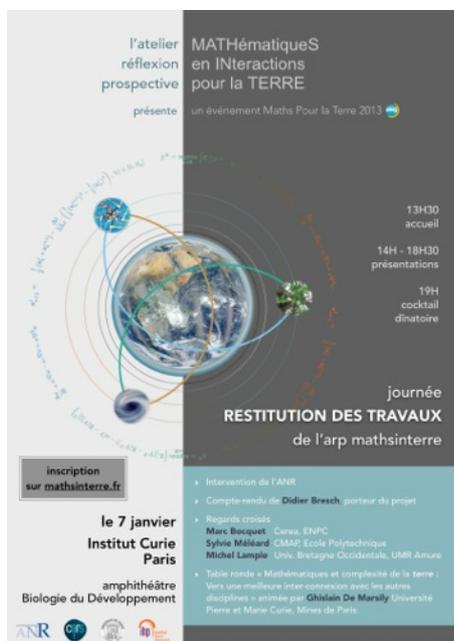
### 2. Le sous-sol, nouveau milieu anthropisé.

Invités : A. Abdelouas, Géo & Radiochimie, dissolution et corrosion en milieu naturel, École des Mines Nantes; M. Saad, Maths Appliquées, fluides multiphasiques, dynamique de populations, École Centrale Nantes.

Le stockage géologique de gaz, d'hydrocarbures, de déchets et de produits radioactifs, mais aussi maintenant de l'hydrogène et du dioxyde de carbone fait l'objet d'un nombre croissant de projets internationaux. Cet investissement d'un espace complexe et difficilement explorable appelle au développement de nouveaux modèles et outils pour simuler le comportement des réservoirs à de multiples échelles et gérer les risques.

Au delà des difficultés à trouver un langage commun à toute la communauté scientifique qui doit être impliquée autour de ce sujet, (géo-sciences, mécanique des fluides, biochimie environnementale, thermodynamique en génie des procédés et mathématiques), on constate une regrettable méconnaissance des avancées récentes dans chacune de ces spécialités, avancées qui ne traversent pas les barrières de chaque communauté.

Un des grands challenges des années à venir est d'affiner les modèles mathématiques en réponse aux progrès des autres communautés, et tout particulièrement d'inclure les interactions avec le vivant. La difficulté inhérente étant évidemment de traiter de façon réaliste des échelles en temps et espace très contrastées.



## Journée de restitution de l'ARP mathsinterre

**7 janvier, à l'Institut Curie, organisation : Didier Bresch, Emilie Neveu**

Cette journée est l'occasion de présenter les travaux de l'ARP, en présence des membres du consortium, des contributeurs, et des responsables de l'ANR et d'autres instituts tels que l'INSMI du CNRS. Le format choisi est une suite d'exposé présentant l'ARP, par l'ANR et par Didier Bresch, suivi d'exposés scientifiques illustrant différents points de vue et différentes mathématiques. Enfin nous concluons la journée par une discussion-table ronde autour des propositions d'actions structurelles afin d'en améliorer la pertinence et de tendre vers un consortium.

### Exposés :

Patrick Monfray (ANR) **Présentation des objectifs et attentes de l'ANR**

Didier Bresch (ARP Mathsinterre) **Présentation des actions entreprises par l'ARP Mathsinterre et bilan du projet après la première année**

Marc Bocquet (CEREA, École des Ponts ParisTech et EDF R&D Université Paris-Est et INRIA)  
**Mathematical methods in geophysical data assimilation: Two concrete examples in air quality**

Sylvie Méléard (École Polytechnique, Centre de Mathématiques Appliquées)  
**Modélisation mathématique et Biodiversité**

Michel Lamplé (UMR Amure, Université de Bretagne Occidentale)  
**Économie Social et Ecologie : modèles et complexité**

Ghislain de Marsily (Académie des Sciences)  
**Table ronde finale "Mathématiques et complexité de la terre: Vers une meilleure interconnexion avec les autres disciplines."**

## Annexe B : Liste des colloques soutenus

### Liste de colloques soutenus financièrement

THÈME	ORGANISATEUR	CONTRIBUTION
MPT2013: Journée de lancement UNESCO « Que Peuvent les Mathématiques pour la Planète ? »	Mireille Chaleyat	Table ronde avec : Frédéric Dias John Dudley David Lannes Philippe Naveau Fanja Rakotondrajao
MATHBIO2013 « Biological invasions and evolutionary biology, stochastic and deterministic models »	Vincent Calvez	Brainstorming: <a href="#">Modélisation de l'adaption</a>
Conférence « Mathématiques pour la Gestion en Ecologie »	Frédéric Garcia	Invitation de Hugh Possingham et interview : <a href="#">Ecological Management</a>
Conférence « Mathematical and Computational Evolutionary Biology »	Caroline Benoist Olivier Gascuel Vincent Lefort	Table ronde organisée
SMAI 2013	Yohan Péné	Mini-symposium : <i>Dynamique collective et auto-organisation en lien avec la planète Terre</i> De nombreux autres symposiums couvrant les 3 thèmes: fluide/humain/vivant
CEMRACS 2013 « Modéliser et simuler la complexité : approches stochastiques et déterministes. »	Tony Lelièvre	2 exposés grand public : Alexandre Ern : <i>Modélisation mathématique en lien avec le stockage des déchets radioactifs</i> Sylvie Méléard : <i>Mathématiques du hasard et de l'évolution.</i> 1 table ronde sur les Maths et planète Terre. Projets labellisés « ARP MathsInTerre »
GdR Egrin « Écoulements gravitaires et risques naturels »	Stéphane Cordier	Brainstorming des membres du GdR : <a href="#">Écoulements gravitaires et risques naturels</a>
Journées « Fluides complexes en glaciologie et glissements de terrain »	Jérôme Monnier Pascal Noble Jean Paul Vila	Cours, exposés, et une Table ronde
Journée « Ondes de gravité en domaine côtier et fluvial »	Philippe Bonneton David Lannes	Exposés et tables rondes
Entretiens Jacques Cartier 2013 : Mathématiques et changements climatiques	Daniel Le Roux	Exposés grand public et discussions

THÈME	ORGANISATEUR	CONTRIBUTION
Journées ANR BOND « Ondes dispersives non-linéaires : théorie, études numériques et applications »	Sylvie Benzoni-Gavage David Lannes	
Conférence « Simulation of avalanches: modelling and numerics »	Didier Bresch Enrique D. Fernández-Nieto	Exposés et tables rondes
Journées JEF « Jeunes EDPistes français »	Eric Lombardi Christophe Besse	Appui pour jeunes chercheurs en lien avec MPT , tables rondes
CANUM 2014	Franck Boyer	Mini-symposium : <i>Méthodes numériques pour l'océan et l'atmosphère, Simulations numériques des écoulements pour les risques naturels, Simulation pour les stockages souterrains, Modélisation et simulation numérique des milieux granulaires.</i>
	Didier Bresch	Invitation de Prof. Dr. Rupert Klein

### Liste des colloques labellisés MPT2013

**Terre Fluide : TF**

**Terre Vivante : TV**

**Terre Humaine: TH**

31.03.2014-04.04.2014

**TF** CANUM 2014

**TV** Le Congrès National d'Analyse Numérique vise à faire le point sur les avancées récentes de la recherche en analyse numérique et présente un large spectre de sujets allant des aspects théoriques au calcul scientifique.

**TH**

L'arp participe aux mini-symposiums suivants :

*Méthodes numériques pour l'océan et l'atmosphère*

*Simulations numériques des écoulements pour les risques naturels*

*Simulation pour les stockages souterrains*

*Modélisation et simulation numérique des milieux granulaires*

19.03.2014-21.03.2014

**TF** Journées Jeunes EDPistes Français, Villa Clythia Fréjus.

**TV** Tout comme l'ont fait auparavant les Journées Dynamo et en leurs temps les GDR MOAD et EAPO, les journées JEF (Jeunes EDPistes Français) sont l'occasion de rassembler dans un cadre très convivial les jeunes docteurs de la communauté "EDP" (à prendre dans un sens très large) et des chercheurs plus confirmés.

17.03.2014-21.03.2014

**TV** Programme Mathématiques et Biologie, "Systèmes de particules et réaction-diffusion », Toulouse, CIMI, Trimestre EDP & Probabilités

The trimester Partial Differential Equations & Probability will take place from February 2104 to the end of May 2014. The organizers are Martin Hairer (invited for the period), Dominique Bakry, Serge Cohen and Jean-Michel Roquejoffre. This trimester will include a post-doctoral course from M. Hairer over a period of 8 weeks, a thematic school and a number of thematic weeks.

Our aim is to attract researchers (especially young colleagues) working in Analysis or in Probability, who may have not worked on the interface between the two fields before. Hence the talks, and the lectures will start with reminders of basic concepts for graduate students to allow the different communities to merge. A lot of time will be devoted to informal discussions.

11.03.2014-14.03.2014

**TF** Conférence « Simulations of avalanches: modelling and numerics », Séville, Espagne.

This workshop gathers researchers working in the fields of modelling and design of numerical methods linked to some aspects of the simulation of avalanches.

The themes of the conference will focus particularly on:

- modelling of viscoplastic materials,
- debris flows modelling,
- new numerical methods adapted to these models.

16.02.2014-21.02.2014

**TF** Journées ANR *BOND* (Boundaries, Numerics and Dispersion), École des Houches  
*Ondes dispersives non-linéaires : théorie, études numériques et applications*

03.02.2014-04.02.2014

**TF** 26<sup>ème</sup> Séminaire sur la "Mécanique des Fluides Numérique", CEA et SMAI/GAMNI, Paris

31.01.2014

**TF** Journée "Uncertainty quantification and ensemble-based methods for geosciences", Paris  
LEFE-Manu

27.11.2013 - 28.11.2013 **GRAND PUBLIC**

**TF** Entretiens Jacques Cartier 2013 : **Gestion de risques face aux changements climatiques**, Lyon

**TH** Organisés par Philippe Gachon et Bernard Motulsky.

**TF TV Entretiens Jacques Cartier 2013 : Mathématiques et changements climatiques, Lyon**

Comité scientifique

Daniel LE ROUX, Ecole Polytechnique Universitaire de l'Université Claude Bernard Lyon 1

Eric BLAYO, Université Joseph Fourier Grenoble 1 et INRIA Rhône-Alpes

Didier BRESCH, Université de Savoie, Chambéry

Laurent HABSIEGER, Directeur de recherche, UMI 3457, CNRS, Montréal

René LAPRISE, Université du Québec à Montréal

Peter BARTELLO, Department of Atmospheric and Oceanic Sciences, Université McGill

Thème

Dans le cadre d'une initiative conjointe d'Instituts et de Sociétés mathématiques autour du Monde, sous le patronage de l'UNESCO, l'année 2013 est celle des Mathématiques de la Planète Terre. À cette occasion, les entretiens Jacques Cartier proposent un colloque sur le thème « Mathématiques et changements climatiques » dont le but est de regrouper des chercheurs à l'interface entre la recherche mathématique et la recherche en sciences du climat. Au moment où certains changements climatiques se produisent avec une rapidité et une amplitude plus grandes que prévu, il est crucial de pouvoir comprendre et expliquer les modifications de notre environnement pour prévenir des conséquences potentiellement désastreuses. Avec l'aide des outils mathématiques : l'analyse, les méthodes et modèles numériques, des statistiques et de la physique du climat, ce colloque se propose d'éclairer notre compréhension des modifications du climat terrestre et les enjeux qui se profilent pour les prochaines décennies. Les thèmes au cœur des conférences seront :

- Thème 1 : Les outils mathématique en sciences du climat.
- Thème 2 : La modélisation globale et régionale du climat.
- Thème 2 : L'influence de l'océan sur les changements climatiques.
- Thème 3 : La glaciologie : histoire et futur du climat.
- Thème 4 : La modélisation statistique et stochastique du climat.

Une part importante de ce colloque sera consacrée à des exposés invités, mais du temps sera également réservé à des discussions.

18.11.2013 - 22.11.2013

**TF** MCPIT 2013: **Modelling, Control and Inverse Problems for the Planet Earth in all its states**, IHP

**TV** CNRS-INDAM-UP GDRE project CONEDP, cours, conférences et table-ronde

MCPIT2013 aims at making these different scientific communities interact to give birth to crossed collaborations issued from applications of control, inverse problems and data assimilation for Mathematics of Planet Earth.

7.10.2013 - 9.10.2013

**TH** Journées **MOMAS Multiphasiques**, IHE, Bures-sur-Yvette

**TF** Il s'agit de journées dédiées aux écoulements dans le sous sol avec applications notamment en stockages, en hydrogéologie, en géothermie, et aussi pétrolières.

8.10.2013

**TH** Journée de rencontre **BIG DATA**, Université Paul Sabatier Toulouse

Les laboratoires IMT et IRIT, les LabEx CIMI et AMIES en lien avec la Fédération FREMIT ainsi que le CMI SID organisent le mardi 8 octobre une journée de rencontre entre l'Université de Toulouse (Université Paul Sabatier et INSA) et les industries des données.

30.9.2013

**TF** Conférence **Ondes de gravité en domaine côtier et fluvial**, Bordeaux

Cette journée devrait permettre de faire l'état de l'art et la mise en prospective de problèmes côtiers faisant intervenir ondes de surface mais également ondes internes.

19.9.2013

**TF** **Mini-Symposium Domain Decomposition Methods for Environmental Modeling**, for the 22nd International Conference on Domain Decomposition Methods, Lugano, Switzerland

Chairman : Florian Lemarie and Antoine Rousseau

Hansong Tang, *A Domain Decomposition Method for Coupling CFD and GFD Models to Simulate Coastal Ocean Flows*

Laurent Debreu, *Schwarz Waveform Relaxation for Heterogeneous Cluster Computing: Application to Numerical Weather Prediction*

Ioan R. Ionescu, *Schwarz Method for Slip Weakening Friction with Applications to Earthquake Source Dynamics*

Menno Genseberger, *Domain decomposition in Shallow Lake Modelling for Practical Applications*

19.9.2013

**TF** **Journée Maths pour la Terre**, Université du Sud Toulon-Var.

Cette journée consiste en quatre conférences sur divers aspects de la modélisation mathématique en mécanique des fluides, climat, océan et atmosphère, à destination d'un public scientifique averti.

Didier Bresch (LAMA) *On Some Multifluid PDEs Models arising In Environmental Problems*

Thierry Gallouët (LATP, Aix-Marseille Université) *Numerical Methods in fluid mechanics*

Michael Ghil (ENS, UCLA) *Climate Change and Climate Sensitivity: A Mathematical Unification*

H. S. Hoang (SHOM/HOM Toulouse) *Méthode d'approximation stochastique avec perturbation simultanée (SPSA) comme un outil puissant pour l'analyse de sensibilité et d'optimisation dans les systèmes de très grandes dimensions.*

19.9.2013

**TF** **6ème Journée des Méso-centres**, IHP, organisée par le Groupe Calcul et la coordination des méso-centres.

**TH** Cette journée sera l'occasion de faire un point d'étape annuel sur l'éco-système du calcul en France. Nous vous proposons également des exposés de perspectives scientifiques autour de la thématique Mathématiques de la planète Terre.

18.9.2013

**TF** Journée **SMAI Maths Pour la Terre Ondes et Problèmes inverses en géophysique**, IHP, Paris  
Le but de cette journée est de faire le point sur des aspects de modélisation et de simulation numérique en lien avec la propagation d'ondes et les problèmes inverses en géophysique.

9.9.2013 - 13.9.2013

**TF** Journées **Fluides complexes en glaciologie et glissements de terrain**, LABEX de Toulouse.  
Le but est une rencontre multi disciplinaire permettant de dresser un état de l'art et une mise en perspective. Quatre mini-cours de synthèse et quatorze exposés de recherche sont prévus au rythme d'une heure de cours et deux exposés de quarante cinq minutes par demi-journée. L'après midi du mercredi sera consacrée à une table ronde.

22.7.2013 - 30.8.2013 **GRAND PUBLIC**

**TF TV CEMRACS 2013 : Modéliser et simuler la complexité : approches stochastiques et déterministes**, CIRM Marseille

Organisateurs

N. Champagnat, T. Lelièvre, A. Nouy.

Le CEMRACS se déroule en deux phases. La première phase consiste en une semaine de cours et la deuxième en une période de cinq semaines de recherche sur projet pour jeunes chercheurs. L'objectif est de s'intéresser aux modélisations et aux méthodes numériques qui combinent des approches déterministes et des approches stochastiques. Cette thématique est actuellement au cœur de nombreuses problématiques notamment liées à la planète terre.

Après-midi grand public, le 23 juillet

15h00 - 15h45 : Conférence 1

Mathématiques du hasard et de l'évolution - Sylvie Méléard (CMAP, Polytechnique)

Après une introduction historique aux idées de Darwin sur l'évolution des espèces, nous développerons quelques modèles probabilistes introduits pour décrire une population et modéliser cette évolution. Nous donnerons les principales idées de nos outils probabilistes sans entrer dans les détails mais en insistant sur l'importance de la prise en compte de cette modélisation du hasard dans les questions liées à la biodiversité. Nous donnerons des exemples issus de travaux récents développés entre mathématiciens et biologistes.

16h00 - 16h45 : Conférence 2

Modélisation mathématique en lien avec le stockage des déchets radioactifs - Alexander Ern (Ponts ParisTech, Polytechnique)

Le stockage en couche géologique profonde est actuellement étudié dans divers pays comme mode de gestion durable pour les déchets radioactifs à vie longue de haute ou de moyenne activité. Les questions scientifiques posées par la réalisation d'un tel stockage couvrent un vaste champ disciplinaire. Dans cet exposé, on commencera par fournir quelques éléments de contexte sur le stockage des déchets radioactifs, puis on abordera quelques questions de mathématiques appliquées, notamment les schémas numériques, l'estimation d'erreur, la modélisation aux (très) petites échelles et la propagation d'incertitudes.

17h00 - 18h00

Table Ronde avec quatre intervenants :

**Denis Allard** est directeur de recherche à l'INRA, dans le département Mathématiques et Statistiques Appliquées. Après une thèse au Centre de géostatistique à l'école des mines de Paris, il fut professeur assistant au département de statistiques de l'université du Washington à Seattle puis géostatisticien senior à British Petroleum avant de d'intégrer l'INRA. Il a dirigé l'unité Biostatistiques et Processus Spatiaux à Avignon de 2005 à 2011. Ses thèmes de recherche concernent le développement de modèles, méthodes et algorithmes pour les statistiques spatiales, appliqués aux phénomènes environnementaux entendus au sens large.

En terme de méthodes il a apporté des contributions à l'analyse de processus ponctuels, à la modélisation spatiale de variables catégoriques par processus d'objets ou par méthodes non paramétriques ; à la classification de données spatialisées, à l'utilisation de distributions non gaussiennes en statistiques spatiales, et à la détection de ruptures pour les variables spatialisées.

Les champs d'application couvrent les géosciences (variables du sol et du sous-sol), l'environnement et plus récemment les variables climatiques. Son programme de recherche actuel consiste à construire des modèles statistiques permettant la simulation stochastique de conditions météorologiques multivariés et spatialisés.

**Nadia Maïzi** est Professeur à l'Ecole des Mines ParisTech, directrice du CMA (Centre de Mathématiques Appliquées) à Sophia Antipolis, coresponsable de la Chaire Modélisation Prospective au Service du Développement Durable et co-responsable de l'atelier Terre Vivante de l'ARP MathsIn-Terre. Ses thèmes de recherche principaux sont la commande et l'optimisation pour des modèles liés au marché de l'énergie (notamment les marché de carbone et de l'électricité et le modèle MARKAL, pour MARKet ALlocation, qui vise à déterminer l'impact des technologies sur le secteur énergétique). Son expérience grand public lui a notamment permise de donner un exposé lors d'un side event de la Conférence des Nations Unies sur le Changement Climatique (Copenhague 2009). Son intervention visera à motiver et illustrer le rôle des mathématiques pour modéliser et prévoir les grands enjeux énergétiques qui nous attendent à l'échelle de la planète.

**Frédéric Plas** est Ingénieur de Recherche ANDRA (Agence Nationale pour la Gestion des Déchets Radioactifs), chef du service Evaluation et Analyse de la Performance, adjoint au directeur de la recherche et développement de l'ANDRA. Il est notamment impliqué dans le projet Cigéo, centre de stockage de déchets radioactifs à 500 mètres de profondeur. De par son rôle, il est régulièrement amené à s'exprimer face au grand public. Son expertise mettra en lumière l'importance des simulations numériques et du traitement des incertitudes pour les praticiens de l'ANDRA.

**Verena Trenkel** est directrice de recherche à l'IFREMER (Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la MER), membre de l'Unité EMH (Ecologie et Modèles pour l'Halieutique). Ses thèmes de recherche sont la biologie marine et l'halieutique, plus particulièrement l'approche écosystémique des pêches. Elle est associée à plusieurs projets européens pour une pêche durable. Son intervention permettra d'illustrer et de motiver l'utilisation des modèles mathématiques par les praticiens en biologie marine et en halieutique.

1.7.2013 - 4.7.2013

**TV** JOBIM 2013: Journées Ouvertes en Biologie, Informatique, et Mathématiques, Toulouse  
Rendez-vous annuel de la communauté bioinformatique francophone

27.6.2013 - 28.6.2013

**TH** La complexité dans les systèmes sociaux : une approche pluridisciplinaire liant données et modèles, Université de Cergy Pontoise, Activités labélisées HumanICT

24.6.2013 - 28.6.2013

**TF** Coastal Dynamics conference, Arcachon Convention Center  
Dynamique côtière, Interactions vent/eau/sédiments, Changements morphologiques en zone côtière

7.6.2013

**TV** Journée Réseau National des Systèmes Complexes, Paris

**TH** Synthétiser un ensemble de propositions de thématiques pour l'ARP.

Au cours de la journée, les participants présenteront leurs contributions, nous discuterons de la synthèse à communiquer à l'ARP.



5.6.2013 **GRAND PUBLIC**

**TF** Maths en mouvement 2013, Université Paris-Descartes

**TV** Cette manifestation s'adresse surtout aux étudiants, dès la licence, mais est ouverte au grand public

**TH** (entrée gratuite sur inscription).

27.5.2013 - 31.5.2013

**TF** SMAI2013, Seignosse Le Penon - Landes

**TV** Mini-Symposium « **Dynamique collective et auto-organisation en lien avec la planète Terre** »

**TH** D'autres symposiums sont labellisés MathsInTerre :

**Modèles de croissance en biologie, Modèles stochastiques pour l'évolution du vivant, Méthodes stochastiques en gestion des risques, Modélisation multi-agents et dynamique en économie, Ecoulements complexes dans les rivières et estuaires, Calcul Haute Performance pour les écoulements complexes, La modélisation des mouvements de foule et ses enjeux, ...**

Mini-Symposium « **Dynamique collective et auto-organisation en lien avec la planète Terre** » :

En effet, l'une des grandes problématiques est de considérer les êtres humains comme des éléments de l'ensemble Terre, avec leur complexité de groupe et l'influence qu'ils exercent sur les autres entités (fleuves, atmosphère, êtres vivants, ...).

En particulier, les orateurs s'intéresseront à l'étude et la modélisation de populations, de leur implantation et de leur interaction avec leur environnement afin de mieux comprendre les dynamiques sociales qui sont à l'oeuvre.

Adrien Blanchet, Université Toulouse I

**Transport d'un tas de sable et applications à la forme des villes.**

Sepideh Mirrahimi, IMT

**Migration et adaptation d'une population structurée : une approche Hamilton-Jacobi.**

Annick Vignes, Université Paris II Pantheon-Assas

**Dynamique du marché du logement en milieu urbain : est-ce que la ségrégation socio-spatiale engendrée laisse de la place à une mixité sociale ?**

27.5.2013 - 31.5.2013

**TV** Conférence « **Mathematical and Computational Evolutionary Biology** », Hameau de l'Etoile

7.4.2013 - 12.4.2013

**TF** École du GdR MASCOT-NUM, Les Houches

**Analyse de sensibilité, propagation d'incertitudes et exploration numérique de modèles en sciences de l'environnement**

9.4.2013 - 11.4.2013

**TF** Workshop GdR ConEDP, Maison Jean Kuntzmann, Grenoble

**Modeling and control of systems: applications to nano-sciences, environment and energy**

2.4.2013 - 4.4.2013

**TF** Première école du GdR EGRIN, Domaine de Chalès

**TH** Impact et la prévention des catastrophes naturelles, la gestion des ressources en eau, la qualité des eaux et leur évolution, l'impact des écoulements sur les sols et les structures

28.3.2013

**TF** Journée GdR MASCOT-NUM, Maison Jean Kuntzmann, Grenoble  
**Quantification d'incertitude et calcul intensif**

19.3.2013 **GRAND PUBLIC**

**TF** Journée Semaine des Mathématiques, Lycée Monge de Chambéry.  
Exposé aux lycéens et lycéennes de Didier Bresch : **Mathématiques sur un tapis roulant.**

18.3.2013 **GRAND PUBLIC**

**TF** Semaine des Maths dans cadre ARP MathsInTerre  
Introduction de C. Villani et de Mr le Recteur.  
Exposé pour lycéens et lycéennes de D. Lannes : **Des équations pour les vagues**

11.3.2013 - 15.3.2013

**TV** MATHBIO2013 « **Biological invasions and evolutionary biology, stochastic and deterministic models** »  
Invité ARP : Hugh Possingham, Professeur en Mathématique et en Ecologie, Université du Queensland (Australie), expert mondialement reconnu pour ses travaux en décision pour l'écologie.

11.3.2013

**TV** Workshop « **Mathématiques pour la Gestion en Ecologie** », INRA, Toulouse  
**TH** Invité ARP : Hugh Possingham, Professeur en Mathématique et en Ecologie, Université du Queensland (Australie), expert mondialement reconnu pour ses travaux en décision pour l'écologie.

5.3.2013 **GRAND PUBLIC**

**TF** Journées Maths pour la Terre, UNESCO, avec exposition itinérante, table ronde, exposé organisées  
**TH** par Mireille Chaleyat.  
Table ronde « **Que peuvent faire les mathématiques pour la planète ?** »

12.2.2013

**TF** Journée thématique « **Que peuvent attendre les modélisateurs de l'assimilation de données ?** »  
action MANU (Méthodes mAthématiques et NUmériques) du programme LEFE de l'INSU

7.1.2013 - 11.1.2013 **GRAND PUBLIC**

**TF** Conférence pour lycéens (Lycée Thiers, Marseille) suivie de questions et discussions puis visite du CIRM.  
Sylvie Benzoni-Gavage CNRS / Institut Camille Jordan : **Les vagues tueuses**

## Annexe C : Liste des chercheurs impliqués

### Terre Fluide : TF

### Terre Vivante : TV

### Terre Humaine: TH

#### Consortium Restreint

Jean-Baptiste André <b>TH</b>	ENS, Paris
Henri Beresticky <b>TV TH</b>	CAMS, Paris
Eric Blayo <b>TF</b>	LJK, Grenoble
Philippe Bonneton <b>TF</b>	CNRS, Bordeaux I
Didier Bresch <b>TF TV TH</b>	CNRS, Chambéry
Guillaume Déffuant <b>TH</b>	IRSTEA, Aubières
Pierre Degond <b>TV TH</b>	IMT, Toulouse
Laurent Desvillettes <b>TF TV</b>	ENS, Cachan
Jean-Louis Dufresne <b>TF</b>	IPSL, Paris
Régis Ferrière <b>TV</b>	ENS, Paris
Frédéric Garcia <b>TV TH</b>	INRA, Toulouse
Olivier Gascuel <b>TV</b>	CNRS, Montpellier
Olivier Gimenez <b>TV</b>	CNRS, Montpellier
Emmanuel Grenier <b>TF</b>	ENS, Lyon
François Hamel <b>TV</b>	LATP, Marseille
Michael Hochberg <b>TV</b>	CNRS, Montpellier
François Houllier <b>TV TH</b>	INRA, Paris
Michel Loreau <b>TV</b>	CNRS, Moulis
Nadia Maïzi <b>TV</b>	CMA, Nice
Roland Masson <b>TF</b>	INRIA, Nice
Marc Massot <b>TF</b>	Centrale, Paris
Sylvie Méléard <b>TV</b>	Ecole Polytechnique
Jean-Pierre Nadal <b>TV TH</b>	CAMS, Paris
Jean- Claude Saut <b>TF</b>	Université d'Orsay
Sylvain Sorin <b>TH</b>	CNRS, Paris
Marie Hélène Tusseau Vuillemin <b>TF TV</b>	Ifremer, Brest

#### Consortium Élargi

Fathia Alabau	GdR CONEDP
Liliane Bel	SFDS
Vincent Calvez	LABEX Milyon
Mireille Chaleyat	MPT2103
Stéphane Cordier	GdR EGRIN
Georges-Henri Cottet	AMIES
Daniel Da Rocha	RNSC
Jocelyn Erhel	Interstices, INRIA
Loïc Gouarin	GdR Calcul
Thierry Goudon	SMAI
Cyril Imbert	SMF
Tony Lelièvre	GdR MOMAS
Yohan Pénel	SMAI2013
Clémentine Prieur	GdR Mascot-Num
Jérôme Renault	GdR Jeux
Antoine Rousseau	INRIA
Jacques Sainte-Marie	GdR EGRIN

## Contribution Externes

TV

Arezki Boudaoud  
Vincent Calvez  
Jérôme Chave  
Catherine Choquet  
Silvia De Monte  
Stéphane Douady  
Bruno Ernande  
Philippe Gros  
Marc Sourisseau  
Wilfried Thuiller

TH

M. Aziz-Alaoui  
Zaïd Archaoui  
Cyrille Bertelle  
Adrien Blanchet  
Guillaume Bouchard  
Maroua Bouzid  
Jean-Paul Décamps  
Bernard Elissalde  
Emmanuel Lazega  
Françoise Lucchini  
Stéphane Mallat  
Phillippe Martin  
Laurent Nottale  
Damien Olivier  
Emmanuel Prados  
Thierry Saint-Gérand

TV TF

Denis Allard  
Philippe Naveau

TV TH

Olivier François  
Michel Lample  
Claire Macher  
Stéphanie Mahévas  
Vincent Miele

TF TH

Patrick Lebon  
Frédéric Plas  
Georges-Marie Saulnier

TF

Lyderic Bocquet  
Marc Bocquet  
Freddy Bouchet  
Pascale Braconnot  
Bertrand Chapron  
Jean Raynald de Dreuzy  
Sébastien Denvil  
Gérald Desroziers  
Thomas Dubos  
Laurence Eymard  
Enrique Fernández Nieto  
Jan-Bert Flor  
Yoël Forterre  
Marie-Alice Foujols  
Isabelle Gallagher  
Laurence Halpern  
Patrice Klein  
Florian Lemarié  
Daniel Leroux  
Gurvan Madec  
Olivier Marti  
Jérôme Monnier  
Pascal Noble  
Yohan Pénel  
Aurélien Ribes  
Sophie Ricci  
Antoine Rousseau  
Joël Sommeria  
Chantal Staquet  
Paul Vigneaux  
Jean-Paul Vila  
Laurence Viry  
Bruno Voisin

# Annexe D : Textes originaux utilisés pour le rapport

<b>1. Mathématiques du monde réel</b>	<b>121</b>
ÉCOLOGIE THÉORIQUE	121
ONDES INTERNES DANS LES FLUIDES GÉOPHYSIQUES	123
APPROCHE MICRO-MACRO	126
FORME ET CROISSANCE	128
ANALYSE DE TRÈS GRANDS ENSEMBLES DE DONNÉES SATELLITES	131
GÉOMORPHOLOGIE THÉORIQUE	132
DÉVELOPPEMENT DES PLANTES	133
CLIMAT OCÉAN / ATMOSPHERE	136
MATHEMATICAL MODELLING OF ATMOSPHERIC MOTIONS	140
ÉVOLUTION DES ÉCOSYSTÈMES	142
MODÉLISATION DU CYCLE DE L'EAU, HYDROLOGIE OPÉRATIONNELLE	144
DYNAMIQUE ET RÉSILIENCE DES TERRITOIRES SYSTÈMES NATURELS ET SOCIAUX	147
SOCIOLOGIE DES RÉSEAUX	148
INTERACTIONS ENTRE MATHÉMATIENS ET ÉCONOMISTES	149
IMPERFECTIONS DE MARCHÉS : ASYMÉTRIE D'INFORMATION, COMPORTEMENT STRATÉGIQUE, CONTRATS OPTIMAUX	151
SYSTÈMES COMPLEXES	152
CHANGEMENTS ENVIRONNEMENTAUX PLANÉTAIRES	154
GESTION DES DÉCHETS RADIOACTIFS	156
MODÉLISATION DES SOCIO-ÉCO-SYSTÈMES ET ANALYSE D'IMPACT DE SCÉNARIOS POUR L'AIDE À LA DÉCISION POUR LA GESTION DURABLE DES RESSOURCES MARINES	158
THÉORIE DES JEUX ET CONTRATS SOCIAUX	160
QUE PEUVENT LES MATHÉMATIQUES POUR LA PLANÈTE ?	163
<b>2. Mathématiques en émergence</b>	<b>165</b>
BIG DATA CHERCHE MATHÉMATIQUES	165
APPROCHES THÉORIQUES DE L'ÉVOLUTION DU COMPORTEMENT HUMAIN	172
MODÉLISATION DES ONDES DE GRAVITÉ ET DES PROCESSUS ASSOCIÉS	179
MODÉLISATION DE L'ADAPTATION	184
THÉORIE DES RÉSEAUX	186

FLUIDES GÉOPHYSIQUES COMPLEXES : ÉCOULEMENT DES GLACIERS, BOUES ET LAVES TORRENTIELLES  
190

SIMULATION DES AVALANCHES : MODÉLISATION ET ANALYSE NUMÉRIQUE 195

THÉORIE DES JEUX ET PLANÈTE TERRE 199

DÉPLACEMENTS COLLECTIFS : AUTO-ORGANISATION ET ÉMERGENCE 202

QUANTIFICATION DES INCERTITUDES DANS LE CONTEXTE ENVIRONNEMENTAL 205

MODÉLISATION DÉTERMINISTE-STOCHASTIQUE 206

RISQUES ENVIRONNEMENTAUX : MÉTHODES STOCHASTIQUES POUR L'ANALYSE DES VALEURS EXTRÊMES  
OU RARES 211

### 3. Mathématiques du numérique 212

MÉTHODES MATHÉMATIQUES ET NUMÉRIQUES POUR LA MODÉLISATION DE L'OCÉAN/ATMOSPHÈRE 212

PRÉVENTION ET GESTION DES RISQUES LIÉS AUX ÉCOULEMENTS PEU PROFONDS/NON STRATIFIÉS 218

TENDANCES ET NOUVEAUX DÉFIS EN STATISTIQUES POUR LE CLIMAT, L'ENVIRONNEMENT ET L'ÉCOLOGIE  
221

STATISTIQUE ET ÉVOLUTION GÉNOMIQUE DES POPULATIONS 226

ASSIMILATION DE DONNÉES OCÉAN/ATMOSPHÈRE 229

MATHÉMATIQUES ET ALGORITHMIQUE POUR L'AIDE À PLANIFICATION TERRITORIALE 231

QUANTIFICATION D'INCERTITUDES SUR LA MODÉLISATION DES ENVELOPPES FLUIDES (OCÉAN,  
ATMOSPHÈRE, SURFACES CONTINENTALES) 234

MODÉLISATION ET DYNAMIQUE DES INTERFACES DANS LE CYCLE DE L'EAU 236

PARTAGER LES RESSOURCES 240

PÔLE DE MODÉLISATION DU CLIMAT DE L'IPSL 242

FAIRE ÉVOLUER LES MODÈLES OCÉAN/ATMOSPHÈRE POUR LE CALCUL INTENSIF 244

MATHÉMATIQUES DÉCISIONNELLES POUR LA GESTION DURABLE DES ÉCOSYSTÈMES 246

MANAGEMENT DE LA BIODIVERSITÉ : RÉSEAU ET DÉCISION DANS L'INCERTAIN 248

MODÉLISATION : DE LA CELLULE À AGRO-ÉCOSYSTÈMES 249

OPTIMISATION ET COMMANDE DES MODÈLES ÉNERGÉTIQUES POUR UN DÉVELOPPEMENT SOUTENABLE  
251

L'EAU, UNE ÉNERGIE RENOUVELABLE, À PRÉSERVER ET À MIEUX GÉRER. 252

# 1. Mathématiques du monde réel

## Écologie théorique

*Centre de Théorie et Modélisation de la Biodiversité, Station d'Ecologie Expérimentale du CNRS à Moulis, Michel Loreau*

- Comprendre l'effet des changements de biodiversité sur le fonctionnement d'un écosystème / sur la dynamique de population
- Coupler les expériences et la théorie
- Etudier le micro pour mieux comprendre le macro/ Liens entre global et local
- Stabilité dynamique dans le temps
- Etude des méta-écosystèmes : écosystèmes locaux connectés entre eux
- Impact sur l'humain: thématique de recherche nouvelle
  - ▶ collaboration avec les économistes

### Outils Mathématiques

- Analyse de systèmes EDO
- Modèles analytiques individus-centrés
- Approches inspirées de la mécanique statistique
- Modèles stochastiques
- Modèles complexes numériques
- Évolution : dynamique adaptative
- Outils statistiques classiques et bayésiens

### Besoins Mathématiques

Le plus grand défi du point de vue utilisateur nous semble être d'assurer la communication des connaissances mathématiques récentes ou en voie de développement à un public scientifique utilisateur dans d'autres domaines. Nous apprenons régulièrement l'existence de nouvelles techniques ou approches mathématiques utilisables en écologie, mais c'est un peu au hasard des rencontres ou des lectures, souvent avec des années de retard. Le renforcement de moyens de communication entre les disciplines est donc important.

Un domaine particulier dans lequel ce besoin se manifeste est celui des statistiques. Il ne s'agit pas tant du développement de nouveaux outils que du développement de nouvelles approches qui ouvrent de nouvelles perspectives. Un exemple est donné par l'explosion actuelle des statistiques bayésiennes en écologie, pour lesquelles nous n'avons pas de formation en tant que chercheurs en poste et que nos étudiants doivent donc découvrir sur le tas. Un autre exemple du même type est le développement des « structural equation models » et autres approches qui prétendent dévoiler des causalités dans l'analyse de données. Un troisième exemple est la théorie de la viabilité, qui offre un cadre différent pour aborder la dynamique des systèmes biologiques.

D'autres domaines en voie de développement en écologie requièrent probablement de nouveaux développements mathématiques. Nous avons identifié en particulier les domaines suivants:

- Ecologie spatiale (en pleine explosion depuis une vingtaine d'années): représentation explicite des interactions localisées entre individus dans la dynamique des populations et des écosystèmes, nouvelles approches permettant de réaliser des approximations de ces interactions localisées à grande échelle.

- Interactions entre échelles de temps: les systèmes écologiques se caractérisent par une imbrication d'échelles de temps multiples. Les approches traditionnelles supposent une séparation des échelles de temps mais cette simplification pose des problèmes de plus en plus manifestes lorsque les échelles de temps se rapprochent. C'est notamment le cas dans la dynamique éco-évolutive (qui mêle dynamique écologique et évolution) et dans les prédictions des effets écologiques des changements globaux, dont la vitesse est en train de changer.
- Théories des graphes et des réseaux: ces théories sont de plus en plus utilisées en écologie pour l'analyse des réseaux d'interactions entre espèces (réseaux trophiques, mutualistes, spatiaux...) mais les résultats qu'elles ont permis d'obtenir jusqu'à présent restent assez superficiels. De nouvelles approches et de nouveaux outils sont sans doute nécessaires.

## Ondes internes dans les fluides géophysiques

*Laboratoire des écoulements géophysiques et industriels, Grenoble, équipe MEIGE, Chantal Staquet (Pr. UJF), Joël Sommeria (DR CNRS), Bruno Voisin (CR CNRS), Jan-Bert Flor (DR CNRS). Propos recueillis par Emilie Neveu. Compte-rendu de la journée IHP, 24 septembre, Turbulence et Paramétrisation.*

### **Quels sont les processus physiques étudiés ? Quelles sont les applications environnementales ?**

Nous nous intéressons à la dynamique des fluides dans l'océan et l'atmosphère, aux frontières ou à l'intérieur du milieu fluide. Ces fluides sont hétérogènes en densité et sont soumis à la force de Coriolis. Les processus physiques étudiés concernent par exemple l'émission d'ondes internes dans l'océan par le passage de la marée sur la topographie sous-marine, les instabilités de couche limite avec et sans rotation ou la dynamique des fronts qui sont associés à de forts gradients horizontaux de densité ou de vitesse dans l'atmosphère ou l'océan.

Les applications de ces phénomènes sont variées : comprendre la formation des cyclones ou les instabilités du Gulf Stream, déterminer la circulation atmosphérique au sein d'une vallée alpine et le transport de polluant associé ou estimer le mélange au fond de l'océan dans le contexte de la circulation thermohaline.

### **Quels sont les modèles utilisés et comment sont-ils validés ?**

On peut considérer que nous développons ou utilisons trois types de modèles.

Nous développons un modèle théorique de l'émission d'ondes internes par une source oscillante de forme quelconque, de façon à pouvoir calculer une des grandes composantes du champ d'ondes internes présent dans l'océan. Ce modèle est validé vis-à-vis d'expériences de laboratoire menées en parallèle et conçues pour établir cette validation.

Nous adaptons également des modèles numériques communautaires (disponibles pour l'ensemble de la communauté scientifique) aux problèmes que nous voulons étudier dans l'atmosphère ou l'océan. D'une façon générale, ces codes résolvent les équations de Navier-Stokes d'un fluide compressible ou incompressible en présence d'une topographie. Ces codes sont Meso-NH et WRF pour l'atmosphère et le code MITgcm pour l'océan. Deux types de configurations sont considérées, soit idéalisées pour comprendre de façon détaillée les processus en jeu, soit réalistes (par exemple modélisation de la circulation atmosphérique dans la vallée de Grenoble). Dans le premier cas, les validations des résultats numériques sont menées vis-à-vis de résultats théoriques ou d'expériences de laboratoires menées en parallèle. La validation dans le second cas est beaucoup plus difficile car elle requiert des mesures in situ, qui sont très limitées dans l'espace et le temps.

Les phénomènes physiques sont aussi étudiés de manière expérimentale, dans des cuves tournantes de dimension variée, depuis un diamètre de 1 m jusqu'à la plate-forme Coriolis de 13 m de diamètre qui est une installation expérimentale unique au monde.

### **Quels sont les enjeux où les mathématiques ont un rôle important à jouer ? Selon vous, quelles sont les difficultés mathématiques à dépasser ?**

Les enjeux pour lesquels les mathématiques ont un rôle à jouer sont difficiles à préciser car nous n'avons pas toujours une idée claire de ce que les mathématiciens peuvent nous apporter. La réponse à cette question passe par la définition d'une stratégie pour que nos communautés se rencontrent (voir dernière question).

Pourtant, nous pouvons citer quelques problèmes difficiles à résoudre dans notre domaine qui contiennent une importante composante théorique.

- Toutes les modélisations numériques que nous menons concernent une trop grande gamme d'échelles de mouvement pour que celles-ci soient toutes résolues. Se pose donc la question, maintenant

classique, de la modélisation des plus petites échelles (car les transferts d'énergie se font des grandes vers les petites échelles). En pratique, il s'agit de représenter l'effet de ces petites échelles sur les grandes par un modèle appelé "paramétrisation sous-maille". Le développement de telles paramétrisations requiert une très bonne connaissance physique du problème mais des considérations mathématiques peuvent être utiles (filtrage, développements multi-échelles).

- Les calculs numériques que nous menons sont très longs, parfois plusieurs centaines de milliers d'itérations et des questions d'ordre numérique se posent : les lois de conservation sont-elles effectivement respectées? quelle est la précision du modèle sur le long terme et sa capacité à reproduire la statistique du système ?

De nombreux problèmes impliquent des ondes, comme l'illustrent les exemples ci-dessous :

- Lorsque l'écoulement est faiblement non linéaire coexistent le plus souvent des ondes de gravité se propageant au sein d'un écoulement turbulent. Ondes et turbulence ont des propriétés très différentes et la séparation de ces deux mouvements, dans le cadre d'équations pronostiques pour chacun de ces mouvements, est un problème ouvert.
- Lorsque la turbulence est à grande échelle, ce problème rejoint celui de la séparation entre modes lents géostrophiques et modes rapides d'ondes.
- La modélisation de la turbulence d'ondes, qui résulte de l'interaction faiblement non linéaire entre ondes, est également un problème difficile qui peut être traité par développements asymptotiques.
- Modéliser l'interaction entre les ondes de Rossby et les ondes internes est nécessaire pour mieux comprendre, par exemple, la formation et la trajectoire des cyclones. Une approche asymptotique a été démarrée dans notre équipe mais le projet a été temporairement abandonné par sa trop grande complexité.

### **Quels sont vos liens avec les mathématiciens ?**

Comme suggéré plus haut, nous avons peu de liens avec les mathématiciens. Notons qu'une collaboration très fructueuse a été menée il y a une quinzaine d'année sur la théorie du maximum d'entropie appliquée aux écoulements géophysiques.

### **Avez-vous des projets pluri-disciplinaires (humain/fluide, fluide/vivant, ...) ?**

Nous travaillons sur un projet de modélisation de la pollution atmosphérique dans les vallées alpines très polluées en hiver (vallée de l'Arve, Grenoble), en collaboration avec des chimistes de l'atmosphère. Sans être pour l'instant incluse dans le projet, celui-ci comporte une composante sanitaire et sociétale évidente.

Nous pensons qu'une collaboration avec un laboratoire d'écologie alpine (tel que le LECA à Grenoble) devrait être menée, sur l'impact du changement climatique sur le couvert végétal d'une vallée alpine. Dans ce projet, dynamiciens des fluides, écologues et climatologues seraient en interaction.

### **Quelle est, selon vous, la meilleure façon de développer les interactions entre mathématiciens et utilisateurs des mathématiques ?**

Des rencontres régionales ou nationales d'une journée ne sont pas appropriées car insuffisantes pour cela. Il est en effet nécessaire de pouvoir itérer aisément avec un collègue mathématicien pour mieux comprendre le langage, les questions posées ou la méthode utilisée. Ce n'est qu'ensuite que la collaboration peut avoir lieu. Les rencontres doivent donc être locales, au sein d'une même université, régulières (mensuelles par exemple), la proximité géographique permettant de poursuivre la discussion en dehors de ces réunions.

Les relations entre mathématiciens et physiciens (et aussi biologistes) sont d'une toute autre nature (et donc

bien plus interactive et fructueuse) que ce soit aux US (par exemple au Courant Institute à New-York) et en Angleterre (Université d'Edimbourg partie exemple).

## Approche micro-macro

*Lyderic Bocquet, Professeur de Physique, Institut Lumière Matière, Université de Lyon. Propos recueillis par Emilie Neveu*

### Enjeux environnementaux

Des liens intéressants entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique apparaissent dans de nombreuses applications liées à l'environnement ou plus généralement au monde qui nous entoure.

Les énergies renouvelables, la prévention des risques d'avalanches ou de glissements de terrain, et les mouvements de foule peuvent bénéficier de la recherche sur les approches micro-macro. Par exemple, la nano-physique a permis d'améliorer le rendement de l'énergie osmotique qui est maintenant une potentielle aux énergies non-renouvelables.

Plus généralement, les domaines d'intérêt sont l'énergie osmotique, l'énergie photovoltaïque organique, les écoulements de milieux granulaires, les écoulements de plasticité, le comportement d'interface entre un fluide et une surface.

### Besoins mathématiques

Tout d'abord, il convient de noter les différences de points de vue entre un physicien et un mathématicien.

Pour un physicien, peu importe le chemin, l'important est la question. Être créatif, c'est poser une bonne question. En mathématiques, le chemin est le plus important.

Face à un problème, le physicien va donc chercher à répondre à la question. La réponse ne nécessitera pas forcément l'aide des mathématiciens. Mais parfois, sur certains problèmes, il y a un besoin de mathématiques.

Par exemple, sur les problèmes d'énergie osmotique, y a-t-il un besoin de mathématiques ?

L'énergie osmotique est créée par une différence de salinité. Il faut installer, à l'embouchure des fleuves, une membrane spéciale permettant le passage de l'eau douce mais non de l'eau salée. Les molécules d'eau douce sont alors attirées par effet d'osmose vers l'eau salée et traversent la membrane. La surpression induite par le mélange est utilisée pour créer de l'énergie. Cette technologie souffre d'un rendement peu intéressant et de la difficulté de réalisation de la membrane. La nano-physique a permis de créer un dispositif améliorant le rendement en augmentant la diffusion du mélange et en transformant la membrane en source directe d'énergie électrique. Mais les problèmes principaux actuels sont d'ordre technologiques. La rigueur des mathématiques n'apparaît pas nécessaire pour l'instant. À l'inverse des problèmes d'optimisation de réseaux avec les « smart-grids », où là les besoins mathématiques sont importants.

D'autres domaines font intervenir les mathématiques de manière plus marquée.

Les écoulements des milieux granulaires, par exemple, peuvent être modélisés par un ensemble d'entités en interaction les unes avec les autres. Cela rejoint les mouvements de foule où là aussi, les problématiques micro-macro sont importantes. La difficulté est que ces problèmes ne peuvent pas être traités par la physique statistique classique, car ils ne vérifient pas le second principe d'entropie. Les mathématiques ont beaucoup contribué à la physique statistique et il est évident qu'il y a, dans ces nouvelles thématiques, un grand besoin de nouveaux théorèmes et de nouveaux modèles. Des approches proposant de généraliser le second principe ont été proposées dans le cas de milieux granulaires (le modèle Keller-Segel étudié entre autre par Vincent Calvez, les travaux de Gallavotti et Cohen, ceux de Jardingzski). Le lien n'est pas direct avec les mouvements de foule, mais il est à construire.

Les approches micro-macro apparaissent dans l'étude des écoulements de fluides complexes en général, c'est à dire, les gels (dentifrice) et les milieux granulaires. Ce sont des fluides à seuil qui ont un comportement très proche des milieux vitreux considérés plus « nobles » par les physiciens. Au niveau

microscopique, ce sont des grains, qui sont au repos « gelés » mais de façon désordonnée. Dans ces thématiques, Thierry Colin et Didier Bresch peuvent aider à définir les défis mathématiques.

Les écoulements de plasticité font aussi appel à l'équation de Boltzmann et à une approche micro-macro. Des modèles en éléments finis ont été développés pour décrire ces écoulements associés à l'usure non réversible. Les mathématiques seraient utiles pour analyser les équations de ces nouveaux modèles.

Toujours dans les approches micro-macro, le comportement d'un fluide avec une surface peut être intrigant. Si une bille est lâchée sur un plan d'eau, le comportement de l'eau va varier selon la nature de la surface de la bille (hydrophile ou hydrophobe). Un détail microscopique de la bille peut modifier l'écoulement jusqu'à une échelle macroscopique. Après des travaux expérimentaux, nous avons proposé un modèle physique et compris quels paramètres étaient importants. Il y a là un problème de singularité où il peut être intéressant d'échanger avec les mathématiciens.

Cet exemple illustre la démarche d'un physicien qui va chercher à valider son modèle, ou plutôt à le confronter à la réalité et à trouver dans quels cas il n'est plus valable, pour mieux comprendre les mécanismes en jeu, alors que le mathématicien ne travaille pas de manière empirique et va plutôt chercher à augmenter le potentiel d'un modèle, à analyser son comportement de façon abstraite.

### **Besoins en HPC**

Pour la simulation réaliste des fluides complexes, nous avons de gros besoins de parallélisation; Xavier Blase à l'Institut Néel également, pour sa recherche en photovoltaïque organique (avec les calculs *ab initio*). Enfin, à l'UJF, Jean Louis Barrat qui étudie les propriétés des matériaux, travaille beaucoup sur les énergies renouvelables et a de vrais problèmes de parallélisation pour simuler le comportement à grande échelle de millions d'atomes. Il y a peut être un besoin d'approches méta-dynamiques, ou d'analyse d'échelle de temps multiples.

### **Sur le travail multi-disciplinaire maths-physique**

En France, il n'y a pas de dialogue, pas d'interface entre ces deux disciplines. Il y a un problème de contacts : qu'est ce qu'un problème mathématique ? qu'est-ce qu'une conférence en mathématique ?

Il y a un vrai souci de manque de connaissance du milieu. Si nous ne savons pas ce que les mathématiciens font, et ce qui les intéresse, comment leur présenter notre travail ?

Cela peut être amélioré par l'organisation de séminaires en commun. Ce que fait l'IHP est très bien, mais elle est focalisée sur les interactions physique-mathématique au sens de Poincaré. Il manque un lien entre les mathématiques et la physique, qui soit tourné vers des applications moins nobles, plus concrètes.

Lorsque nous participons à quelques GdR de mathématiques, nous réalisons que les problématiques des mathématiciens sont parfois naïves, n'ont pas d'intérêt en physique, ne sont pas d'actualité. Réciproquement, les problèmes de physique où les mathématiques apparaissent sont peut être naïfs ou déjà faits...

Je travaille en ce moment aux Etats-Unis où il y a plus d'enthousiasme et de curiosités entre les disciplines. Rien que le fait de discuter crée des idées mais cela demande des efforts et un non conservatisme. En France, la déconnexion entre les mondes n'aide pas au mélange et aux interactions.

## Forme et croissance

*Stéphane Douady, Chercheur CNRS à l'Université Paris Diderot. Propos recueillis par Emilie Neveu*

### **Enjeux environnementaux**

La formation des dunes, le mouvement des avalanches, la croissance d'une feuille, d'un poumon ou encore d'une ville sont des sujets en apparence très éloignés. Pourtant, partout, cette même question apparaît : « quelles sont les contraintes externes qui influent sur la forme et la croissance ? ». À partir de là, il s'agit de construire un modèle phénoménologique qui décrit les composantes principales des mécanismes, mêlant mécanique, physique et mathématiques. S'ajoutent à cette liste, selon les sujets, de la biologie, de la botanique, ou de l'urbanisme.

Voici quelques exemples d'études :

L'interaction entre le vent et la forme des dunes permet, à l'aide de problèmes inverses, d'obtenir des informations sur les champs de vitesse des vents rien qu'en observant la surface des dunes. Cela est utile en planétologie, pour mieux comprendre ce qui se passe sur une planète lointaine.

L'étude des écoulements granulaires (avalanche, avancée du désert) a des enjeux environnementaux plus marqués dans les pays désertiques, telle que la Chine qui doit faire face à une disparition des plantes dans les zones semi-désertiques. Les financements français se font rares et nous avons plus ou moins laissé de côté ce sujet de recherche.

Maintenant, nous travaillons beaucoup sur le vivant.

Des mécanismes d'interactions sont élaborés dans le cadre d'études sur l'origine de la vie, autour d'expériences avec une dizaine de molécules. Les modèles créés sont pensés dans leur globalité et prennent en compte toutes les interactions. Ils sont plus pertinents que les modèles se contentant de relier des processus individuels entre-eux.

La morphogenèse des plantes est l'étude des liens entre croissance et forme. Nous nous intéressons à la phase de plasticité, lorsque les matières ne sont pas encore figées. Les contraintes externes ont alors une importance considérable dans la forme de la plante. L'influence génétique est presque moins importante parfois. Les modèles élaborés fonctionnent également avec des arbres. L'idée est de pouvoir paramétrer un modèle simple avec un seul paramètre, accessible en prenant une photo de l'arbre. Des travaux sont en cours avec l'INRA. Ce genre de travaux pourraient être orientés vers des questions comme l'étude de l'adaptation des plantes à l'environnement. Les modifications climatiques peuvent-elles se voir ? Quelques résultats vont dans ce sens, notamment le nombre de plis d'une feuille d'érable dépend de son implantation géographique et du climat.

Enfin, plus récemment, nous développons des modèles de croissance de ville, basés sur un réseau de rues. Le réseau de rues est un élément stable de la ville, il y a une certaine analogie avec le réseau de veines d'une feuille. Nous étudions l'implantation humaine le long de ce réseau.

### **Besoins mathématiques/ enjeux de modélisation**

En modélisation des écoulements granulaires, il y a peut-être quelque chose à faire pour lier les formes des dunes visibles et les données de vents reçues par satellites.

En ce qui concerne les plantes, la morphogenèse et la phyllotaxie, les problèmes mathématiques sont d'ordre géométrique, à fort lien avec l'origami (art du pliage du papier) ou le kirigami (art de la découpe du papier) et avec la géométrie différentielle.

Dans les problèmes d'empaquetage géométrique, on peut citer l'étude de l'ensemble des solutions possibles, des formes possibles, sous la contrainte d'un champ de croissance. Avec un champ de croissance

donné, et en partant d'une forme de plante, comment se modifie la plante ? Il y a des exemples de cas encore non compris : la croissance non homogène d'une feuille plate, par exemple.

De manière plus générale, les mathématiques sont utiles pour leur formalisme : poser une problème, trouver quelles sont les contraintes fortes, se fixer un modèle simple.

### **Problèmes liés à l'interdisciplinarité**

Cela vaut le coup de définir ce que l'on veut dire par interdisciplinarité. En général, soit une question est ramenée dans sa thématique, soit un apport technique est fourni à une autre thématique. Il est plus rare et plus dur d'être vraiment entre les deux. C'est notre cas.

#### *Interactions physique-biologie*

Avec les plantes, nous interagissons fortement avec des biologistes et des botanistes, par exemple pour leurs connaissances en anatomie. Il a été difficile de leur expliquer l'intérêt de notre travail. En effet, ils se basent surtout sur une compréhension des détails bio-géochimiques et sur l'influence des gènes. En tant que physicien, notre approche et nos objectifs sont différents. Nous voyons la plante comme un système qui se construit à partir de la forme précédente. La dynamique est importante. Et parce que notre travail montre que le changement physiologique a autant d'impact sur la forme des plantes que le patrimoine génétique, les biologistes sont plus intéressés. De plus, ils comprennent qu'il y a de nombreux problèmes de mécanique, du fait de la présence de parois rigides.

Le professeur Arezki Boudaoud est un cas exceptionnel, il s'est fait intégré par les biologistes. Le professeur Mahadevan, à Harvard, connaît très bien la mécanique, et travaille sur des applications à des systèmes biologiques mais ce n'est pas sûr qu'il soit réellement intégré avec des biologistes.

En fait, le vivant utilise les instabilités physiques et le contrôle bio-géochimique pour créer des formes compliquées. Il y a une part de contrôle et une part d'aléa. Les physiciens pensent aux instabilités, les biologistes en terme de contrôle, regrouper les deux est un problème ouvert.

#### *Interactions physique théorique-mathématiques*

Malgré une vision abstraite qui nous réunit, le fossé est énorme.

Les mathématiciens aiment les théories élégantes, les objets compliqués : Navier-Stokes en est un. Seulement, dans la plupart des cas, utiliser ces théories dans des cas réalistes n'est pas possible, les équations étant insolubles.

Nous travaillons sur une réalité. Nous construisons des modèles phénoménologiques qui cherchent l'effet principal d'une cause. Nous décrivons une équation de la forme la plus simple, sans chercher à tout représenter, à être précis. Une loi linéaire, ou au plus un exposant d'ordre deux, ce sont les éléments avec lesquels nous travaillons.

Cette simplification peut surprendre, mais un modèle simple a l'avantage de s'appliquer à beaucoup de cas. Et puis, nous nous sommes rendus compte que, dans les études sur la turbulence, les données se multiplient avec les simulations numériques sans que l'on sache forcément quoi en faire. Plus de données, des modèles plus compliqués, tout ça ne permet pas forcément de comprendre. Et même si dans certains cas, nos modèles peuvent être utilisés pour la prédiction (par ex., pour la prédiction de l'avancée des dunes), nous voulons comprendre avant tout. La validation d'un modèle est une mauvaise question. Le but du modèle, c'est ça la bonne question. Ensuite, nous simplifions et nous regardons jusqu'à quel point le modèle est valide. De la même façon, si nos modèles nécessitent trop de calculs, c'est que le problème n'a pas été assez simplifié.

Les problèmes de multi-échelle se réduisent à cette question : étant donné le niveau, l'échelle, que décrit un modèle, comment intégrer les autres échelles ? Nous n'essayons pas de décrire plusieurs niveaux d'échelle, mais de transposer les processus à l'échelle qui nous intéresse.

Dans des thèmes similaires, quelques mots sont irritants pour nous :

- ▶ l'émergence. Cela donne l'impression d'une apparition due à la magie, alors qu'il suffit de décrire les interactions existantes. Dans ces cas précis, les interactions sont plus importantes que les processus individuelles en tant que tels.
- ▶ les systèmes complexes. Notre travail consiste à les simplifier.

Dans nos travaux à l'interface entre de nombreuses disciplines, une partie du travail est de convaincre les collègues de l'intérêt de nos études. Cette compréhension est intuitive et rend difficile la communication. Comment expliquer ce que nous ressentons ? Le cerveau travaille de manière inconsciente, il fonctionne différemment selon les expériences passées. La compréhension se fait donc par expériences. Quelqu'un qui reste dans sa discipline va comprendre moins facilement un problème multi-disciplinaire. Ceci explique peut-être les problèmes de dialogue entre disciplines et les efforts à faire pour créer un lien.

## Financement et valorisation

Les étudiants formés dans l'interdisciplinarité ont du mal à se « caser ».

Voici l'histoire d'un étudiant, mi mathématicien, mi physicien. Il est allé chercher une théorie mathématiques pour décrire un problème physique de formation de gaines protectrices autour des gamètes. Les travaux des mathématiciens en géométrie différentielle, sur les problèmes de surface à courbure de Gauss constante, posent les équations comme insolubles. Une approximation a été proposée mais au delà d'un temps court, elle n'est plus valide. L'étudiant a juste enlevé un terme de l'équation pour la rendre soluble. Cela donne une approximation moins bonne mais plus robuste. Cette approche qui mélange les deux conceptions, est difficile à valoriser, il y a un problème de reconnaissance.

Un autre étudiant, dans un laboratoire de mathématiques appliquées, s'est vu dire que son travail était trop appliqué.

Au niveau des financements, c'est pire. Il y a une réelle différence entre le discours de l'ANR et du CNRS et ce qui est fait en pratique. Les commissions interdisciplinaires sont peu nombreuses, et favorisent les personnes déjà reconnues, les sujets déjà traités.

De plus, en temps de crise, les disciplines se replient sur elles-mêmes. Il manque d'une structure qui soutienne la pluridisciplinarité.

Plus spécifiquement, la physique théorique a du mal à trouver sa place. En effet, c'est la prouesse technique qui est valorisée. La science se développe et se complexifie, il est difficile de comprendre, et de juger le travail des autres. Nos modèles très simples sont jugés négativement pour leur simplicité. Il est arrivé qu'un rapporteur nous écrive « soit c'est vrai, et ça a déjà été fait; soit c'est faux ».

Dans un monde où la valeur d'une mesure est proportionnelle au coût qu'elle a coûté, nous avons un problème de visibilité et de lisibilité. Nous ne pensons pas que notre approche est la seule possible, juste qu'il faut de la place pour tout le monde.

## Analyse de très grands ensembles de données satellites

*Bertrand Chapron, Laboratoire d'Océanographie Spatiale, IFREMER*

Les données sont de plus en plus nombreuses, provenant des modèles, des observations in-situ, mais surtout des satellites. Tous les jours, nous avons accès à 300 Go de données satellites supplémentaires. Des données qu'il faut pouvoir analyser pour en tirer une information pertinente d'où une utilisation grandissante de méthodes de fouille de données. Cependant nous nous intéressons également à de nombreuses autres méthodes, qui font appel à d'autres thèmes mathématiques, telles que l'assimilation de données image, l'interpolation des données manquantes, l'analyse géométrique.

### **Enjeux environnementaux**

La possibilité d'avoir accès à autant de données est avant tout une prouesse technique, un défi technologique. Pourtant, à l'aide ces observations, nous pouvons espérer résoudre des questions scientifiques majeures. Notamment, les données permettent d'observer des phénomènes à de très petites échelles (de l'ordre de 5km) et des phénomènes non linéaires qui ne sont pas résolus par les modèles. C'est le cas notamment des processus d'échanges entre océan et atmosphère que l'on observe au niveau des déferlantes grâce aux technologies « Glitter ». Ces phénomènes ont un impact important sur le climat global. C'est en effet là que les échanges gazeux ont lieu, c'est là que le carbone est « piégé » dans l'océan. C'est aussi là que l'énergie de l'océan est transmise aux cyclones.

### **Besoin mathématiques**

Ces nouvelles données permettent de se poser des questions dont la réponse étaient jusqu'à maintenant inaccessibles. Mais pour tirer profit de ces données, il faut construire de nombreux outils mathématiques dont quelques exemples sont cités ci-dessous :

- L'analyse de données passe par le développement de méthodes d'assimilation d'images, avec par exemple pour défi, la gestion des données manquantes tels que les nuages. Sur ce point spécifique, des travaux sur l'interpolation optimale dynamique sont nécessaires. Le traitement d'image devient également une part importante de l'analyse de données, des travaux récents sur le traitement des données lagrangiennes par exposant de Lyapunov sont en cours avec l'équipe INRIA d'Etienne Mesmin, à Rennes.
- L'assimilation de données doit aussi pouvoir prendre en compte la multi-résolution, notamment pour intégrer des observations à haute résolution dans des modèles à plus basse résolution.
- Se dessine également le développement de nouveaux outils d'analyse géométrique basés sur les contours dynamiques, ou sur les iso-lignes. Ces analyses nécessitent le développement de plus d'interactions avec la géométrie, avec le besoin de méthodes de géométrie aléatoire des contours et la nécessité de pouvoir gérer le conditionnement de la géométrie haute résolution par un champ à basse résolution.
- Enfin, la multiplication des données et leur mutualisation permettent d'avoir des jeux de données pluridisciplinaires accessibles et ouvertes, ce qui encourage la mise en place de scénarios de tests et de validations de différents modèles.

Au delà de ces questions très scientifiques, se pose une question d'ordre technique. Comment archiver toutes ces données ? Deux niveaux d'archivage seraient judicieux. Un premier niveau, pratique, où les données seraient décomposées et réduites selon le mode d'analyse jugé pertinent à l'heure actuelle. Et un autre niveau, vision au long terme, dans lequel toutes les données serait mémorisée. Notre compréhension des phénomènes étant sans cesse en progression, certaine donnée se révélerait précieuse dans le futur.

## Géomorphologie théorique

*Ph. Martin (U. Avignon - ESPACE) et L. Nottale (Obs. Paris – Meudon – LUTH)*

Depuis les travaux de B. Mandelbrot nous savons que les reliefs sont des fractales. Ce premier acquis ouvre la porte à une géomorphologie théorique (géométrique) qui viendrait compléter une géomorphologie structurale (en rapport avec les structures géologiques), une morphologie climatique (dans laquelle les formes sont largement sous la dépendance du climat) et une géomorphologie dynamique (liée aux processus actuels instrumentalisés).

Cette dernière est évidemment limitée par la fenêtre d'observation, mais comme les formes sont le résultat des processus sur le temps long (érosions), il est possible, en modélisant géométriquement les morphologies, de rendre compte des configurations qui jouent un rôle d'attracteur dans les dynamiques et, inversement, il est possible, théoriquement, d'avoir un modèle des configurations spatiales qui modulent les flux, les écoulements, en particulier en moyennes et hautes eaux (crues). Nous sommes donc dans une position relativiste au sens einsteinien du terme : les flux génèrent les formes qui modulent les flux, ce qui montre bien que l'approche par une modélisation des fonctionnements ne suffit pas ou du moins est incomplète.

Mais comme les reliefs sont des fractales, il faut pouvoir déboucher sur une modélisation multi scalaire de leur état, donc établir des lois d'échelle. La plus simple est l'invariance d'échelle, mais celle-ci, si elle existe bel est bien dans les morphologies, ne peut être la seule structure scalaire sauf à ce que l'ensemble de l'interface terrestre, objet de l'étude de la géomorphologie, ne présente pas de césures, de frontières, etc. qui permettent, qui supportent les limites que nous observons et que le langage véhicule (montagne, piémont, plaine, par exemple).

Dès lors, les « bonnes » lois d'échelle des reliefs doivent intégrer des transitions entre des portions de leur gamme scalaire qui peuvent être différemment invariantes d'échelle (multifractalité), mais aussi des variations entre des portions de gammes scalaires indépendantes d'échelle et dépendantes d'échelle (très localement un relief sera sub euclidien alors que globalement il sera très fortement fractal). Or il se trouve que c'est ce que la relativité d'échelle formalise. Dès lors, nous disposons d'un outil qui permet de modéliser les reliefs, mais cela nécessite (ce qui est en cours) de transférer des conceptions qui ont été pensées pour l'astrophysique et la physique quantique à un domaine comme la géographie.

En retour ce domaine fournit, sur une gamme scalaire circum anthropique (entre  $10^{-4}$  m et  $10^{+8}$  m), des objets tests qui permettent d'éprouver la théorie, et, les premiers travaux le montrent, d'envisager des situations que la théorie n'avait pas encore expressément formalisées. Toutefois, tout ceci nécessite de penser des dimensions fractales scalairement locales, ce qui fait toujours débat et nécessite certainement des explications et des réflexions complémentaires, en particulier d'ordre mathématique.

De par son positionnement, le transfert réalisé entre des sciences formelles et une discipline des SHS, mais aussi en raison des perspectives que cette modélisation fractale relativiste ouvre pour la gestion des territoires, il nous semble que cette question pourrait trouver une place dans les appels à projets que pourrait lancer l'ANR.

## Développement des Plantes

*Arezki Boudaoud, Professeur ENS Lyon, Laboratoire de Reproduction et Développement des Plantes & Laboratoire Joliot-Curie. Propos recueillis par Emilie Neveu*

L'équipe dans laquelle travaille le professeur Arezki Boudaoud est composée de biologistes, quelques physiciens, un mathématicien et un informaticien. Elle a été créée il y a quatre ans et se concentre sur la morphogenèse à l'apex de la tige, plus précisément au sein du méristème apical caulinaire et des primordia de fleur. Leurs activités se regroupent dans quatre thématiques :

- Mécanique de la morphogenèse
- Modélisation de la morphogenèse
- Patrons de croissance florale
- Rétroactions mécaniques

### Enjeux environnementaux

Les plantes sont des organismes plus complexes qu'il n'y paraît. Leur forme et leur comportement sont en effet intrinsèquement liés à l'environnement et aux contraintes extérieures. Les études suivantes ont tout particulièrement des enjeux importants dans le contexte actuel du changement climatique :

- L'influence de l'environnement extérieur :
  - ▶ L'architecture et/ou la forme des organes de la plante se modifient au cours de sa vie. Par exemple, les feuilles des plantes aquatiques hétérophylles (<http://fr.wikipedia.org/wiki/Hétérophyllie>) n'ont pas la même forme selon si elles sont immergées ou non. Les plantes peuvent être sujettes au phototropisme (capacité des plantes à s'orienter par rapport à la lumière) ou au thigmotropisme (qui répond à une stimulation tactile), comme les arbres exposés au vent qui sont plus rabougris.
  - ▶ La sélection des individus par la dispersion des graines et leur adaptation aux conditions locales au lieu de germination expliquent le déplacement observé des zones de répartition géographique des espèces en France au cours du siècle dernier, sans changement génétique ou épigénétique majeur.
- Mieux comprendre comment et pourquoi sont sélectionnés les individus les plus adaptés :
  - ▶ Ces questions sont fortement liées à la productivité agricole : la sélection variétale a joué sur les architectures et les formes. Il faudra adapter les espèces cultivées aux nouvelles conditions - en particulier au manque d'eau. Un exemple canonique du cheminement inverse est le maïs : issu de la domestication de la téosinte, la sélection a augmenté le rendement en grain en jouant sur sa forme et son architecture mais a perdu sur les ressources en eau nécessaires.

### Besoins mathématiques

Les défis ou besoins mathématiques sont différents selon la thématique. De manière générale, il s'agit de s'intéresser à :

- l'inférence de modèles (ou problèmes inverses) à partir de jeux de données réduits,
- l'hétérogénéité des modèles (discrets et continus),
- la modélisation multi-échelles,
- et la description quantitative des formes : alors que l'architecture est facile à décrire avec des concepts topologiques, il n'y a pas à notre connaissance de formalisme permettant de décrire ou quantifier les formes (voir l'exemple des feuilles sur le site <http://www.snv.jussieu.fr/bmedia/arbres/i-feuilles.htm>)

L'inférence de modèle, ou l'estimation de paramètres, est une activité essentielle des modélisateurs. Les images - l'observation - sont déjà un outil très utilisé mais les biologistes évoluent vers plus de quantification. Les besoins en développement de méthodes d'analyse d'images sont importants, notamment pour pouvoir formaliser des quantités d'intérêt, telles que les propriétés de mécaniques des plantes, pour comprendre les processus de formation d'organes ou pour identifier les territoires cellulaires reliés à la régulation génétique du développement ou du fonctionnement.

Cela nécessite beaucoup de méthodes statistiques telles que des méthodes d'analyse spatio-temporelle de clustering de cellules à partir de données morphologiques (forme, croissance, proximité topologique) mais aussi des méthodes d'optimisation. Dans tous les cas, les besoins de formalisation sont importants. Nous avons, par exemple besoin d'identifier des paramètres intervenant à des échelles non observées.

Analyser les données et construire un modèle sont deux étapes non indépendantes. Les modèles peuvent permettre de comprendre les phénomènes observés, les observations valident les modèles. C'est pourquoi modéliser la morphogenèse est aussi un enjeu majeur de notre équipe. Des modèles visco-élastico-plastiques sont utilisés, qui prennent en compte les changements de volumes. En effet, la pression interne des cellules agit comme un champ de force sur les parois « rigides » et provoquent un étirement des cellules. Avec ces méthodes, nous pouvons mieux comprendre la croissance d'une cellule de levure. De nombreuses questions sont encore sans réponses, par exemple, pourquoi les feuilles sont-elles planes ? Il nous manque des connaissances sur les mécanismes de régulation pour pouvoir construire un modèle. Cependant, les EDPs utilisées sont déjà très complexes, les lois constitutives ne sont pas encore très claires et le comportement visco-élasto-plastique couplé à des problèmes de géométrie euclidienne n'est pas encore étudié mathématiquement. De plus, le passage à l'échelle du tissu, c'est à dire à un ensemble de cellules, reste un problème ouvert.

Dans les différents modèles mis en place, le passage au continu reste à faire, avec pour perspective la modélisation à l'échelle de la forêt. Mais cela pose des questions d'homogénéisation, de passage d'un modèle de l'échelle cellulaire à un modèle continu auxquelles les mathématiciens pourraient apporter leur aide.

### **Liens avec les mathématiciens et travail pluridisciplinaire**

Nous travaillons avec Christophe Godin de l'équipe Virtual Plants de INRIA-Cirad-INRA, à Montpellier, sur les aspects architecturaux des plantes. Un début de collaboration a été engagé avec Vincent Calvez. Ce sont les seuls contacts pour l'instant.

Ce genre de thématique n'est en fait pas beaucoup développé non plus à l'étranger.

L'ENS est assez aventureux et héberge le laboratoire Joliot-Curie, hôtel à projet pluridisciplinaire tourné vers les sciences du vivant. L'équipe, dans laquelle je travaille, s'est montée, il y a quatre ans, parce que les biologistes ont voulu recruter un non-biologiste pour travailler sur le développement des plantes. Avant le recrutement, j'avais déjà six ans de discussions et de collaborations avec des biologistes. Je suis le seul permanent physicien. C'était un choix audacieux car j'ai dû m'imposer dans un environnement différent, je n'étais pas biologiste et je devais enseigner en biologie. Je suis maintenant en charge des cours en modélisation pour biologistes, et d'un cours en physique tourné vers la biophysique. Je publie encore un peu en physique sur les sujets de recherche plus anciens mais la majorité de mes publications se font dans des revues de biologie.

Il est difficile d'avoir un recul sur le recrutement des étudiants qui sont passés par l'équipe. Une stratégie que nous employons est de faire en sorte que l'étudiant reste le plus possible dans le département d'origine, les gens un peu trop interdisciplinaires sont difficiles à évaluer.

À l'étranger, notamment dans les pays anglo-saxons, plusieurs affiliations « doubles » existent. Comment savoir si c'est une meilleure solution ? Dans tous les cas, pour un travail approfondi dans des thématiques pluridisciplinaires, il faut mettre les différents acteurs ensemble physiquement et être patients.

### Quels sont les modèles développés et utilisés ?

#### Atmosphère :

- Paris / IPSL : modèle LMDZ, maillage point de grille, différences et volumes finis, modélisation intégrée du climat, paléoclimatologie
- Toulouse/ CNRM : modèle Arpège, méthode spectrale, utilisation pour la prévision et le climat, fort lien avec le centre Européen (ECMWF). Modèle régional non-hydrostatique (Arome) et d'étude des processus (Meso-NH)
- Fortes collaborations entre les équipes mais contraintes différentes pour chacune.
- Possibilité de raffinement de maillage pour les deux modèles

#### Océan :

- Paris- Brest- Grenoble.
- Outils différents mais modèle communautaire NEMO développé en commun depuis 1995
- Océanographie Opérationnel : Mercator-Océan (Toulouse)
- Toulouse/Ifremer: océanographie régionale, quelques modèles autres que NEMO (ROMS): MARS (Ifremer), HICOM (SHOM), modèle en éléments finis du LEGOS ( F. Lyard).

#### Modèle couplé Atmosphère-Océan :

- deux modèles couplés: IPSL et CNRM-Cerfacs
- un « coupleur » OASIS (Cerfacs) pour couplage de codes et interpolations
- forte collaboration autour du développement des modèles, de la réalisation des simulations, de la mise à disposition et de l'analyse des résultats

### Liens avec l'international

- Collaboration européenne et internationale forte
- importance des ensembles d'expériences numériques coordonnées au niveau international
- une cinquantaine de modèles climatiques au niveau international mais moins d'une quinzaine de groupes développent eux-même les différentes composantes.

### Quel type de phénomènes est crucial à étudier et pourtant difficile à modéliser ?

#### Atmosphère :

- phénomènes essentiels; circulation (équation du mouvement), transport, changement de phase, rayonnement, turbulence petite échelle...
- couplages très forts entre la circulation et les autres phénomènes physiques
- importance de la modélisation des échelles non explicitement résolues, qui nécessite de développer des modèles spécifiques
- importance des interactions d'échelle, problème de la coupure des échelles résolues
- Transport thermodynamique couplé avec la chimie/aérosols (une centaine de traceurs)
- Prise en compte des hétérogénéités et des processus sous-maille
- Couplage avec les continents pour la modélisation des aspects hydrologiques et de certains événements extrêmes (orages cévenols, canicules...)

Océan :

- Modélisation de la biochimie marine: de nombreuses espèces de plancton. Le lien avec la physique est fort, et complexe, les espèces n'étant pas des traceurs passifs. Les modèles actuels réduisent les composantes de la biologie pour intégration dans la physique en raison du coût de calcul. Ce type d'étude se développe depuis 3/4 ans, les satellites ont permis de valider les structures de surface mais ne suffisent pas.
- L'effet de couche est important dans les phénomènes de transport: la stratification avec stabilité très forte peut bloquer les transport verticaux mais ces couches très fines sont difficiles à détecter. Ce phénomène a de l'importance dans la formation des cyclones et leur alimentation en énergie, notamment dans le Pacifique ouest, et dans certains cas associés à la mousson indienne.
- Couplage océan/continent - flux d'eau douce
- Modélisation sous maille des zones marginales de glace de mer. Comment faire intervenir les formations aléatoires des chenaux, les effets des flux sur une maille de 10km ?

Commun :

- parfaite conservation de grandeurs essentielles (énergie, masse...)
- Bonne représentation des bords des filaments importante pour certains traceurs
- Traitement et analyse des observations: représentation, interprétation, incertitudes.

### **Enjeux où les maths auraient un rôle important à jouer ?**

- Résolution numérique efficace d'un système maillé, fortement couplé, construit par assemblage de modèles séparés, avec des formulations éventuellement différentes.
- Couplages divers : océan/continent, océan/atmosphère, continent/atmosphère, glace/océan, biologie/physique (océan) : comment interpoler l'information entre différents processus aux échelles de temps différentes ? Comment conserver les flux ?
- Gestion des différences d'échelles selon les processus physiques, et bio-géo-chimiques :
  - ▶ vertical/horizontal
  - ▶ détection des filaments (méthode de gradient, d'advection de contours), des couches limites
  - ▶ temps caractéristiques différents en chimie/ physique : comment conserver les grandeurs?
- Comparaison statistique rigoureuse entre résultats de simulations, entre modèle et observations, en tenant compte des propriétés chaotique du système climatique
- Nouvelles grilles de calculs (atmosphère : icosaèdres, maillage non-structuré)
- Raffinement de maillage, couplage modèle locaux/globaux
- Validation des schémas numériques, sensibilité aux erreurs numériques.
- Validation/comparaison des modèles avec les observations (satellites ou in situ), utiliser les données de façon optimale
- Statistiques : prise en compte de l'hétérogénéité verticale- paramétrisation sous maille : nombreux phénomènes qui n'ont pas de distribution normale, dont les propriétés sont très différentes, complexes à modéliser statistiquement et difficiles à valider, ex: aérosols, convection et échange d'énergie, glace de mer.
- Incertitudes, Statistiques des valeurs extrêmes

**Quels sont les verrous numériques, les verrous de modélisation et les verrous de propriétés mathématiques à faire sauter ?**

- Modéliser les phénomènes à trop forts gradients, les sauts brutaux, les changements d'état brutaux, les problèmes de seuil.
- Couplages de phénomènes, de composantes, de schémas numériques
- Modélisation des phénomènes hétérogènes, sous-maille
- Résolution efficace de systèmes couplés de très grande dimension

### **Problématiques spécifiques Terre fluide/ Terre vivante ?**

Biochimie marine :

- Couplage nouveau avec la dynamique de population
- Problèmes de moyens de calculs, grand nombre d'espèces de plancton
- Modélisation haute résolution nécessaire
- Observations satellites à exploiter

### **Quelle est la situation sur le HPC ? Lien ? Besoin ?**

- Les équipes de Météo France ont leur propres machines, leurs propres ressources.
- L'IPSL utilise les moyens nationaux avec les autres communautés. Besoins de faire reconnaître la nécessité d'interactions fortes avec les centres de calcul et la prise en compte de ce certains besoins spécifiques
- À l'IPSL, développement de nouveaux cœurs dynamiques, schémas de transport et maillages.
- L'évolution des codes vers le massivement parallèle, complexe à développer et à déboguer, pose de nombreuses questions et problèmes pratiques, qui peuvent nécessiter une « remise à niveau » générale de la communauté. Un algorithme doit pouvoir être utilisé dans toutes les configurations, et de nombreuses validations sont nécessaires

### **Liens entre mathématiques et physique?**

- L'application des méthodes mathématiques sans réel enjeu en mathématiques est difficile (problème d'intérêt des mathématiciens, problème de recrutement, problème de reconnaissance), pourtant l'échange d'outils et de concepts mûrs est essentiel.
- Beaucoup de développement de méthodes mathématiques à faire, questions de mises en oeuvre importantes et difficiles. Recrutement d'un poste à Grenoble (océan/adjoint), mais besoins importants et peu de postes. Liens importants à travers le LJK/ MOISE, mais les thèmes couverts par cette équipe sont encore trop restreints.

### **Liens entre mathématiques et physique à l'international ?**

- Climat: développement d'algorithmes de transport, schémas numériques, assimilation de données (le plus gros effort), analyse statistique
- Les interactions entre les disciplines différent d'un pays à l'autre. Ex: en Angleterre, fort lien avec les mathématiques, développé et reconnu.

### **L'océan et le climat : une discipline multi-disciplinaire :**

Sur l'échange entre les communautés, dans le but d'alimenter de nouvelles questions dans chaque communauté, que ce soit en physique, chimie, biologie, mathématiques, informatique, sciences humaines :

*Problèmes :*

- Les questions sont rarement posées suffisamment clairement dans une discipline donnée, et une bonne formulation des questions nécessite du travail et du temps
- Problème de langage/ vocabulaire entre les disciplines et de partage d'objectifs

*Comment organiser une zone de dialogue entre les maths (appliquées, fondamentales, statistiques) et les applications?*

- Les sciences du climat sont par nature très multi-disciplinaires
- Il existe deux besoins très différents (1) application de méthodes ou concepts murs d'une disciplines à d'autres et (2) questions de recherche qui sont pertinentes dans les différentes disciplines et peuvent être abordée en commun
- Ne pas négliger l'effort, ne pas nier la difficulté. Il faut du travail et du temps pour qu'une questions soit bien posée, qu'un sujet devienne pertinent et soit accepté
- Au travers de projets ANR communs (exemples avec les sciences humaines):
  - ▶ Un dialogue commence à s'établir avec les sciences humaines et les appels à Projet ANR type «Sociétés et Changements Environnementaux». Par ex : projet ClimaConf (2010) « Les questions de la confiance dans le réchauffement global: modélisation du climat, expertise et lien au politique » : comment est construit la confiance, tant du point de vue du scientifique que du citoyen ? : projet mûri pendant des années.
  - ▶ Importance du débat sur le problème à poser, à construire en commun : isoler les problèmes pour mieux les comprendre, idéaliser. Le modèle doit être simple mais pertinent, et doit intéresser les deux communautés.
  - ▶ Il faut qu'il y ait la place pour qu'une communauté, équipe intéressée, puisse continuer à travailler par elle-même sur une question d'intérêt commun.

## Mathematical modelling of atmospheric motions

*Prof. Dr. Rupert Klein, Department of Mathematics and Computer Science, Geophysical Fluid Dynamics Research Project, Freie Universität Berlin.*

*Interview by Emilie Neveu, during the professor's stay at Université de Savoie.*

*Defining himself as half a mathematician and half a modeller, Prof. Dr. Rupert Klein is in fact working on the mathematical modelling and formal analysis of atmospheric motions. His research has impacts on weather forecasting and climate research so that he works closely with meteorologists and engineering fluid dynamicists.*

*Here, he tells us about the issues he wants to overcome in his work, notably how to well-define reduced models, and discusses the need of a close cooperation between mathematicians and modelers in order to define common goals that are relevant for both disciplines.*

*About 20 years ago, German national policies changed the background of applied mathematics and computer science, by supporting cross-disciplinary projects. Prof. Dr. Rupert Klein tells us more about German landscape and what he is thinking of French research. Here are some of his considerations.*

### **What is your background in a few words?**

Theoretical engineering fluid mechanics, computational fluid dynamics, theoretical meteorology, numerical mathematics, mathematical modelling

### **What will focus your attention in the next few years, that includes mathematics?**

I have quite successfully pursued multiscale formal analyses of the atmospheric flow equations in recent years. A major challenge that remains in this field, and which I hope to address jointly with Prof. Bresch and other french colleagues, is the rigorous justification of the resulting reduced models and the qualification of their respective regimes of validity in strict mathematical terms.

### **What will be the important issues to overcome in numerical methods, models, and maths to go further in your research?**

The rigorous analysis of partial differential equations in general and the fluid flow equations in particular has reached enormous levels of sophistication. Nevertheless, many concrete mathematical questions still remain open. It is my conviction, and the joint work with Prof. Bresch is an example, that by more specifically addressing exactly the flow regimes encountered in nature -- at the expense of generality for other situations -- may allow us to make substantial further progress. This requires, however, a close cooperation between modelers and mathematicians on fine-tuning what are the mathematical statements that we REALLY want to prove, and what would be statements that would be nice to have, but that would be of uncertain relevance in the context of real-life applications.

### **Are you working directly with scientists of other fields? If no, why?**

Yes, with meteorologists and engineering fluid dynamicists.

### Is it easy to interact with other scientists in your country?

Interactions of mathematicians with applied scientists - notably engineers - reached a new high in Germany about 20 years ago. This had been developed over a period of about 15 years during which Deutsche Forschungsgemeinschaft sponsored several joint programs in which these disciplines were forced to cooperate to be able to apply for funding. These programs have changed the landscape for applied mathematics, notably scientific computing, in Germany substantially. Interestingly, there is much less interaction of this type in the area of analysis, that is, outside of computing.

I believe that France has a huge potential in just this area, but that harvesting it requires taking formal mathematical arguments directed straight at application relevance more seriously than they are taken today most of the time, as far as I know the landscape.

### Do you have some help from institutions in order to share knowledge?

Yes, from Deutsche Forschungsgemeinschaft through said joint programs. See, e.g., the Priority Research Program 1276 (MetStroem), of which I was the speaker <http://metstroem.mi.fu-berlin.de>

### and in order to develop numerical developments into operational tools so as they can be used by scientists in other fields?

Yes.

### If yes, what kind of help?

There is some limited support of this kind in my area through Deutsches Klimarechen-zentrum (DKRZ) in Hamburg, but they do not have the resources to pursue this as a Germany-wide model development service.

### Do you any suggestion to make to the management of research in France? What do you like of it? and what can be improved?

My limited outsider's view is this:

Applied Mathematics in France is highly advanced and it is pursued with likely the highest standards of generality and rigor in Europe. At the same time, the very quest for generality and rigor sometimes hinders progress on concrete applications, because statements are needed to be conjectured and proven that are relevant to some specific context and maybe do not cover all possibilities hidden in a mathematical set of equations or in a problem formulation.

The general appeal I would want to formulate is to encourage cross-disciplinary respect and let students at the Masters and Ph.D. levels already interact with their peers across disciplinary boundaries. Only then will the culture and language develop that makes for effective progress on difficult application problems.

## Évolution des écosystèmes

*Wilfried Thuiller, Laboratoire Écologie Alpine, ERC TEEMBIO towards eco-evolutionary models of biodiversity, Propos recueillis par Emilie Neveu.*

### Quels sont les processus physiques étudiés ?

Nous étudions l'évolution des écosystèmes, au travers de l'étude :

- de la dynamique des populations
- des dynamiques spatiaux-temporelles de diversité
- de l'évolution génétique des espèces aux contraintes physiques de l'environnement
- des interactions et des comportements entre différentes espèces : compétition entre animaux, interactions entre herbivores et plantes, compétition entre espèces végétales

### Quelles sont les problématiques liant les thèmes vivant et humain ?

Il existe quelques problèmes qui sont à l'interface avec l'économie et les Sciences humaines et sociales, qui utilisent notamment des modèles multi-agents, mais cela reste marginal.

La thématique forte porte sur les liens biodiversité – services des écosystèmes, à savoir les bénéfices que la société retire de la biodiversité et des écosystèmes associés. Caractériser, comprendre et modéliser ces services sont donc primordiaux.

### Comment les processus sont observés et validés ?

- Nous profitons de nombreuses données satellites via les [LiDAR](#) (anglais pour light detection and ranging), télédétection par laser haute résolution, qui permettent de détecter les différentes espèces végétales et la topographie. Nous les intégrons comme entrées pour les modèles et parfois nous les utilisons pour valider des modèles de simulations qui n'ont pas utilisés ces données en entrées.
- Nous récoltons également des données de terrain sur la dynamique des populations, les traits fonctionnels des populations, les performances des individus de provenances différentes. Ces données sont utilisées pour définir les paramètres des modèles et les valider par comparaison. Ces données sont plus difficiles à exploiter de par leur hétérogénéité.

### Quels sont les enjeux où les mathématiques ont un rôle important à jouer ?

- Les systèmes étudiés comportent beaucoup de rétroactions et d'interactions entre différents processus. Quelle est la meilleure approche pour étudier un système dans sa globalité ? :
  - ▶ Coupler des modèles entre eux, chaque modèle étant spécifiquement adapté à un processus et bien analysé.
  - ▶ Ou penser le problème dans sa globalité : créer un modèle qui simplifie certains processus mais résout le système dans sa globalité.
  - ▶ Comment utiliser les approches de modélisation inversée (inverse modeling) pour calibrer des modèles complexes.
- Mieux estimer les nombreuses inconnues :
  - ▶ Les processus stochastiques
  - ▶ Les différents paramètres : utiliser des méthodes d'optimisation.
- Mieux connaître la propagation des erreurs d'analyse et des erreurs numériques, lors des interactions entre différents processus.
  - ▶ Notamment, les liens avec les numériciens sont à développer pour l'implémentation de codes efficaces.
- Coupler les modèles statistiques et stochastiques aux méthodes déterministes

- Contrôler la qualité des différents modèles utilisés dans les méthodes d'ensemble en climatologie.

### **Quels sont vos liens actuels avec les mathématiciens ?**

Nous travaillons régulièrement avec Olivier François de l'équipe TIMC, Grenoble, sur des problèmes de statistiques en génétique des populations.

### **Quelle est la situation sur le HPC ? Lien ? Besoin ?**

Nous sommes liés à la plateforme CIMENT (calcul intensif sur Grenoble), qui nous fournit en moyens de calculs. Notamment, nous tuilons beaucoup la grille de calcul CiGRI car nos approches demandent souvent un grand nombre de calculs qui peuvent tourner sur une grille de calcul dédiée aux applications de type multi-paramétriques à base de codes séquentiels et de traitement de données.

### **Quelles sont les difficultés mathématiques à dépasser ?**

- L'analyse mathématique est très développée mais reste concentrée sur des modèles très théoriques. Par exemple, en dynamique des populations, les modèles sont limités à l'interaction entre deux ou trois espèces seulement.
  - ▶ Cet exemple révèle un fossé couramment observé entre les besoins des applications en environnement et ce que peut la théorie mathématique.
  - ▶ Peut-être faut-il penser différemment, et construire un modèle en partant de l'enjeu, et non pas des modèles déjà existant ?
- La connexion avec les mathématiques est nécessaire. L'apport se fait par :
  - une vision différente d'un même problème
  - les connaissances d'autres modèles d'analyse, de traitement du signal, de la théorie des réseaux, ... qui peuvent être utiles à de nombreuses applications différentes.

### **Quelle est, selon vous, la meilleure façon de développer les interactions entre mathématiciens et utilisateurs des mathématiques ?**

Créer un groupe de travail n'est pas encore envisageable.

Le plus efficace reste les projets ANR qui sont plus ciblés. Par exemple, il serait intéressant de financer à hauteur de 100/150k€ un projet portant sur le questionnement d'un nouveau modèle.

Les projets ANR permettent également de privilégier les thèses et les post-docs comme liens entre deux disciplines, éventuellement en co-tutelle. Ce qui permet l'échange entre différentes visions sur un projet commun.

## Modélisation du cycle de l'eau, hydrologie opérationnelle

*Georges-Marie Saulnier (CR CNRS) : Edytem (Environnements, Dynamiques et Territoires de la Montagne), Université de Savoie ; Conseiller scientifique de TENEVIA, start-up spécialisée en hydrologie et hydrométrie par vidéo.*

### **Quels sont les processus physiques étudiés ? Quelles sont les applications environnementales ?**

Je travaille sur la modélisation du cycle de l'eau et des crues rapides, en me focalisant notamment sur :

- le couplage hydrologie/météorologie
- l'impact climatique sur les ressources en eaux
- l'hydrologie opérationnelle (prévision et alerte)
- l'instrumentation par vidéo numérique : hydrométrie, manteau neigeux
- l'approche couplée instrumentation/modélisation

Les enjeux sont nombreux, par exemple en prévisions des crues rapides, pour éviter les catastrophes humaines telles que Vaison-la-Romaine en 1992 ou l'impact du changement climatique sur la conciliation des usages de l'eau.

### **Justement, prenez-vous en compte l'humain dans vos modèles?**

Dans nos prévisions, le comportement humain est pris en compte de façon indirecte, par exemple en étudiant différents scénarios de modifications des températures et des précipitations sous l'effet des changements globaux puisque ces modifications impactent le cycle hydrologique. De façon plus directe, l'homme utilise les ressources en eau pour satisfaire les différents besoins socio-économiques : eau potable, énergie, agriculture, industries, tourisme, etc. Nous prenons donc également en compte des scénarios de développement socio-économiques pour en mesurer l'impact sur les ressources en eaux.

Et puis, l'homme décide. Dans le « serious game » que je mets en place avec mon équipe, les utilisateurs gèrent une collectivité territoriale et ses ressources en eaux. Ils décident de certains choix politiques et économiques et peuvent visualiser leurs impacts sur le milieu naturel et sur la satisfaction ou non des besoins en eau des différents usages socio-économiques.

Le « serious game » est en fait un modèle hydrologique, couplé avec la météorologie. Il est doté d'une interface différente selon les utilisations possibles :

- une gestion en temps réel pour les agences de l'eau
- un outil de prospective pour les collectivités et les mairies
- un outil pédagogique pour les écoles

Ce projet vise à proposer des interfaces simples à des modèles complexes à destination d'utilisateurs impliqués dans la gestion intégrée de la ressources en eaux, ou simplement intéressés par le sujet, mais qui n'ont pas nécessairement le background technique nécessaire pour utiliser des logiciels scientifiques pas toujours ergonomiques ...

### **Quels sont les modèles utilisés ?**

En hydrologie, le choix du modèle est une question importante dont la réponse n'est jamais définitive.

À la différence de la météorologie ou de l'océanographie, les conditions aux limites ont un impact essentiel : l'eau, c'est à dire le fluide dont on modélise les écoulements, ne s'éloigne jamais de plus de quelques centimètres à quelques mètres de ses conditions aux limites. Et devant l'impossibilité de mesurer ces conditions aux limites aux précisions et aux résolutions nécessaires, il faut faire des choix physiques de simplifications/approximations qui dépendent des questions ou problèmes hydrologiques. Et ces problèmes et leurs contextes peuvent être extrêmement variés ... C'est pour cela qu'on dit abusivement qu'il y a autant de modèles que d'hydrologues.

En réalité, il faut considérer un problème appliqué comme un système complexe avec beaucoup d'interactions, et de processus.

### **Quelles sont vos observations ? D'où proviennent-elles ? Comment sont-elles conciliées avec les modèles ?**

Encore un autre problème !

Aucune expérience en laboratoire n'est possible : on ne peut reproduire une crue en laboratoire ni répéter des expériences ayant eu lieu en milieu naturel. Et les observations sont peu nombreuses et majoritairement à la surface terrestre.

D'un autre côté il est irréaliste d'imaginer un jour pouvoir sonder le sol en chaque point d'espace.

Donc peu d'expériences possibles et peu de chance de mesurer la géométrie du milieu terrestre aux résolutions et précisions nécessaires pour appliquer les équations de la dynamique des fluides.

Il faut donc composer avec ces contraintes. Une des premières difficultés est de définir les nombreux paramètres incertains du modèle dans un contexte pauvre en observations.

Pour cela, nous utilisons des méthodes d'analyse de sensibilité basées sur l'adjoint par exemple et des méthodes d'assimilation de données.

### **Quels sont les enjeux où les mathématiques ont un rôle important à jouer ?**

Il serait sûrement bénéfique d'approcher plusieurs enjeux essentiels avec l'abstraction et le formalisme mathématique, notamment :

- Comment contraindre un modèle avec peu d'observations ? Les problèmes réalistes sont sujets à des contraintes énormes, qui ont peut être plus d'impact que le modèle en soi. L'assimilation de données, l'analyse de sensibilité et la propagation d'incertitude sont des outils nécessaires mais encore difficile à mettre en place pour des hydrologues pas tous sensibles ou suffisamment formés aux mathématiques. Quelques questions parmi d'autres :
  - ▶ Faut-il compenser le coût de ces méthodes en utilisant des modèles plus simples ?
  - ▶ Vaut-il mieux un modèle complexe et précis mais difficile à contraindre ou un modèle simpliste mais bien contraint et dont on connaît les incertitudes ?
  - ▶ Peut-on mettre en place des méthodes d'analyse de sensibilité hybride déterministe/stochastique pour bénéficier des avantages des deux approches : sensibilité spatio-temporelle/calcul global ?
- Le modèle Navier-Stokes est intéressant théoriquement mais souvent impossible à utiliser en hydrologie. Pourquoi ne pas étudier des méthodes asymptotiques ? ou utiliser d'autres méthodologies pour réduire le nombre de paramètres, et donc les approximations faites sur chacune de leurs valeurs.

- Existe-t-il un formalisme, un moyen de coupler différents modèles et processus ? Le couplage peut annihiler les performances d'un modèle s'il est mal fait, pourtant nous avons peu de connaissances sur les couplages.
  - ▶ Comment ne pas risquer de créer un modèle au comportement non maîtrisé ?
  - ▶ Comment coupler des processus avec des maillages différents : mailles régulières en météorologie avec mailles irrégulières en hydrologie ?
  - ▶ Est-il possible de créer un « supra-modèle » qui intègre les couplages comme un processus ?
- Comment valider un modèle dont le comportement dépend fortement des signaux d'entrée ou des processus impliqués ? Lorsque l'hydrologie de surface n'a pas d'interaction avec l'hydrogéologie souterraine, il ne suffit pas de mettre quelques paramètres à zéro, c'est souvent toute la structure du modèle qu'il faut changer. Peut-on intégrer ces modifications brutales dans un modèle ?

**Selon vous, quelles sont les difficultés à dépasser pour collaborer avec les mathématiciens sur ces questions ?**

La première difficulté est que la majorité des besoins en mathématiques des hydrologues relève également de besoins en numérique et informatique. La quantité nécessaire de développement n'intéresse sûrement pas les mathématiciens car ce n'est pas toujours une question de recherche en soi.

Aussi, discuter avec eux aide à formaliser les questions mais je ne saurais pas dire si cela aidera à définir une nouvelle thématique de recherche en mathématique.

**Quelle est, selon vous, la meilleure façon de développer les interactions entre mathématiciens et utilisateurs des mathématiques ?**

Tout dépend des objectifs !

Veut-on définir une nouvelle thématique pérenne, à l'interface entre les mathématiques et les applications environnementales ?

Ou cherche-t-on uniquement à créer des liens ponctuels entre les deux disciplines, selon les intérêts des chercheurs ?

Selon les cas, les moyens mis en œuvres seront différents. D'où l'importance de bien définir les objectifs !

## Dynamique et résilience des territoires systèmes naturels et sociaux

*Institut des Systèmes Complexes en Normandie (Rouen, Caen, Le Havre), Cyrille Bertelle, Damien Olivier, Maroua Bouzid - (LITIS - GREYC (UMR) + projet fédération NormaStic) , M. Aziz-Alaoui - (LMAH fédération CNRS Normandie Mathématiques), Thierry Saint-Gérard, Bernard Elissalde, Françoise Lucchini - (UMR IDEES, MTG-Rouen & IDEES Caen)*

### **Enjeux environnementaux**

Par définition, le territoire est le lieu de rencontre de toutes les formes d'activités et de processus que l'interface société/environnement/culture génère. Il est soumis à des dynamiques environnementales, économiques et sociétales qui se conjuguent par l'intermédiaire de supports d'interaction aux topologies variées. L'objet d'étude est de comprendre comment les formes de l'interaction et les processus dynamiques opèrent les uns avec les autres. Une démarche de modélisation spatiale, organisationnelle et dynamique est nécessaire. L'objectif est de pouvoir comprendre si des processus de contrôle apparaissent « naturellement » ou encore émergent de cette conjugaison de systèmes interagissant. Il s'agit non seulement de comprendre les mécanismes d'auto-organisations sous-tendus aux topologies et aux dynamiques mais aussi de comprendre quels actionneurs peuvent être opérants pour agir sur ce système de systèmes afin d'orienter sa trajectoire globale qui elle-même émerge de la combinaison de processus locaux à différentes échelles d'interactions. Ces analyses s'opèrent par des études de couplage de dynamiques de systèmes ou encore de modèles et simulations multi-échelles de reconstructions phénoménologiques. Définir la résilience d'un territoire face à ses processus environnementaux et face à ses activités humaines nécessite ces approches et ces méthodes d'analyse et c'est précisément l'objectif de ce projet.

### **Besoins mathématiques**

- Étude des dynamiques naturelles ou sociales portées par des réseaux
- Analyse des mobilités par des données de téléphonie mobile / caractérisation de comportements / rythme et cycle de fonctionnement territorial
- Risques environnementaux et technologiques : vulnérabilité approchée par des analyses multi-échelles de réseaux
- Reconstruction phénoménologique par simulation / fonctionnement de réseaux

## Sociologie des réseaux

*Emmanuel Lazega, Professeur, Institut d'Etudes Politiques de Paris.*

Ma spécialité est l'analyse de réseaux sociaux et organisationnels pour la mesure et la compréhension des formes de « discipline sociale » qui caractérisent le comportement de collectifs. Par exemple, la manière dont les avocats d'affaires utilisent leurs réseaux de relations personnelles pour faire fonctionner leur cabinet, ou la manière dont les prêtres d'un diocèse utilisent leurs réseaux de relations personnelles pour faire fonctionner leur diocèse. Les écosystèmes étant en général fortement structurés en réseaux, il ne tiendrait qu'aux collègues travaillant sur des terrains différents, d'utiliser cette approche : par exemple ceux qui voudraient utiliser cette approche pour comprendre la manière dont les agriculteurs d'un bassin versant utilisent (ou non) leurs relations pour gérer l'accès à leur nappe phréatique. Mon approche consiste à 'modéliser' les processus qui aident les communautés et leurs membres à gérer les dilemmes de l'action collective (voir [elazega.fr](http://elazega.fr)) : solidarités et exclusions, contrôle social et résolution de conflit, socialisations et apprentissages, régulations, etc.

Sur le plan de la modélisation, un fossé existe aujourd'hui entre sociologues et mathématiciens. Seuls certains mathématiciens (Harrison White et ses élèves, Philippa Pattison, Tom Snijders, Stanley Wasserman, etc.) ont fait l'effort de développer une statistique de réseaux (connue sous le nom de Social Network Analysis) et nous travaillons avec eux. Les formalismes utilisés actuellement par les physiciens statisticiens et informaticiens, par exemple, nous sont peu utiles lorsqu'ils travaillent sur des données pauvres (sur les acteurs, les comportements, les relations) à grande échelle. Nos données sont à plus petite échelle et plus riches.

De là où je suis, et de mon point de vue personnel, les nouveaux outils mathématiques dont nous aurions besoin en sciences sociales devraient comprendre :

- Une théorie générale de ce qu'est un réseau au hasard (!), si cela a un sens.
- Des techniques d'analyse de la dynamique des réseaux et des comportements s'appuyant sur des modèles probabilistes de la co-évolution des structures, actions, résultats, etc ? construits sans les présupposés, faux et trop parcimonieux, de la théorie des jeux. En gros, développer l'approche initiée par Tom Snijders.
- Des techniques d'analyse des systèmes complexes superposant des réseaux (systèmes d'action collective) à des échelles différentes mais constituant tout de mêmes des systèmes d'action propre à chaque échelle.
- Des techniques d'analyse de la dynamique de ces réseaux multi-niveaux.

## Interactions entre mathématiciens et économistes

*Adrien Blanchet, Université de Toulouse, GREMAQ - IAST - TSE*

La crise économique qui frappe les économies industrialisées depuis ces dernières années met en lumière les sérieuses lacunes de la communauté scientifique dans la compréhension des comportements humains. Ce revers de fortune n'a pas été prévu et laisse présager que même la période d'apparente prospérité qui a précédé la crise n'était pas réellement comprise.

Au plus fort de la crise, les décideurs ont souffert de ne pas trouver de modèles pertinents pour décrire un monde économique en profonde instabilité. Dans son discours d'ouverture à l'ECB Conférence à Francfort en 2010, le président de la BCE Jean-Claude Trichet fait ce même constat : « Macro models failed to predict the crisis and seemed incapable of explaining what was happening to the economy in a convincing manner. As a policy-maker during the crisis, I found the available models of limited help. In fact, I would go further : in the face of the crisis, we felt abandoned by conventional tools. [...] In this context, I would very much welcome inspiration from other disciplines : physics, engineering, psychology, biology. »

Pour avoir régulièrement eu des échanges sur la modélisation des phénomènes économiques et sociaux avec les collègues économistes de Toulouse School of Economics (conférences, écriture de projets, ...) il semble intéressant de résumer ici ce qu'il est ressorti de ces discussions.

**Théorie des jeux :** Un nombre croissant de mathématiciens, de physiciens et d'informaticiens s'intéressent à la modélisation du comportement humain. La modélisation est parfois faite par des modèles multi-agents e.g. [3], des modèles d'econo-physique, e.g. [2], ou plus généralement des méthodes de modélisation issues des sciences naturelles. Ces approches sont basées sur l'idée que, de façon similaire aux particules physiques, les agents suivent une règle comportementale. Les économistes n'ignorent pas cette littérature mais la rejette la plupart du temps, c.f. [1]. Ils considèrent, en effet, que les agents économiques sont des agents rationnels qui prennent des décisions en prenant en considération -de façon éventuellement asymétrique ou incomplète- les informations disponibles afin de déterminer le coût et le bénéfice qu'il y a à faire une action. Ainsi, au moins en micro-économie, une modélisation ne peut s'affranchir d'être décrite par une fonction de satisfaction qui prend en compte les coûts et les bénéfices à entreprendre une action. C'est pourquoi le langage qui semble s'être imposé dans la communauté des sciences économiques ces 20 dernières années est celui de la théorie des jeux, e.g. [4]. L'école mathématique française est à la pointe sur les développements de la théorie des jeux. Les économistes qui reçoivent les prix Nobel d'économie sont régulièrement issus de cette communauté (ex Shapley "for the theory of stable allocations and the practice of market design" pour ne citer que le plus récent).

**Optimisation et calcul des variations :** Historiquement, la programmation dynamique ou le transport optimal sont purement issus de préoccupations économiques et ont été récompensés par des prix Nobel d'économie (prix Nobel d'économie à Kantorovich "for their contributions to the theory of optimum allocation of resources."). La macroéconomie, et en particulier la théorie de l'équilibre générale, utilise déjà massivement le langage de l'optimisation. L'avènement du bigdata dans des domaines aussi variés que la finance, l'économie, la science politique, inaugure une nouvelle ère de développement conjoint en économie, finance, optimisation et apprentissage et les questionnements qui y sont liés vont demander des contributions importantes de l'optimisation. Le transport optimal a connu un essor considérable depuis le travail pionnier de Y. Brenier, voir [5]. Un retour vers les sciences économiques commence à se faire récemment.

Statistique et économétrie : Il n'est pas contestable que la science économique ait fait un travail médiocre dans les prévisions économiques. Il est alors naturel de se poser la question de la validation des modèles économiques. La physique et les sciences naturelles ont dans ce domaine une expertise considérable. Englert, Brout, Higgs, Guralnik, Hagen et Kibble proposent un modèle en 1964 et la découverte du Boson dit de Higgs n'a que récemment validé pleinement et spectaculairement cette théorie près de 50 ans plus tard. En économie, la validation de modèles ne se fait pas sur sa capacité à prédire parce que ce n'est pas le but d'un modèle économique. La validation d'un modèle passe, marginalement par l'économie expérimentale, mais aussi par l'économétrie et les statistiques qui permettent de mettre en valeur dans les données passées un phénomène que la théorie économique produit.

Mathématiques financières : Les mathématiques et surtout les mathématiques françaises jouent un rôle très influent en finance. Le texte de Jean-Paul Décamp ci-après aborde cette question.

[1] MAS-COLELL, Andreu, WHINSTON, Michael Dennis, GREEN, Jerry R., et al. Microeconomic theory. New York : Oxford university press, 1995.

[2] BOUCHAUD, Jean-Philippe et POTTERS, Marc. Theory of financial risks: from statistical physics to risk management. Cambridge : Cambridge University Press, 2000.

[3] WOOLDRIDGE, Michael. An introduction to multiagent systems. Wiley. Com, 2008.

[4] CAMERER, Colin. Behavioral game theory: Experiments in strategic interaction. Princeton University Press, 2003.

[5] VILLANI, Cédric. Topics in optimal transportation. AMS Bookstore, 2003.

# Imperfections de marchés : asymétrie d'information, comportement stratégique, contrats optimaux

Jean-Paul Décamps, Toulouse School of Economics

## Descriptifs et enjeux

Les intermédiaires financiers (les banques, les compagnies d'assurance, les fonds de pensions, les fonds souverains...) jouent un rôle crucial dans l'économie moderne. La crise que nous vivons montre combien il est important de disposer de modèles qui expliquent les incitations des intermédiaires financiers pour comprendre quels mécanismes peuvent menacer la solidité, le bon fonctionnement des marchés et provoquer crash financiers et bulles financières.

## Problématique

Une littérature récente s'est ainsi développée sur les imperfections de marchés. Les ingrédients principaux de ces modèles sont l'asymétrie d'information, le comportement stratégique et le pouvoir de marché des intermédiaires financiers, la définition et l'implémentation de contrats optimaux entre agent (par exemple l'entrepreneur) et principaux (les intermédiaires financiers). Les outils mathématiques utilisés sont issus du calcul stochastique. Les problèmes économiques font naturellement apparaître des problèmes de contrôle mixte singulier/régulier, singulier/impulsionnel qui n'ont pas de solutions explicites. L'intégration dans un même modèle de différents risques financiers conduit également à des problèmes de contrôle stochastiques bidimensionnels. Pour ces différents problèmes se posent en particulier les questions de la régularité de la fonction valeur, de son implémentation numérique, de la caractérisation du contrôle optimal, de l'étude des perturbations. Dans la plupart des cas les techniques connues s'avèrent insuffisantes.

## Etats des lieux, situation internationale

En théorie des contrats dynamiques, deux articles influents sont ceux de Sannikov 2008, De Marzo et Sannikov 2006. Les recherches sont conduites notamment dans les universités de Paris, Stanford et Toulouse. Pour un survey sur ce thème, on peut lire par exemple Biais, Mariotti, Rochet 2013. La littérature en contrôle stochastique est naturellement très vaste. Pour son influence sur les modèles de finance d'entreprise, on peut citer par exemple Jeanblanc et Shiryaev 1995. Les travaux les plus récents, en particulier sur les politiques optimales de réserves de cash dans l'entreprise, sont notamment développés par les équipes de Lausanne, New-York (Columbia University), Paris, Londres et Toulouse (à titre d'exemple : Décamps, Mariotti, Rochet et Villeneuve 2011 et Hugonnier, Malamud et Morellec 2013).

## Références

- Biais, B., Mariotti, M., Rochet, J.C.: Dynamic Financial Contracting, in Economics and Econometrics, Tenth World Congress (Daron Acemoglu, Manuel Arellano, Eddie Dekel), vol1, Cambridge University Press, 2013, p. 125-171. ISBN: 9781107638105.
- Décamps, J., Mariotti, T., Rochet, J., Villeneuve, S., 2011. Free cash flow, issuance costs, and stock prices. *Journal of Finance* 66, 1501–1544.
- DeMarzo, P.M., Sannikov, Y., 2006. A continuous-time agency model of optimal contracting and capital structure. *Journal of Finance* 61, 2681–2724.
- Jeanblanc-Picqué, M., and A.N. Shiryaev (1995): "Optimization of the Flow of Dividends," *Russian Mathematical Surveys*, 50, 257–277.
- Hugonnier, J., Malamud, S. and Morellec, E.: Capital supply uncertainty, cash holdings and Investment, Swiss Finance Institute Research Paper, (2013)
- Sannikov, Yuliy. .A Continuous-Time Version of the Principal-Agent Problem. *Review of Economic Studies*, 75(3) (2008): 957-984.

## Systemes Complexes

Réunion ARP MathsInTerre du Réseau National des Systemes Complexes - 7 juin 2013.

### Participants

- Emmanuelle Augeraud, animatrice du réseau RNSC M3d / Mathématiques et Décision pour le Développement Durable
- Cyrille Bertelle, directeur de l'Institut des Systemes Complexes de Normandie
- David Chavalarias, directeur de l'Institut des Systemes Complexes Paris-Ile de France
- Bernard Chazelles, ENS, modèles d'épidémiologie.
- Daniel da Rocha, chargé de l'administration et la communication du RNSC.
- Guillaume Deffuant, co-directeur du RNSC.
- Jacques Gignoux, chercheur en modélisation en écologie à l'ENS.
- Jean-Pierre Nadal, CNRS & EHESS, co-animateur du réseau RNSC HumanICT
- Edith Perrier, directrice du RNSC, représentante du comité de suivi de l'ARP
- Daniel Schertzer, Ecole des Ponts Paris Tech
- Sylvie Thiria, UMR l'OCEAN, animatrice du réseau RNSC MMSE / Modélisation Mathématique et Statistique de l'environnement

Les participants représentent les trois composantes de l'ARP : terre fluide, terre vivante, terre humaine.

### Déroulement de la réunion

- Edith Perrier donne des informations sur la genèse de l'ARP et son déroulement.
- Chacun des participants présente son activité et propose des thématiques scientifiques pour l'ARP, ses instruments et les communautés scientifiques potentiellement concernées.
- Une discussion générale reprend les points.

### Conclusions principales

#### Thématiques :

Les participants des trois composantes (fluide, vivante, humaine), s'accordent pour proposer les thèmes de recherche suivants :

3. Modéliser des phénomènes à plusieurs niveaux d'échelles en prenant en compte des sources de données diverses (par la collecte de données ou la production de nouvelles données) et éventuellement massives – avec pour corollaire l'exploitation et le développement de méthodes de calibration et d'assimilation de données.
4. En parallèle avec l'étude de modèles détaillés, développer l'exploration de modèles simples permettant de capturer certaines propriétés déterminantes, et susceptibles de mener à des innovations conceptuelles.
5. En écologie ou en sciences sociales, les modèles (détaillés ou non) sont souvent des modèles à états discrets (modèles « individus-centrés » ou d'agents), mais ils peuvent être aussi des modèles mathématiques formulés en termes d'équations différentielles partielles. Il est donc important de développer l'analyse du rapport entre discret et continu (passage du discret au continu, pertinence de

chaque approche, approches mixtes).

6. Améliorer les méthodes pour caractériser et modéliser des phénomènes stochastiques et non-stationnaires.
7. Développer de nouvelles méthodes pour visualiser de grandes masses de données (issues de capteurs ou de résultats de modèles).

Les représentants des composantes « terre vivante » et « terre humaine » ont en outre proposé les thèmes suivants :

1. Caractériser des grands graphes d'interactions ainsi que des dynamiques de et sur ces graphes.
2. Mieux définir les problèmes impliquant la décision individuelle et collective, faisant intervenir des objectifs changeants et parfois mal définis.
3. Développer des méthodes mathématiques permettant de mieux définir et traiter la durabilité et la résilience.

#### Instruments :

Tout d'abord, les participants considèrent qu'il est important que l'ANR ait toujours les moyens de financer des post-doctorants et des doctorants.

Ils souhaitent que l'appel porte sur des projets habituels, mais ils pensent intéressant d'ouvrir aussi l'appel à des réseaux de recherche, qui permettraient un travail d'apprentissage de la collaboration entre mathématiciens et chercheurs d'autres disciplines, avec par exemple l'organisation d'écoles d'été pluridisciplinaires.

Enfin, il serait intéressant de favoriser des ensembles de projets proposant des développements inter-opérables et réutilisables, et des projets rendant leurs données accessibles à la communauté des chercheurs, afin d'améliorer la capitalisation des résultats.

#### Communautés visées :

Les projets ou réseaux impliqueraient des mathématiciens et des chercheurs d'autres domaines : sciences de la terre, sciences de la vie - tout particulièrement l'écologie -, sciences humaines et sociales, physique (physique théorique, physique statistique), informatique.

# Changements Environnementaux Planétaires

*Synthèse du rapport de l'Atelier Réflexion Prospective, Changements Environnementaux Planétaires, 2010.*

## Enjeux environnementaux

L'Atelier « Changements environnementaux planétaires » (CEP) est un consortium d'experts issus de différents organismes publics ou privés menant des actions de recherche sur le changement global, réunis au cours de l'année 2009 afin de fournir à l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) les éléments lui permettant de proposer un programme de recherche sur cette thématique.

Le consortium a identifié 4 thèmes :

- Aménagement du territoire et utilisation des sols,
- Ecosystèmes, biodiversité et vulnérabilité du vivant (continental et marin),
- Ressources en eau, en sol et alimentation globale,
- Alternatives pour le développement économique et énergétique planétaire sous contraintes environnementales.

Le rapport de l'ARP CEP présente une vision à la fois multidisciplinaire, globalisante et systémique de chacun des thèmes.

Sont présentés ici les besoins de recherches liés aux mathématiques, extraits du rapport.

## Besoins mathématiques

De nombreux outils liés à la modélisation ont une importance en termes de prévisions et de projections, pour mieux comprendre les différents processus et leurs interactions et pour que les décideurs puissent s'appuyer sur une expertise scientifique.

Bien que ces outils soient déjà très développés et utilisés, une vision plus globale des écosystèmes bénéficierait d'améliorations, dont quelques exemples sont listés ci-dessous.

- Il est nécessaire de développer des prévisions de processus encore peu compris :
  - ▶ Hydrodynamique côtière : les côtes sont des milieux fragiles, interfaces entre la mer, la terre et l'air, qui subissent l'élévation du niveau de la mer, l'érosion, la sédimentation, ... Une meilleure connaissance de ce milieu est nécessaire également pour tirer profit de l'énergie de la marée ou des vagues.
  - ▶ L'usage des sols et l'état des ressources en eau sont encore difficilement prises en compte dans les prévisions, mais sont au centre des enjeux humains (santé, alimentation, énergie).
  - ▶ Les modèles de développement économique ont divers inconvénients :
    - L'analyse de leur contenu formel est difficile car les éléments constitutifs ne sont en général pas publiés, mais aussi parce qu'une distinction insuffisante est faite entre leur contenu formel d'un côté et les méthodes de résolution mathématiques et numériques employées de l'autre.
    - Les hétérogénéités éventuelles entre les critères de choix des différents agents sont difficiles à représenter. Ces limitations militent pour un développement de maquettes et de petits modèles conceptuels permettant de mieux maîtriser les dynamiques couplées de l'économie, du climat et de la technologie.
    - L'application de la transition vers la durabilité du développement humain va se décliner à toutes les échelles géographiques et de gouvernance, des grands blocs continentaux aux échelles locales. Les marges de manœuvre et les implications à l'échelon des régions européennes apparaissent actuellement sous explorées. Ces échelles sont au mieux très mal prises en compte dans les modèles économiques et climatiques : un effort spécifique de modélisation semble nécessaire, en coordination avec l'important effort de modélisation à l'échelon européen déjà en

cours. Par exemple, la mise en œuvre par un nombre croissant d'agglomérations de plans climats territoriaux devrait se traduire dans un futur très proche par l'émergence de nouveaux types de modèles, permettant en particulier d'étudier la dimension économique des stratégies d'adaptation et de mitigation à ces échelles géographiques.

- Beaucoup d'interactions entre processus manquent, et font intervenir des interactions entre différentes disciplines et différentes échelles de temps et d'espace :
  - ▶ Les dynamiques sociales, à différentes échelles de temps et d'espace doivent être associées aux modèles d'économie urbaine.
  - ▶ Les modèles écologiques à l'échelle globale mis en place par les climatologues doivent être comparés avec les modèles issus des études locales d'écologues.
  - ▶ Il manque de modèles liant l'usage agricole des sols avec l'économie.
  - ▶ Il faut s'intéresser aux problèmes de couplage à la surface entre végétation et climat, océan/atmosphère/biogéochimie/écosystème.
  - ▶ La gestion des différentes échelles de temps et d'espaces nécessite une expertise mathématique, notamment dans les modèles écologiques, ou d'écosystèmes.
  
- Un ensemble d'aide à l'utilisation des modèles est à développer, pour mieux les comparer, les évaluer, les paramétrer, et mieux les utiliser :
  - ▶ Des outils de diagnostic, des modèles pour identifier des « situations de crise », et les paramètres de contrôle seraient utiles à l'étude des régimes transitoires et du fonctionnement des écosystèmes non linéaires (identification des bifurcations).
  - ▶ La définition de jeux de données et de protocoles standards permettraient de comparer de manière récurrente l'ensemble des modèles.
  - ▶ Les approches couplant observation et modélisation constituent une démarche à privilégier, de même que l'assimilation de données pour initialiser et guider les trajectoires.
  - ▶ L'estimation d'incertitudes est à développer. De même, qu'il est important de définir des jeux standard pour le « benchmarking » des modèles, il est nécessaire de définir un ensemble de forçages standard qui permettent de bien isoler les différents types d'incertitudes (épistémique et de forçage). Il paraît aussi important de bien estimer la sensibilité du modèle aux différents paramètres. Il paraît ensuite intéressant de développer des méthodes qui permettent d'associer des incertitudes aux paramètres d'entrée des modèles que l'on puisse ensuite propager pour estimer les incertitudes sur les variables de sortie.

Le rapport est disponible, dans son intégralité, sur :

[http://www.nss-dialogues.fr/IMG/pdf/ARP-CEP\\_Document\\_final-2.pdf](http://www.nss-dialogues.fr/IMG/pdf/ARP-CEP_Document_final-2.pdf)

## Gestion des déchets radioactifs

*Patrick Lebon et Frédéric Plas, Directeur et Directeur adjoint de l'Andra, Agence Nationale pour la Gestion des Déchets Radioactifs.*

### **Enjeux environnementaux**

L'Andra est une agence créée en 1979 au sein du CEA, indépendante depuis 1991, qui a en charge la gestion des déchets radioactifs en France. Une des ses missions est de concevoir le stockage géologique réversible des déchets de haute activité et à vie longue (projet Cigéo); l'Agence doit notamment déposer une demande d'autorisation de sa création en 2015. Elle a ainsi construit et exploite depuis 2002 un laboratoire souterrain afin de pouvoir réaliser des études de faisabilité et d'expertise. L'Andra doit répondre aux interrogations de la société et des politiques, et a peu à peu progressé dans la gouvernance du stockage sous ses différents aspects. La recherche et développement au sein de l'Andra en est un des éléments au travers de la meilleure maîtrise du fonctionnement du stockage. Dans ce cadre, l'agence consacre particulièrement des efforts financiers et humains importants pour développer les simulations numériques, comme outils d'évaluation majeurs, et les liens avec l'académique pour ce faire.

### **La R&D, interface entre la recherche, le développement et la mise en œuvre industrielle**

Les liens avec la recherche académique, et plus particulièrement les mathématiques appliquées, ne sont pas récents. Le début des années 2000 voit la mise en place du Groupement National de Recherche MOMAS (Modélisations Mathématiques et Simulations Numériques liées aux problèmes de gestion des déchets nucléaires). Ce groupement est né de la nécessité de mener les évaluations de sureté, avec une grande représentation des processus et des composants. La simulation numérique est alors devenue un des piliers de la R&D.

L'Andra a soutenu le GNR MOMAS pendant 10 ans au sein du programme PACEN. Le CNRS a décidé de remplacer ce programme par un défi interdisciplinaire NEEDS, dans lequel les mathématiques appliquées n'ont pas été retenues en tant que projet fédérateur, mais sont utilisées comme outils dans une recherche transverse. Ce changement a pu décontenancer certains chercheurs. Compte tenu de l'objectif de demande d'autorisation de création du stockage Cigéo, depuis 2010, les travaux de recherche de l'Andra s'ont fortement orientés vers l'opérationnel, tout en maintenant un haut degré d'exigence scientifique. Les objectifs assignés à la simulation numérique ont alors été redéfinis principalement autour de l'optimisation des codes existants et la mise en œuvre du Calcul Haute Performance. L'agence a conscience des limites de ses codes et des nombreuses améliorations algorithmiques et méthodologiques à portée de mains. Mais la plupart des modifications nécessite trois à quatre ans de travail, un temps trop long pour le calendrier actuel. Les mathématiques appliquées sont donc devenues plus diffuses, et ont en apparence disparu de la R&D, alors que l'effort de recherche reste important mais plus orienté. Cependant, l'Andra a déjà réfléchi aux développements des outils mathématiques qu'elle devra mener au-delà de 2015, de façon plus affirmée et prospective. Les mathématiques appliquées en effet un moyen très important, qui ont leur place en tant que tel dans l'agence.

### **Besoins mathématiques**

Les mathématiques sont présentes à travers tous les axes de recherche de l'agence mais ils sont une forte composante des simulations numériques se concentrant sur la conception et la sécurité du stockage en profondeur. Quinze personnes travaillent sur cette thématique importante et l'agence a pu définir quelques grandes orientations en lien avec les mathématiques appliquées :

- la modélisation physique, multi-processus. Le transport hydraulique en milieu poreux, le transport atmosphérique, les interfaces entre gaz-fluide-solide. Les couplages sol-plante-atmosphère, la gestion des différentes échelles de temps des divers processus impliqués. Les liens entre les calculs atomiques et quantiques et les processus micro et macroscopiques. La compréhension des processus de mécanique et des couplages entre mécanique et environnement pour l'étude du vieillissement des bâtiments,
- la gestion des incertitudes et l'analyse de sensibilité. La conception d'indicateurs d'erreurs à posteriori, le développement de méthodes de propagation d'erreurs, des calculs déterministes et opérationnels,
- l'optimisation des codes et le Calcul Haute Performance. L'adaptation au calcul parallèle, la calibration des codes aux machines, la sécurité informatique,
- les STIC. La gestion des bases de données de terrain, le traitement des incohérences, la détection d'erreurs. L'organisation et la structuration des informations multiples, assurer les corrélations conditionnées par la physique, pour analyser les données et surveiller les dérives, gérer les risques. Le stockage intelligent et sécurisé, pour la transmission au long terme et la conservation de la mémoire.

### **Structuration et travail multidisciplinaire**

Le monde de la recherche en mathématique appliquée est très « R », pas vraiment tourné vers les applications. Il faut dire que l'atomisation des laboratoires et l'atomisation géographique n'aident pas. La dilution des compétences est une dérive/évolution de la recherche depuis vingt ans qui entraîne une difficulté à valoriser le travail. Trop peu encore de nos recherches menées en collaboration avec l'académie deviennent opérationnelles, ce qui nous fait dire que « plus les gens sont seuls, plus ils disparaissent ».

Ce travail, de transférer les codes vers l'opérationnel, est difficile pour un laboratoire, qui n'est pas armé. Il faut clairement des moyens et les laboratoires en manquent. Les mathématiques ne sont pas les seuls concernés, mais dans le cas des maths, à ce manque de moyens s'ajoutent les difficultés culturelles. Les mathématiques françaises sont très conceptuelles dès le lycée, les liens avec les applications sont ténus. Et l'évaluation scientifique et académique ne se fait pas sur le critère de la multidisciplinarité.

La recherche « utilisable » se fait de plus en plus dans le privé ou dans certains instituts comme l'INRA qui a fortement développé la composante modélisation. Nous devons donc nous tourner vers des entreprises privées ou nous utilisons notre partenariat avec INRIA qui, grâce à sa composante informatique, apporte une expertise dans la mise en œuvre opérationnelle des outils de calcul.

Malgré tout, il est à regretter que les Universités ne fassent pas plus d'efforts pour valoriser le travail de recherche. Certes, les mathématiques doivent rester une communauté, et chaque chercheur doit être centré sur sa thématique mais un équilibre est à trouver entre cette nécessité et la transversalité des mathématiques dans les applications. Regrouper géographiquement des individus, avoir une masse critique de compétences diverses, est nécessaire pour redonner du sens au travail d'équipe. Mais, avant tout, la première étape est la volonté, la volonté des personnes à travailler ensemble. La structure n'est qu'un soutien, essentiel certes, mais pas suffisant.

INRIA est une de ces grosses structures qui permet de dire que tout ne va pas si mal, mais il manque sérieusement des organismes intermédiaires à taille plus réduite, proche des universitaires.

Nous notons les initiatives des alliances ALLenvi et ALListene, ainsi que la création de la Maison de la simulation à Paris, de bonnes idées qui ne doivent pas se transformer en musée. Car de vraies directives et choix sont à prendre, et en y mettant les moyens.

# Modélisation des socio-éco-systèmes et analyse d'impact de scénarios pour l'aide à la décision pour la gestion durable des ressources marines

*Stéphanie Mahévas, IFREMER, Département RBE, Unité Ecologie et Modèles pour l'Halieutique, Claire Macher, Michel Lample, IFREMER, Département RBE, UMR AMURE, Unité d'Economie Maritime.*

## **Enjeux environnementaux**

La gestion durable des ressources marines telles que les populations de poissons s'appuie sur différents outils de gestion : des outils de conservation (spatialisés ou non) tels que les quotas, les mesures de sélectivité, les aires marines protégées, etc. et des outils de régulation de l'accès aux ressources que sont les droits d'accès individuels (quotas et/ou licences). Différents systèmes de gouvernance des ressources marines existent par ailleurs entre co-management, marché de droits ou systèmes centralisés.

Des outils de modélisation des socio-éco-systèmes opérationnels décrivant le fonctionnement des socio-écosystèmes marins se sont développés dans ce cadre pour répondre à une demande croissante des décideurs et acteurs des filières et des territoires. Ces acteurs souhaitent, devant des systèmes complexes aux comportements non intuitifs, pouvoir disposer d'analyses des impacts environnementaux, économiques et sociaux potentiels de différents scénarios de gestion, en étudiant la viabilité écologique et socio-économique pour mieux en mesurer les avantages et inconvénients.

Cependant, il ne suffit pas seulement de fournir des analyses d'impact de scénarios associés à des estimations de l'incertitude, mais également de travailler et d'évoluer en parallèle avec tous les acteurs afin d'améliorer la représentation des systèmes en partageant la connaissance et d'améliorer la pertinence des résultats produits. Diffuser le savoir scientifique passe ainsi par la prise en compte des différents acteurs dès le début du développement d'un modèle dans un processus de co-construction destiné à mieux intégrer les processus sociaux d'anticipation ou de rétro-action importants. La co-construction est un processus évolutif dans lequel la « trajectoire » du modèle en cours d'élaboration est contrainte à rester toujours le plus proche possible des attendus exprimés par des acteurs. On peut l'assimiler à un processus de « poursuite » aux cibles mouvantes du fait que chaque avancée dans la modélisation modifie souvent la perception qu'ont les acteurs de leurs propres socio-écosystèmes. Une approche scientifique de la co-construction a pour objectif d'éviter le problème de la « dérive » des modèles socio-environnementaux où une trop faible prise en compte des attendus sociaux les amènent à se retrouver inadaptés aux questions sociétales et de politiques publiques. La co-construction apporte ainsi une meilleure compréhension des modèles par les décideurs et les acteurs mais aussi permet de mieux intégrer les objectifs et les besoins des décideurs.

## **Besoins mathématiques**

Pour résoudre ces différents problèmes, de multiples outils et théories sont utilisés : modèles de simulation bio-économiques, modélisation des socio-éco-systèmes, modèles multi-agents, théorie de la viabilité, méthodes d'optimisation, et les outils d'Approche Système.

Les difficultés d'utilisation de ces outils sont liés au fait que les modèles se doivent d'être opérationnels, que les processus étudiés sont multi-échelles, l'environnement incertain et que les objectifs et usages à considérer sont multiples. De nombreuses nécessités d'analyse des différents outils apparaissent :

- analyses de sensibilité, stabilité des résultats
- analyses multi-critères
- programmation linéaire et non linéaire
- théorie des jeux, de la décision
- inférence de paramètres, outils statistiques

- convergence des méthodes d'optimisation
- système dynamique : viabilité, existence d'attracteurs.

Des collaborations avec les mathématiciens seraient également fortement intéressantes pour aider à formaliser, à définir un cadre d'utilisation et de validité des modèles.

Tester les impacts de différents modes de gouvernance demande de simuler les processus sociaux, l'interaction entre les décideurs, et les systèmes de gouvernance en général. La formalisation des processus de gouvernance est un point important de ces approches. Elle fait apparaître la nécessité de créer des liens entre science humaines et sociales et mathématiques.

# Théorie des jeux et contrats sociaux

*Contribution : Journée IHP, organisée par Silvia De Monte, ENS Paris, Écologie & Évolution. Auteurs : Manfred Milinski, Karl Sigmund, Didier Bresch, Minus Van Baalen, Silvain Sorin.*

## Introduction

Among biological populations, mankind stands out for the magnitude of its impact on the environment it lives in. The feedback between individual-level behavior and its environmental context is often mediated by the structure of human societies, so that the consequences at the individual level heavily depend on what the others do. Such a scenario can be formalized by public goods games that represent fundamental subjects of theoretical and applied investigations in fields that span from mathematics, to biology, to economy.

The prototypical example of a 'public good', whose advantages are available to every person irrespective of the fact that it contributed or not to its establishment, is the reduction of anthropogenic changes of the Earth climate. As the control of carbon dioxide emissions can only be achieved by the coordinated effort of billions of people -or hundreds of nations-, the main problem faced by global governance policies is to achieve such a coordinated effort. However, in deciding whether to contribute to a public good, individual entities are faced with a conflict between individual and collective interests. Indeed, whereas the consequences of global warming -at least in the long term- are likely to affect everybody to some more or less severe degree, there is an immediate personal cost to the unilateral choice of dropping the emission level. As a consequence, the individuals may refrain from their contribution, thus giving rise to the so-called 'Tragedy of the commons' where everybody is eventually worse off.

Game theory provides a formal description of how competition between individual strategies constrains the sustainability of public goods. In this abstract setting, one can test different hypotheses on the interaction rule between individuals, and in particular the possibility that rational selfish agents chose to contribute to the global well being.

Although this framing has primarily lead to theoretical results, both by analytical and numerical means, it is increasingly used also for applications, and notably for modeling real-world scenarios. In this respect, experiments inquiring human and non-human behavior in controlled settings have allowed to explore to which extent certain simplifying assumptions occur in actual biological societies and how far can the mathematical results be informative of general processes.

The interaction between a well-established theoretical corpus and the applications to real sociobiological situations is a particularly promising interface between mathematics on the one side, economy, behavioral ecology and social sciences on other. The search for general principles that rule the dynamics of collective enterprises moreover reaches out disciplines such as evolutionary biology, statistical physics and informatics, whose methods start being profitably imported in the game-theoretical framework, and that have a long tradition of interfacing with experimental investigation.

In the following two sections we will resume the main points discussed during the "journée IHP" of the ARP MathsInTerre, and then provide guidelines about what implementation is desirable to foster the interaction between mathematics and the other sciences on the subject of social games.

## Mathematics and social games: the state of the art and future challenges

Game theory is an instrument to understand social processes in biological populations. Its applications to mankind are particularly challenging because of the extreme complexity of human behaviors and interactions. Indeed, even if humans evidently share a common good -the Earth- they need to preserve, the collective outcome of their choices is affected, other than by individual motivations, by the structure of

societies and institutions that shape connectivity, provide a hierarchical organization and affect the time scales over which objectives can be attained.

On the other hand, simple mathematical models, and in particular game theory, explain some regularities that can be detected in human societies throughout the world, such as sense of fairness in ultimatum games, as well as the outcome of experiments in controlled settings, as the promotion of cooperation through punishment, optional participation and reputation.

Although theoretical approaches unveiled general processes that are in play in human societies, and more widely in biological populations, a number of challenges lie ahead, both in terms of extending current theoretical framework to more realistic -thus more complex- settings, and in terms of modeling actual scenarios to foster applications.

Theoretical challenges include the broadening of the current game theoretical framework to various topologies of individual interaction networks. The effect of a multiplicity of strategies and of heterogeneity - at the individual as well as the collective level- has also been little explored compared to the fundamental role that differences of status appear to play in negotiations for global governance. Moreover, climate-change game models require to introduce features, such as finite time frames for achieving a result, the nonlinearities that underlie different kind of gradual versus abrupt changes in the collective gain, the fluctuations in the environmental parameters, the coexistence of multiple time scales associated with different social aggregates, that would benefit of a theoretical framing akin to what was developed for two-players games.

When moving towards its applications to real-world societies, game theory needs to interface with controlled experiments on the one side, and with collected data on the other. In order for this interaction to improve both the mathematical theory and its implementation, it is necessary to support the development of mechanistic models upon which to base the representation of individual motivations, of decision-making at the individual and societal level, of the nature and structure of interactions, and finally of the effect of policies and norms on human behavior.

Interfacing theory with experiments both in human and non-human populations can help identifying general rules that may be exploited to guide global policies.

The interaction with other disciplines, notably Earth sciences, experimental economics, psychology, evolutionary biology, statistical physics and complex systems science can prove extremely useful for the establishment and the test of models.

In spite of the fact that game theory is still quite far away from permitting quantitative account and inference on human societies, it provides a sound theoretical framework that not only frames social conflicts in human societies, but constitutes a shared language between different disciplines.

The development of novel mathematical approaches, as well as the strengthening of the interface with experimental results may contribute, if not to the establishment of rules for global governance, at least to slowing down the anthropogenic environmental degradation, until new technological solutions will reduce the level of conflict related to fossil fuels-based energy production.

## **Recommendations to the ANR**

- Most challenging problems in relation with game theory and Earth sciences:
  - ▶ Mechanistic modeling of the structure and dynamics of human interactions
  - ▶ Including ecology and demography in game theoretical descriptions
  - ▶ Emergence and evolution of institutions, role of institutions in helping/hindering the establishment of social behavior.

- ▶ Response to stochastic environmental changes and strategies to reduce risk
- ▶ Understating the role of communication
- Mathematical tools that should be improved or developed for the fundamental understanding of these problems:
  - ▶ Investigating possible designs for implementing cooperation. Ex : through institutional sanctioning (punishment, incentives)
  - ▶ Social behavior in different topologies, such as networks and spatially heterogeneous populations. Ex: problem of congestion.
  - ▶ Framing the problem of public goods in order for the solution to appear more accessible. Ex: establishing intermediate goals.
  - ▶ Mathematical modeling of climate change behavior both at the individual and the institutional level.
  - ▶ Modeling the response to stochastic environmental change and control of risk.
- Applications to be pursued:
  - ▶ Determining the essential ingredients of human behavior that should be introduced in models and theory.
  - ▶ Comparison of models for behavioral choices in climate change scenarios with behavioral experiments and data on the actual application of climate change policies.
  - ▶ Test models and theories with experimental evolutionary studies, including those with simple organisms.
- Most promising interactions with other disciplines:
  - ▶ Experimental economics: allows quantitative comparison with game theoretical models
  - ▶ Psychology & cognitive biology: inform the modeling of human decision-making
  - ▶ Evolutionary biology: transfer of concepts/tools from the studies on evolutionary transitions, parallelism between cultural and genetic evolution (Baldwin effect), accidental pre-adaptations.
  - ▶ Statistical physics: models allowing a multiplicity of possible scenarios and stochastic effects.
  - ▶ Complex systems sciences: dynamics on networks and multi-agents models
  - ▶ Earth sciences: establishing the form and nature of social dilemmas at the global scale

## Que peuvent les mathématiques pour la Planète ?

*Contribution : Table ronde menée par Sophie Bécherel, journaliste, Journée UNESCO de lancement de l'événement MPE, Philippe Naveau (LSCE), David Lannes (ENS Paris), John Dudley (FEMTO-ST), Frédéric Dias (University College Dublin), Anil Mishra, Fanja Rakotondrajao (University of Antananarivo)*

Speakers:

- Philippe Naveau: LSCE, Paris
- David Lannes: Département de Mathématiques et Applications, ENS Paris
- John Dudley: Institut FEMTO-ST, Université de Franche-Comté
- Frédéric Dias: School of Mathematical Sciences, University College Dublin
- Anil Mishra: Programme Specialist, Hydrological Systems and Climate Change
- Fanja Rakotondrajao: University of Antananarivo, Madagascar

Introduction of the speakers:

**P. Naveau:** specialized in Extreme Value Theory for the Climate.

Mathematical tools enable:

- ▶ the detection and attribution of the climate change.
- ▶ to predict one variable along with its uncertainty.
- ▶ to invert and reconstruct a signal that cannot be observed directly (Bayes Theory, filters,...)
- ▶ to analyse large scale and complex data

**D. Lannes:** specialized in water waves and equation's analysis

A model is simplified with a precise aim in mind. Think of a car without lights that could be used only by days.

Extreme events are difficult to model because of the need to mix deterministic and statistic approaches.

Abstraction is one of the powers of mathematics. The same models can be used to simulate tsunamis or coastal waves. The mathematical analysis can be applied to a large scope of problems. However, it is important to distinguish the impacts of the different studies.

**J. Dudley:** specialized in optics

Similarities with water waves and optic waves.

Experiments in labs.

Mathematics are a decision-making tool. It is important to communicate effectively. Example: Aquila earthquake.

**F. Dias:** specialized in renewable marine energies: wave or tidal energy.

Mathematics are a tool among others (lab experiment, prototype).

Benefit: models are adapted to the scales and the parameters can be adjusted easily.

**A. Mishra:** Programme Specialist, Hydrological Systems and Climate Change

Facilitate difficult links between technical "decision-making" and scientific skills. Ex: Katrina.

How to deal with uncertainties in decision-making? How to translate scientific results in to sound policies?

**F. Rakotondrajao:** specialized in algorithmic and combinatorial analysis.

Mathematics are a great tool for the management of resources that can be used for example for the management of resources in Africa and to maximize the productivity.

It is important to promote the teaching of the mathematics in the developing countries.

**Discussion:**

*Question: What are the mathematics used when dealing with marine energy issues? How to deal with the differences between tides and waves?*

First, the tides, as the waves, are not constant all along the year. But the waves, even with this random aspect, will produce energy all along the year.

*Question: When using the mathematics to predict, it implies a decision-making, and so we have to know how to trust the results. What is the position of the mathematicians?*

The mathematicians work on providing the methods, the tools and to validate them. But the decision has to be made by politicians. The future is not predictable, we have to assume some parameters to be true to simulate. Predictions are uncertain.

*Comments:*

Necessity to improve equity among countries, access to education and research.

## 2. Mathématiques en émergence

Big data cherche mathématiques

Contribution : d'après le texte de Stéphane Mallat, École Normale Supérieure, SMAI, Matapli n°1010

### 1 Introduction

L'importance des problèmes de big data est maintenant un sujet tarte à la crème, et pourtant, au-delà des statisticiens, peu de mathématiciens y ont goûté. Les enjeux sociétaux, industriels et scientifiques sont considérables, avec un besoin criant de mathématiques. On a beaucoup dit que le XXIème siècle serait celui du cerveau, mais le traitement des masses de données jouera aussi un rôle important, et ces deux domaines se rejoindront peut être.

Rappelons que la production de données numériques double tous les 3 ans depuis 1980, et a atteint le chiffre astronomique de  $2 \cdot 10^{21}$  octets par jour. Ces données se trouvent au coeur de la plupart des industries et services. Cela ne concerne pas seulement Google, Amazon ou Facebook, mais aussi les industries pharmaceutiques, pétrolières, les assurances, banques, les télécommunications, le monde médical, le marketing... La recherche est aussi affectée, en bioinformatique, astronomie, géophysique, météorologie, physique des hautes énergies, neuro-sciences, vision par ordinateur, reconnaissance de signaux, sciences sociales... Ces enjeux ont motivé le lancement d'une "Big Data Initiative", qui finance de nombreux projets de recherche aux États-Unis, et l'Europe en fera probablement une priorité à l'horizon 2020.

Beaucoup de problèmes de big data sont technologiques et informatiques : organiser des bases de données inhomogènes, faire du calcul distribué, visualiser et sécuriser les données. Cependant, un des goulots d'étranglement est la capacité d'exploitation et d'analyse automatique de ces masses de données. Cela pose des problèmes mathématiques profonds, souvent liés à la malédiction de la très grande dimension.

Ces dernières années, l'algorithmique a fait des progrès importants, grâce aux grandes bases de données d'apprentissage et à de nouvelles approches non-linéaires parfois déroutantes. Cependant, la multiplication des algorithmes avec leurs variantes exotiques, a transformé ce domaine en une jungle épaisse. L'éclairage des mathématiques est devenu d'autant plus nécessaire. Pour l'instant, les statistiques et l'optimisation sont les seuls domaines mathématiques qui se sont adaptés avec succès. Pourtant ce ne sont pas les seuls concernés, loin de là. L'analyse, les probabilités, la géométrie, la topologie, la théorie des groupes ont beaucoup à apporter. Je n'essaierai pas de donner une couverture exhaustive des problèmes, mais plutôt un éclairage biaisé par mon expérience.

### 2 La malédiction de la dimensionalité

Un ensemble de données numériques, que ce soit une image, des mesures biochimiques ou des données marketing, peut être représenté par un vecteur  $x \in \mathbb{R}^d$ , où  $d$  est souvent supérieur à  $10^6$ .

La malédiction de la dimensionalité rend très difficile la comparaison, la détection ou la classification de ces données. Elle vient du fait que le volume est une fonction exponentielle de la dimension. En dimension 1, avec 100 points, on échantillonne un segment de taille 1 avec des intervalles de  $10^{-2}$ . Dans un espace de dimension 10, il faudrait  $10^{20}$  points pour échantillonner un cube de largeur 1 avec des points dont la distance est  $10^{-2}$ . En dimension  $d$  il en faut  $10^{2d}$ , autrement dit un nombre inimaginable pour  $d = 10^6$ .

La taille monstrueuse d'un espace de grande dimension se voit en comparant le volume d'un cube de largeur  $2r$ , soit  $(2r)^d$ , et le volume de l'hypersphère de rayon  $r$  inscrite dans ce cube, soit  $2r^d \pi^{d/2} d^{-1} \Gamma(d/2)^{-1}$ . Le rapport des deux volumes est  $\pi^{d/2} d^{-1} 2^{1-d} \Gamma(d/2)^{-1}$ . Il tend exponentiellement vers 0 quand  $d$  augmente. Cela veut dire que l'essentiel du volume du cube est loin de son centre, et se concentre dans les coins, ce qui est totalement contre-intuitif. À cause de cette malédiction, la distance euclidienne perd sa capacité de discrimination. Étant donnée une distribution de  $p$  points dans l'espace, le rapport entre la distance maximum et la distance minimum de ces points,  $\max_{i \neq j} \|x_i - x_j\| / \min_{i \neq j} \|x_i - x_j\|$ , tend vers 1 quand la dimension  $d$  augmente (6).

### 3 Le far-west

Les algorithmiciens et traiteurs de signaux ont relevé les défis posés par le fléau de la dimensionalité, avec de nombreux succès récents. Ce qui a changé, ce sont les capacités de mémoire et de calcul des ordinateurs, et les ordres de grandeurs des bases de données. La recherche autour des big data est devenue un far-west expérimental, extraordinairement riche et créatif. Un monde où s'armer d'un gros ordinateur pour implémenter une belle idée est souvent plus efficace que de manipuler des concepts mathématiques élaborés. Passer par cette étape était sans doute nécessaire pour débroussailler ce nouveau domaine. Des solutions suprenantes sont apparues, prenant à contre-pied beaucoup d'intuitions mathématiques "raisonnables".

Les réseaux de neurones sont un exemple d'architecture algorithmique, longtemps décrite par la communauté scientifique bien pensante, dont je faisais partie. Leur efficacité est maintenant indiscutable, pour résoudre des problèmes en très grande dimension. Un neurone computationnel prend en entrée le long de ses "synapses" des variables  $(a_i)_{1 \leq i \leq j}$  qui sont les sorties d'autres neurones. Il calcule en sortie une valeur  $\rho(\sum_i w_i a_i)$  où les  $w_i$  sont des poids qui sont appris à partir des données d'entraînement. La fonction  $\rho(u)$  peut être une sigmoïde, une valeur absolue, un seuillage ou d'autres fonctions non-linéaires. L'art un peu mystérieux de ces réseaux de neurones consiste à organiser l'architecture d'un tel réseau, choisir les non-linéarités, et définir un algorithme d'apprentissage qui optimise les paramètres  $w_i$  de chaque neurone. Il existe de nombreuses approches et architectures différentes (6). Récemment, les réseaux de neurones profonds ont obtenu des succès remarquables, pour la reconnaissance d'images sur des bases de données de plus de  $10^7$  images avec  $10^4$  classes différentes, mais aussi pour la reconnaissance de la parole et le traitement de données biomédicales (2, 8). Derrière la grande diversité des algorithmes développés, avec ou sans réseaux de neurones, quelques principes généraux ont émergé.

Mémoriser beaucoup d'informations et de paramètres apparaît comme nécessaire pour résoudre des problèmes de classification en grande dimension. Certains réseaux de neurones ont plus de 10 millions de paramètres (7), ce qui reste tout petit à côté du nombre de neurones et de synapses du cerveau, qui est  $10^6$  fois plus grand. En permanence, on mémorise inconsciemment une proportion importante des sons et des images auxquelles on prête attention. Les avancées récentes des traducteurs automatiques montrent qu'il est souvent plus efficace de stocker des exemples, avec des algorithmes d'indexation basés sur des modèles statistiques simples, plutôt que d'effectuer des analyses syntaxiques fines avec des représentations sémantiques complexes, comme cela s'est fait pendant longtemps.

La parcimonie est un autre principe important pour l'apprentissage de structures. Tout comme le rasoir d'Occam utilisé en recherche scientifique, parmi l'ensemble des possibles, il s'agit de trouver un nombre minimum de paramètres pour expliquer la variabilité des données, en vue d'une tâche particulière. Cela permet d'apprendre avec relativement peu de données d'entraînement. Dans un réseau de neurones, cela veut dire qu'une faible proportion des neurones vont être activés par une entrée particulière. Cette parcimonie est aussi observée dans le cerveau.

La malédiction de la dimensionalité vient de la variabilité considérable des données. Réduire cette variabilité passe par la construction d'invariants. Cependant, ces sources de variabilité étant multiples et complexes, l'élaboration de ces invariants et leur organisation deviennent compliquées. Une approche est de cascader des opérateurs contractants, afin d'obtenir des paramètres qui représentent des structures de plus en plus spécialisées, et de plus en plus invariantes (2, 4, 10). L'analogie est parfois faite avec les "neurones grand-mères" en neurophysiologie de la perception (7). De tels groupes de neurones semblent très spécialisés et invariants. Ils peuvent par exemple répondre à l'image d'une personne en particulier, quels que soit l'environnement, la position ou l'expression du visage.

## 4 Représenter pour classifier

Les problèmes d'analyse de données sont du ressort des statistiques, mais pas seulement. La nécessité de construire des représentations adaptées aux grandes dimensions pose des problèmes mathématiques allant bien au-delà des statistiques.

Considérons un problème de classification. On veut classifier des données  $x \in \mathbb{R}^d$  parmi  $K$  classes, qui sont des sous-ensembles  $\{C_k\}_{1 \leq k \leq K}$  disjoints de  $\mathbb{R}^d$ . Si  $x$  est une image, ces classes peuvent correspondre à des chaises, des animaux, des visages, des fleurs, des paysages...

En termes probabilistes, on peut définir la distribution de probabilité  $p_k(x)$  de chaque classe dans  $\mathbb{R}^d$ , dont le support est dans  $C_k$ . Le classificateur Bayésien optimal associe à chaque observation  $x$  la classe  $C_k$  qui maximise  $p_k(x)$ . Le problème est que l'on ne connaît pas les distributions  $p_k(x)$ . Par contre, on a des exemples labélisés  $\{(x_i, y_i)\}_{i \leq n}$ , où  $y_i = k$  si  $x_i \in C_k$ . L'algorithme des plus proches voisins est une implémentation empirique du classificateur de Bayes, à partir de ces exemples. Il associe à  $x$  la classe  $C_k$  pour laquelle il y a le plus grand nombre de voisins  $x_i$  qui appartiennent à  $C_k$  parmi les  $K$  plus proches. Cela revient à faire une estimation de chaque  $p_k(x)$  par un moyennage empirique au voisinage de  $x$ , et de choisir le plus grand.

Cependant, l'estimation empirique des distributions  $p_k(x)$  se heurte au fléau de la dimensionnalité. Le plus souvent, on a moins de  $10^3$  exemples labélisés par classe. Or, pour contrôler l'erreur, il faudrait un nombre d'exemples exponentiel en la dimension  $d$  (6), à moins que les données n'appartiennent à un sous-espace de basse dimension. D'une façon générale toutes les méthodes de calculs locaux dans  $\mathbb{R}^d$  sont inopérantes, sauf si les données sont dans un ensemble régulier de basse dimension, ce qui est hélas rarement le cas. Pourtant, si nos ancêtres avaient eu besoin de rencontrer  $10^{10}$  mammoths pour en reconnaître un, ils auraient eu peu de chance de survivre. De fait, les expériences psychophysiques montrent que quelques images sont suffisantes pour apprendre à reconnaître un animal en quasiment toutes circonstances.

L'apprentissage non-supervisé permet de résoudre cette apparente contradiction. On utilise des exemples non-labélisés  $\{x_i\}_i$ , n'incluant par forcément des exemples de la classe que l'on veut apprendre, mais d'autres qui ont des caractéristiques similaires (8, 3). Des millions d'images ou de sons non-labélisés sont ainsi disponibles sur Internet, il existe aussi beaucoup d'archives d'exams médicaux sans diagnostic, d'enregistrements sismiques sans analyse géophysique, et ainsi de suite. Le problème est de "synthétiser" cette information afin de se préparer à un nouveau problème de reconnaissance avec peu d'exemples labélisés.

Pour apprendre avec peu d'exemples, il faut contourner la malédiction de la dimensionnalité, ce qui est possible avec un classificateur global linéaire. Cela consiste à séparer deux classes  $C_k$  et  $C_{k'}$  avec un hyperplan. Cependant, deux classes compliquées sont rarement séparées par un hyperplan. L'idée est donc d'optimiser une représentation  $\Phi x \in \mathbb{R}^{d'}$ , pour qu'une telle séparation linéaire génère une faible erreur. La difficulté de la classification est donc reportée sur le choix de  $\Phi$ . Il s'agit de comprendre comment construire un opérateur  $\Phi$ , qui agrège des informations "générales" sur les structures du monde, à partir d'exemples non labélisés, et permet de quasiment séparer linéairement des classes que l'on ne connaît pas à l'avance.

Avant de considérer cette question très difficile, revenons au classificateur linéaire. Si  $w$  est un vecteur orthogonal à l'hyperplan séparateur, alors le classificateur définit un seuil  $b \in \mathbb{R}$  et associé à  $x$  la classe

$$\hat{y}(x) = \begin{cases} k & \text{si } \langle \Phi x, w \rangle \geq b \\ k' & \text{si } \langle \Phi x, w \rangle < b \end{cases} \quad (1)$$

On peut voir  $\Phi x$  comme un vecteur de  $d'$  caractéristiques de  $x$ . Le choix de  $w \in \mathbb{R}^{d'}$  optimise un "vote"

qui agrège linéairement ces indicateurs pour prendre une décision :

$$\langle \Phi x, w \rangle = \sum_{j=1}^{d'} \Phi x(j) w(j) .$$

Différentes approches comme les Support Vector Machines optimisent  $w$  et  $b$  en minimisant les taux d'erreurs sur les exemples d'entraînement, tout en régularisant l'estimation avec une pénalisation convexe (6).

On pourrait imaginer que ce problème est simple, car il existe toujours un hyperplan qui sépare les  $n$  exemples d'entraînement  $\Phi x_i$  s'ils sont linéairement indépendants en dimension  $d' \geq n$ . Il suffit donc que la dimension  $d'$  soit suffisamment grande. Cependant, cette erreur nulle à l'entraînement ne se généralise pas, au sens où l'erreur de classification sera importante sur d'autres exemples. Cela vient du fait que la complexité de la classification, mesurée par la dimension de Vapnik-Chernovenkis (6), augmente avec  $d'$ . L'optimisation de la représentation  $\Phi x \in \mathbb{R}^{d'}$  est donc un problème complexe, au coeur de la classification.

## 5 Réduction de dimensionalité

Certes,  $x$  appartient à un espace de grande dimension  $\mathbb{R}^d$ , mais on peut espérer pouvoir résoudre un problème de classification en approximant  $x$  sur un ensemble de basse dimension  $d'$ , ce qui permettrait de contourner la malédiction. Il existe diverses approches pour effectuer cette réduction de dimensionalité, qui utilisent de beaux résultats à l'interface de l'analyse harmonique, de la géométrie et des probabilités. Hélas, ces hypothèses de faible dimension sont rarement satisfaites. Il faut bien le comprendre pour ne pas sous-estimer les problèmes mathématiques de la grande dimension.

Supposons que  $x$  appartienne à une variété régulière de basse dimension  $d'$ . L'estimation d'une variété est basée sur des calculs de distances locales (1). Ces distances ne sont significatives qu'en dimension  $d'$  typiquement plus petite que 10, à cause du fléau de la dimensionalité. On peut alors calculer les coordonnées intrinsèques de  $x$  sur cette variété en décomposant  $x$  sur les  $d'$  vecteurs propres du Laplacien sur la variété. On estime ce Laplacien à partir d'un graphe de voisinage calculé sur les exemples (1). Ces techniques ont trouvé de belles applications pour caractériser des systèmes dynamiques de basse dimension.

Le compressed sensing est une autre approche de réduction de dimensionalité. Si  $x$  a une représentation parcimonieuse comme combinaison linéaire de  $p$  vecteurs quelconques d'une base, alors il peut être caractérisé par  $d' = O(p \log p)$  produits scalaires avec des vecteurs aléatoires (5). On suppose donc ici que  $x$  appartient à une union d'espaces linéaires de basse dimension  $p$ . L'utilisation de mesures aléatoires permet ainsi d'obtenir  $d'$  descripteurs linéaires qui caractérisent une variété complexe de dimension  $p$ .

Cependant, la réduction brutale de dimensionalité a été la source d'un grand nombre d'impasses en recherche algorithmique. Jusque dans les années 2000, on a le plus souvent essayé de résoudre les problèmes de classification en calculant un petit nombre de caractéristiques discriminantes. Pour détecter la présence d'un visage dans une image, il est ainsi naturel d'essayer de localiser la tête, les yeux, le nez, la bouche, par exemple avec des ellipses de tailles et de positions variables. Ces ellipses ont des paramètres dont les distributions de probabilité dépendent de la variabilité géométrique des visages. Si on n'est pas trop naïf sur la façon de détecter et d'ajuster la position de ces ellipses, on peut espérer obtenir de bons résultats. Je l'ai fait et je me suis trompé comme beaucoup.

Pour la détection de visages, il est plus efficace d'agréger progressivement beaucoup plus d'informations sur l'image. Une technique développée en 2001 (12) consiste à définir un très grand nombre de tests "faibles", qui sont des seuillages de produits scalaires de  $x$  avec des vecteurs de Haar de supports variables. Ces tests sont agrégés par combinaisons linéaires, pour définir des tests plus "forts" qui sont

utilisés dans un arbre de décision. L'apprentissage à partir d'exemples labélisés choisit les meilleures combinaisons linéaires, à chaque noeud de l'arbre de décisions, avec un algorithme de boosting (12). Cette cascade de tests permet de détecter précisément des visages malgré la grande variabilité des images. Cependant, il faut disposer d'un grand nombre d'exemples labélisés pour apprendre les paramètres de la cascade. Ceci est possible pour la détection de visages et cet algorithme est implémenté dans de nombreux appareils photos.

Cette architecture utilise des agrégations linéaires successives de classificateurs, qui prennent des "décisions" partielles et mélangent de plus en plus de variables. Ces résultats montrent que l'agrégation d'un grand nombre d'indicateurs de faible expertise, mais très divers, permet de répondre à des questions complexes. C'est une idée clef des algorithmes de classification en grande dimension. Malgré certaines avancées en statistique de la décision (11), on comprend encore mal les propriétés mathématiques de ces agrégations hiérarchiques.

## 6 Les bénéfices de la grande dimension

Il est étrange de se plaindre de la malédiction de la dimensionalité alors que l'on cherche à augmenter la résolution et donc la dimension des données, que ce soit des images, des données bio-médicales, géophysiques, économiques... Plus d'information devrait permettre de prendre des décisions plus fiables. Pour éviter la malédiction, cela demande cependant d'éliminer la variabilité inutile et de construire des invariants stables et discriminant.

Dans un cadre probabiliste, une classe  $C_k$  est modélisée par processus  $X_k$  dont chaque réalisation  $x$  est un élément de  $C_k$ . Pour différencier des classes  $C_k$  et  $C_{k'}$  on définit une représentation  $\Phi x$  de façon à pouvoir trouver une combinaison linéaire  $\langle \Phi x, w \rangle = \sum_{j=1}^{d'} \Phi x(j) w(j)$ , qui soit quasiment invariante mais différente sur  $C_k$  et sur  $C_{k'}$ . Les invariants sur  $C_k$  peuvent s'écrire comme des espérances  $E(H(X_k))$  où  $H$  est une fonctionnelle typiquement non-linéaire. Le coefficient  $\langle \Phi x, w \rangle$  peut donc s'interpréter comme l'estimateur d'une telle espérance. Cela indique l'existence d'une forme d'ergodicité qui permet de remplacer l'espérance par une combinaison linéaire des coefficients de  $\Phi x$ . Pour résoudre de multiples problèmes de classification, il faut que  $\Phi x$  ait le potentiel de créer de nombreux invariants différents par combinaisons linéaires. Cela doit donc être un vecteur de grande taille. La réduction de dimensionalité se fait lors de la projection sur le vecteur  $w$ . L'optimisation de  $w$  revient à choisir un invariant adapté à chaque problème de classification spécifique.

Prenons un exemple simple où les données  $x \in \mathbb{R}^d$  sont les réalisations d'un vecteur aléatoire  $X_k$  dont les coordonnées sont des variables aléatoires indépendantes de même densité de probabilité  $p_k(u)$ . Ces données vivent dans la quasi-totalité de  $\mathbb{R}^d$  mais l'information encapsulée par ces données se résume à la densité  $p_k$ . Celle-ci peut s'estimer avec un histogramme  $\Phi x$ . Plus  $d$  est grand plus cet histogramme sera précis, d'où l'intérêt de la grande dimension. On peut savoir si cet histogramme correspond à  $p_k$  ou à  $p_{k'}$  par exemple en testant le signe du produit scalaire avec  $w = p_k - p_{k'}$ . Evidemment cet exemple est un cas d'école trop simple car n'inclut pas de structure de corrélation entre les données.

Les processus stationnaires fournissent un deuxième exemple déjà plus intéressant. Les textures, visuelles ou auditives, peuvent être modélisées comme des réalisations de processus stationnaires, qui vivent dans un espace de grande dimension. La stationnarité exprime l'invariance de la distribution du processus sur le groupe des translations. Les moments du second ordre  $E(X_k(u_1) X_k(u_2))$  ne dépendent que de  $u_2 - u_1$  et la transformée de Fourier définit la puissance spectrale. Avec une hypothèse faible de décorrélation, les moments du second ordre peuvent être estimés par moyennage temporel, à partir d'une seule réalisation. Cette information n'est cependant souvent pas suffisante car des textures totalement différentes ont les mêmes moments d'ordre deux. On peut différencier des processus stationnaires avec des moments d'ordre supérieur, qui offrent des invariants plus riches. Hélas, les espérances de puissances supérieures sont difficilement estimables par moyennage temporel sur une seule réalisation, car les estimateurs résul-

tants ont une trop grande variance et sont donc imprécis. Dans ce cadre de processus stationnaires, on voit la difficulté de calculer des invariants suffisamment discriminant.

Il y a évidemment d'autres sources de variabilités au-delà du groupe des translations. Par exemple, les textures sont déformées par les effets de perspectives sur les surfaces tri-dimensionnelles. Il faut alors construire des invariants relativement à l'action de difféomorphismes, autrement dit de groupes de Lie non-commutatifs de grande dimension. Les outils rigides comme la transformée de Fourier ne sont plus adaptés, ce qui ouvre des nouveaux problèmes d'analyse harmonique. De tels invariants peuvent être construits en cascade de transformées en ondelettes définies sur le groupe de Lie, avec des non-linéarités contractantes (9). Des similarités frappantes apparaissent avec les architectures des réseaux de neurones profonds (2).

Il n'y a pas de bon modèle probabiliste pour des classes complexes d'objets à la fois structurés et très variables comme des chaises, les prononciations différentes d'un mot ou les images de poumons. Les distributions sont typiquement non-Gaussiennes, non-Markoviennes, pas multifractales, enfin rien de ce que l'on sait manipuler mathématiquement. L'enjeu est de construire des représentations  $\Phi_x$  permettant de calculer des invariants multiples, malgré l'absence de modèle probabiliste. Les algorithmes récents d'apprentissage non-supervisé sont partiellement capables d'apprendre de telles représentations (3). Parmi eux, les réseaux de neurones profonds cascaded des opérateurs contractants, dont les paramètres sont estimés avec des grandes bases de données (2). La parcimonie joue un rôle important mais mystérieux dans tous ces algorithmes d'apprentissage, avec des résultats encourageant sur divers problèmes de big data.

L'état de l'art algorithmique souffre cependant de beaucoup de limitations. La quasi absence de feed-back dans les architectures d'apprentissages, pourtant très présents dans le cerveau (10), limite l'adaptivité des représentations. Malgré des résultats expérimentaux prometteurs, l'apprentissage en grande dimension reste un champs mathématique totalement ouvert, avec de nombreuses ramifications notamment en probabilité, analyse harmonique, géométrie, théorie des groupes et systèmes dynamiques.

## 7 Rêvons un peu

Au-delà des applications, les problématiques de big-data ouvrent des questions profondes sur la grande dimension. On peut maintenant expérimenter numériquement, et donc tester de nombreuses approches. L'élaboration d'outils mathématiques adaptés aura probablement un impact bien au-delà du traitement des données. Il est notamment possible que cela aide à mieux comprendre certains principes du traitement de l'information sensorielle par le cerveau. En effet, le cerveau est une machine extraordinairement efficace pour le traitement de données gigantesques.

L'analyse en grande dimension est aussi un défi en physique. En particulier, l'analyse de la turbulence tridimensionnelle reste un sujet ouvert, malgré les nombreux travaux de recherche qui ont suivi les résultats de Kolmogorov sur le décroissance du spectre de Fourier. Pour les grands nombres de Reynolds, l'équation de Navier-Stokes définit un système dynamique ayant un grand nombre de degrés de liberté, qui génère des structures complexes. Comprendre les propriétés de ces structures et leurs dynamiques est un problème d'analyse en grande dimension, pour lequel on manque toujours d'outils mathématiques.

On peut espérer que tous ces problèmes de grande dimension se rapprochent à terme, au travers d'une meilleure compréhension des mathématiques sous-jacentes. C'est en tout cas une raison de plus pour encourager des jeunes mathématiciens à travailler dans ce domaine.



## Références

- (1) M. Belkin, and P. Niyogi, "Laplacian Eigenmaps for dimensionality reduction and data representation". *Neural Computation*, 15 (6) : 1373-1396, 2003.
- (2) Y. Bengio, A. Courville, P. Vincent, "Representation Learning : A Review and New Perspectives", *IEEE Trans. on PAMI*, 2013.
- (3) Y-L. Boureau, F. Bach, Y. LeCun, and J. Ponce. "Learning Mid-Level Features For Recognition". In *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2010.
- (4) J. Bouvrie, L. Rosasco, T. Poggio : "On Invariance in Hierarchical Models", *NIPS* 2009.
- (5) E. J. Candès, J. Romberg and T. Tao, "Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements," *Comm. Pure Appl. Math.*, 59 1207-1223, 2006.
- (6) T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman, "The elements of statistical learning", Springer, 2001.
- (7) Q. Le, M.A. Ranzato, R. Monga, M. Devin, G. Corrado, K. Chen, J. Dean, A. Ng, "Building high-level features using large scale unsupervised learning," *Proc. ICML* 2012.
- (8) Y. LeCun, K. Kavukcuoglu and C. Farabet : "Convolutional Networks and Applications in Vision", *Proc. of ISCAS* 2010.
- (9) S. Mallat "Group Invariant Scattering", *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 65, no. 10. pp. 1331-1398, October 2012.
- (10) Y. Liu, J.J. Slotine, and A. Barabasi "Controllability of Complex Networks," *Nature*, 473(7346), 2011.
- (11) A. Tsybakov, "Optimal aggregation of classifiers in statistical learning", *The Annals of Statistics*, vol. 32, no. 1, 135-166, 2004.
- (12) P. Viola and M. Jones, "Rapid Object Detection using a Boosted Cascade of Simple Features", *Proc. IEEE CVPR*, 2001

## Approches théoriques de l'évolution du comportement humain

*Contribution Jean-Baptiste André, CNRS, Écologie & évolution*

### Descriptif

- Évolution des capacités cognitives
- Évolution des comportements sociaux (coopération, communication)
- Évolution et apprentissage
- Modélisation des dynamiques culturelles
- Co-évolution gène-culture

### Outils formels

- Théorie des jeux évolutionnaire
- Génétique des populations
- Théorie de la sélection de parentèle
- Génétique multi-locus
- Génétique quantitative
- Dynamique adaptative

### Grandes questions

- Comportements sociaux
  - ▶ Origine de la coopération humaine. Comment est-elle apparue ?
  - ▶ Stabilité évolutionnaire de la coopération humaine. Par quels mécanismes l'émergence de tricheurs est-elle rendue impossible ?

- ▶ Origine de l'apparente spécificité humaine. Pourquoi ces mécanismes n'ont-ils pas les mêmes conséquences chez d'autres espèces animales ?
- Apprentissage, culture
  - ▶ Évolution de l'apprentissage. Dans quelles conditions des stratégies d'apprentissages sont-elles adaptatives plutôt que des stratégies fixes ? Quelles sont les stratégies d'apprentissage optimales ?
  - ▶ Évolution culturelle. L'évolution culturelle est-elle fondamentalement différente de l'évolution génétique ?
  - ▶ Co-évolution gène-culture. Comment ces deux systèmes dynamiques interagissent-ils ?
- Évolution et Cognition
  - ▶ Origine des capacités cognitives. A quelles conditions des capacités conceptuelles générales peuvent-elles évoluer ?
  - ▶ Plasticité comportementale et évolution. Les capacités cognitives plastiques de certains animaux, de l'espèce humaine en particulier, ont-elles des conséquences évolutives ?

## État de l'art

Les développements théoriques en biologie de l'évolution, sur le comportement humain, ont été importants essentiellement dans deux domaines : la coopération et l'évolution culturelle.

### *Évolution de la coopération*

Sur la coopération, on a vu un développement extrêmement important de travaux théoriques. Depuis les années 60 et les travaux de William Hamilton, on sait comment l'évolution peut favoriser des comportements altruistes s'ils sont exprimés vis-à-vis d'individus apparentés génétiquement, c'est le principe de la «sélection de parentèle». Ce mécanisme a donné lieu à un immense développement théorique. Il a des impacts dans toutes les branches du vivant. Chez l'Homme en particulier on ne peut pas s'en passer pour comprendre les interactions sociales au sein de la famille proche. Toutefois, pour ce qui concerne spécifiquement le comportement humain, ce n'est pas l'altruisme au sein de la famille qui a attiré le plus l'attention des scientifiques. En effet, le fait marquant qui semble caractériser l'espèce humaine c'est justement la richesse et l'importance des comportements coopératifs exprimés envers des individus non-apparentés. C'est donc logiquement cette forme de coopération qui a été l'objet du plus grand nombre des travaux théoriques spécialement développés pour le cas de l'espèce humaine. Ces travaux appartiennent principalement à deux écoles.

- Sélection culturelle de groupe
 

Une première approche consiste à appliquer, chez l'Homme, le principe de la sélection de parentèle, mais à l'évolution culturelle et non pas à l'évolution génétique. Selon cette approche, si les humains sont coopératifs même avec des partenaires non génétiquement apparentés, c'est parce que les comportements sociaux sont déterminés culturellement, et pas génétiquement. C'est donc l'appareil culturel et pas l'appareil génétique qui importe. Cette approche a donné lieu à un très grand nombre de formalisations théoriques (principalement le fait de Boyd, Richerson, Gintis, Bowles et Henrich : Boyd & Richerson 1982, 1985, 1990, 2002, 2005, 2006, 2009; Boyd et al. 2003; Richerson & Boyd, 2005; Gintis, 2000, 2003; Gintis et al., 2003; Bowles, 2009; Bowles & Gintis, 2004; Henrich, 2006, 2004; Henrich & Boyd, 2001; Henrich & Henrich, 2007). Ces modèles considèrent l'évolution de traits altruistes transmis culturellement, par imitation, au sein de groupes sociaux (divers formes d'imitations peuvent être considérées). Ils considèrent aussi l'effet conjoint des phénomènes de punition et de transmission culturelle sur la stabilisation de l'altruisme (Henrich & Boyd, 2001).

- Jeux répétés, réciprocité, réputation, punition

La seconde approche se distingue radicalement de la théorie de la sélection de parentèle. D'après elle, les comportements sociaux humains vis-à-vis de non-apparentés ne sont pas altruistes. Au contraire ils bénéficient indirectement à ceux qui les exprime, à travers des mécanismes de «feedback» sociaux tels la réciprocité directe, la réputation ou bien la punition des tricheurs. Ces approches ont été d'abord développées en théorie des jeux standard (non évolutionniste) et en micro-économie (Luce et Raiffa, Aumann, Selten, Binmore, Fudenberg, Tirole, etc.). Ils ont été secondairement introduits en biologie théorique. L'idée de réciprocité a d'abord été introduite par Trivers (1971) de manière verbale, puis formalisée par Axelrod & Hamilton (1981). Ces idées ont ensuite donné lieu à une explosion de modèles théoriques dans les années 90. Réciprocité directe (Nowak & Sigmund 1992, 1993) ; réciprocité indirecte (Nowak & Sigmund 1998, 2005; Nowak et al. 2000; Leimar & Hammerstein 2001; Panchanathan & Boyd 2004) ; punition (e.g. Boyd et Richerson 1992).

Les développements théoriques plus récents se sont concentrés autour de quatre axes principaux.

- ▶ Considérer des interactions dans lesquelles la coopération est quantitative et non pas tout ou rien (Wahl & Nowak 1999; Killinback et al. 1999; André & Day 2007).
- ▶ Considérer l'effet de la stochasticité démographique (Fudenberg & Maskin 1990; Nowak et al. 2004).
- ▶ Mettre en évidence le rôle de la variabilité comme pression de sélection sur les comportements conditionnels (Leimar, 1997; McNamara et al. 2004; McNamara & Leimar, 2010; André, 2010)
- ▶ Considérer les interactions entre sélection de parentèle et réciprocité (Lehmann & Keller, 2006; Akçay & Van Cleve, 2012)

### Évolution et culture

L'évolution culturelle fascine les évolutionnistes au moins depuis 1976 et la publication du *gène égoïste* dans lequel Dawkins invente le concept de «memes», équivalents culturels des gènes, sensés évolués comme eux par variation/sélection. Même si cette idée n'était pas totalement nouvelle puisqu'on en trouve les prémises dans les travaux de Gabriel Tarde au 19<sup>ème</sup>, la formulation qu'en fait Dawkins connaît un retentissement considérable. Surtout parce qu'elle laisse entrevoir, pour la communauté des évolutionnistes, la possibilité de contribuer de façon significative aux avancées d'un domaine académique totalement nouveau pour cette communauté, celui des sciences humaines et de la culture.

Suite au livre de Dawkins, on verra se développer un grand nombre de travaux dits de « mémétique », certains théoriques. Mais pour autant c'est plutôt à une déception que ces développements amènent. La mémétique n'a jamais vraiment réussi à dépasser le stade de la tautologie (« les mêmes les plus répandus sont ceux qui se répandent le mieux »). Finalement, le champ se structurera avec l'abandon du terme de « mémétique », en plusieurs approches apparentées mais bien distinctes.

- Dual Inheritance Theory : L'école de Cavalli-Sforza et Feldman. En 1981, ces deux généticiens des populations publient un livre important sur la transmission culturelle (Cavalli-Sforza & Feldman, 1981). Ils y insistent principalement sur les mécanismes de transmission verticale dans la culture (parent-enfant), et développent des modèles (dans ce livre et plus tard) de co-évolution entre des gènes et des traits culturels co-adaptés (p. ex. le gène de la lactase et la pratique de l'élevage; p. ex. Feldman & Laland, 1996).
- Co-évolution gène culture : L'école de Boyd et Richerson. Dans leur livre fondateur de 1985, Robert Boyd et Peter Richerson modélisent à la fois l'évolution des mécanismes de la transmission culturelle (apprentissage individuel / imitation conformiste / imitation biaisée par le prestige, etc.) et l'évolution des traits culturels eux-mêmes qui en découlent. Leurs travaux ont eu une grande influence et ont donné lieu à de nombreux développements théoriques sur l'évolution culturelle (p. ex. Henrich & Boyd, 1998; Henrich & McElreath, 2007) et ses conséquences sur la coopération (voir au dessus).

- Épidémiologie des représentations. Dan Sperber, un anthropologue français, propose une vision significativement différente de l'évolution culturelle (Sperber 1996), dans lequel l'accent est mis sur les conséquences de la cognition, et des contraintes qui en découlent, sur l'évolution de la culture. Son approche est moins formalisé mathématiquement que les deux autres (voir seulement Sperber & Claidière, 2006; Claidière & Sperber, 2007), mais elle comporte pourtant un fort potentiel explicatif.

## Prospectives

Le domaine est encore en plein développement. Il n'est pas encore cristallisé ni d'un point de vue formel (les outils utilisés sont très divers), ni d'un point de vue conceptuel (les désaccords sont nombreux). Dans la suite, je liste les sujets qui me paraissent avoir un potentiel de développement important.

- Evo-Mecho : Modéliser l'évolution des mécanismes cognitifs de prise de décision et prendre en compte l'effet de ces mécanismes eux-mêmes dans l'évolution.

La très grande majorité des modèles existants en évolution du comportement sont des modèles dits «phénotypiques» qui font des hypothèses à la fois simples et implicites quant aux mécanismes sous-jacents au comportement. Or, les mécanismes eux-mêmes ont des conséquences sur les dynamiques évolutionnaires. Les modèles futurs devront donc impérativement s'atteler à comprendre à la fois comment les mécanismes psychologiques évoluent et comment ils impactent *in fine* les dynamiques évolutionnaires ultérieures (voir p. ex. McNamara & Houston, 2009). C'est le cas en particulier pour l'évolution des comportements sociaux, mais c'est le cas aussi plus généralement pour l'évolution de tous les comportements.

- Environnements complexes, multi-jeux

La plupart des modèles existants considèrent l'évolution des comportements sociaux dans un environnement simplifié dans lequel les agents n'entrent que dans un seul type d'interaction sociale (un seul jeu). Il sera indispensable dans le futur de développer des modèles «multi-jeux» dans lesquels les agents ont plusieurs types d'interactions sociales, afin de comprendre comment l'adaptation dans un jeu interagit avec l'adaptation dans un autre.

- Apprentissage et évolution / Évolution de l'apprentissage

Les modèles de génétique évolutionnaire s'intéressent aux dynamiques biologiques (temps long). A l'inverse les modèles d'apprentissage ainsi que les modèles d'économie évolutionnaire s'intéressent aux dynamiques ontogénétiques et culturelles (temps court). En général on considère donc qu'une adaptation relève soit de l'évolution soit de l'apprentissage, qu'elle se produit à un niveau ou bien à un autre, pas aux deux en même temps, et pas en interaction. Dans le futur, les interactions entre ces deux dynamiques adaptatives devront être étudiée plus précisément.

- Y a-t-il un parallèle pertinent entre évolution génétique et évolution culturelle ? Comment formaliser l'évolution culturelle ?

La modélisation de l'évolution culturelle est en travaux depuis plusieurs dizaines d'années, mais aucun modèle convaincant et général de ce processus n'a encore été proposé. Il est possible, au fond, que l'évolution culturelle doive être formalisée de façon très différente de l'évolution génétique. Mais ceci reste à comprendre et à théoriser. Couplée à des développements théoriques, l'utilisation de données et d'exemples empiriques, tirés de l'anthropologie et de la sociologie, mais aussi du monde animal sera essentiel ici.

- Comment le langage (les capacités cognitives de communication linguistique, d'origine génétique) et les langues elles-mêmes (d'origine culturelle) ont-ils co-évolué ?

La co-évolution de ces deux systèmes pose un problème théorique essentiel puisqu'aucun des deux ne peut, a priori, émerger sans l'existence préalable de l'autre. Des modèles d'évolution de codes de

communication ont déjà été développés (surtout en mathématique des jeux, un peu en biologie), mais la question de l'évolution jointe de ces deux niveaux n'a pas été traitée. Elle est essentielle pour comprendre l'origine de la communication humaine.

## Situation internationale

### États-Unis

- École de la « sélection de groupe » (culturelle le plus souvent) : Robert Boyd, Peter Richerson, Joseph Henrich, Samuel Bowles (côte ouest). Liens avec des économistes (Herbert Gintis) et des anthropologues (Kim Hill, Dan Fessler).
- « École de Martin Nowak » (Harvard) : réciprocité, réputation, comportements sociaux en modèles spatialisés (Martin Nowak, Hisashi Ohtsuki, Corina Tarnita, David Rand, etc.).
- Psychologie évolutionniste, école dite de « Santa Barbara » : Leda Cosmides et John Tooby avec une petite composante de modélisation (e.g. Delton et al., 2011).

### Europe

- Modélisation en écologie comportementale (surtout animaux non-humains), stratégies, prise de décision, coopération, information et communication : John McNamara (Bristol) ; Alastair Houston (Bristol) ; Olof Leimar (Stockholm) ; Peter Hammerstein (Berlin).
- Génétique évolutionnaire de la coopération et de la culture, développements récents autour de Stuart West (UK), Andy Gardner (UK) et de Laurent Lehmann (Suisse).
- Modélisation de l'évolution du langage : Simon Kirby (Edinburgh).
- Mathématique des jeux évolutionnaires : travaux de Karl Sigmund, Josef Hofbauer, Sylvain Sorin, etc.

## Références

1. Akcay, E. and J. Van Cleve, 2012. Behavioral responses in structured populations pave the way to group optimality\*. *The American Naturalist* 179:257–269.
2. André, J., 2010. The evolution of reciprocity: Social types or social incentives? *American Naturalist* 175:197–210.
3. André, J. and N. Baumard, 2011a. The evolution of fairness in a biological market. *Evolution* 65:1447–1456.
4. ———, 2011b. Social opportunities and the evolution of fairness. *Journal of Theoretical Biology* 289:128–135.
5. André, J. and T. Day, 2007. Perfect reciprocity is the only evolutionarily stable strategy in the continuous iterated prisoner's dilemma. *J Theor Biol* 247:11–22.
6. Axelrod, R. and W. D. Hamilton, 1981. The evolution of cooperation. *Science* 211:1390–6.
7. Bowles, S., 2009. Did warfare among ancestral hunter-gatherers affect the evolution of human social behaviors? *Science* 324:1293–1298.
8. Bowles, S. and H. Gintis, 2004. The evolution of strong reciprocity: cooperation in heterogeneous populations. *Theor Popul Biol* 65:17–28.
9. Boyd, R., H. Gintis, S. Bowles, and P. J. Richerson, 2003. The evolution of altruistic punishment. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 100:3531–3535.
10. Boyd, R. and P. Richerson, 1985. *Culture and the evolutionary process*. The university of Chicago Press, Chicago.
11. ———, 2005. Solving the puzzle of human cooperation. in S. Levinson and P. Jaisson, eds. *Evolution and Culture*. MIT Press, Cambridge MA.
12. Boyd, R. and P. J. Richerson, 1982. Cultural transmission and the evolution of cooperative behavior. *Human Ecology* 10:325–351.

13. ———, 1990. Group selection among alternative evolutionarily stable strategies. *Journal of Theoretical Biology* 145:331–342.
14. ———, 1992. Punishment allows the evolution of cooperation (or anything else) in sizable groups. *Ethology and Sociobiology* 13:171–195.
15. ———, 2002. Group beneficial norms can spread rapidly in a structured population. *J Theor Biol* 215:287–96.
16. ———, 2006. Culture, adaptation, and innateness. in P. Carruthers, S. Stich, and S. Laurence, eds. *The Innate Mind: Culture and Cognition*.
17. ———, 2009. Culture and the evolution of human cooperation. *Philosophical Transactions of the Royal Society B-Biological Sciences* 364:3281–3288.
18. Cavalli-Sforza, L. and M. Feldman, 1981. *Cultural Transmission and Evolution*. Princeton University Press, Princeton.
19. Claidiere, N. and D. Sperber, 2007. The role of attraction in cultural evolution. *Journal of Cognition and Culture* 7:1–2.
20. Delton, A. W., M. M. Krasnow, L. Cosmides, and J. Tooby, 2011. Evolution of direct reciprocity under uncertainty can explain human generosity in one-shot encounters. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 108:13335–13340.
21. Fehr, E. and U. Fischbacher, 2003. The nature of human altruism. *Nature* 425:785–791.
22. Fehr, E. and S. Gächter, 2002. Altruistic punishment in humans. *Nature* 415:137–140.
23. Feldman, M. W. and K. Laland, 1996. Gene-culture coevolutionary theory. *Trends Ecol Evol* 11:453–457.
24. Fudenberg, D. and E. Maskin, 1990. Evolution and cooperation in noisy repeated games. *The American Economic Review* 80:274–279.
25. Gintis, H., 2000. Strong reciprocity and human sociality. *J Theor Biol* 206:169–79.
26. ———, 2003a. The hitchhiker's guide to altruism: Gene-culture coevolution, and the internalization of norms. *Journal of Theoretical Biology* 220:407–418.
27. ———, 2003b. Solving the puzzle of prosociality. *Rationality and Society* 15:155–187.
28. Gintis, H., S. Bowles, R. Boyd, and E. Fehr, 2003. Explaining altruistic behavior in humans. *Evolution and Human Behavior* 24:153–172.
29. Henrich, J., 2004. Cultural group selection, coevolutionary processes and large-scale cooperation. *Journal of Economic Behavior & Organization* 53:3–35.
30. ———, 2006. Cooperation, punishment, and the evolution of human institutions. *Science* 312:60–61.
31. Henrich, J. and R. Boyd, 1998. The evolution of conformist transmission and the emergence of between-group differences. *Evolution and Human Behavior* 19:215–241.
32. ———, 2001. Why people punish defectors. weak conformist transmission can stabilize costly enforcement of norms in cooperative dilemmas. *J Theor Biol* 208:79–89.
33. Henrich, J. and N. Henrich, 2007. *Why humans cooperate*. Evolution and Cognition. Oxford University Press, Oxford.
34. Henrich, J. and R. McElreath, 2007. Dual inheritance theory: The evolution of human cultural capacities and cultural evolution. in R. Dunbar and L. Barrett, eds. Oxford
35. *Handbook of Evolutionary Psychology*. Oxford University Press, Oxford.
36. Killingback, T., M. Doebeli, and N. Knowlton, 1999. Variable investment, the continuous prisoner's dilemma, and the origin of cooperation. *Proceedings of the Royal Society of London Series B-Biological Sciences* 266:1723–1728.
37. Lehmann, L. and L. Keller, 2006. The evolution of cooperation and altruism – a general framework and a classification of models. *Journal of Evolutionary Biology* 19:1365–1376.
38. Leimar, O., 1997. Reciprocity and communication of partner quality. *Proceedings of the Royal Society of London Series B-Biological Sciences* 264:1209–1215.
39. Leimar, O. and P. Hammerstein, 2001. Evolution of cooperation through indirect reciprocity. *Proceedings of the Royal Society of London Series B-Biological Sciences* 268:745–753.

40. McNamara, J. M., Z. Barta, and A. I. Houston, 2004. Variation in behaviour promotes cooperation in the prisoner's dilemma game. *Nature* 428:745–8.
41. McNamara, J. M. and A. I. Houston, 2009. Integrating function and mechanism. *Trends in Ecology & Evolution* 24:670–675.
42. McNamara, J. M. and O. Leimar, 2010. Variation and the response to variation as a basis for successful cooperation. *Philosophical Transactions of the Royal Society B Biological Sciences* 365:2627–2633.
43. Nowak, M. and K. Sigmund, 1992. Tit for tat in heterogeneous populations. *Nature* 355:250–253.
44. ———, 1993. A strategy of win stay, lose shift that outperforms tit-for-tat in the prisoners dilemma game. *Nature* 364:56–58.
45. ———, 2005. Evolution of indirect reciprocity. *Nature* 437:1291–1298.
46. Nowak, M. A., K. M. Page, and K. Sigmund, 2000. Fairness versus reason in the ultimatum game. *Science* 289:1773–5.
47. Nowak, M. A., A. Sasaki, C. Taylor, and D. Fudenberg, 2004. Emergence of cooperation and evolutionary stability in finite populations. *Nature* 428:646–650.
48. Nowak, M. A. and K. Sigmund, 1998a. The dynamics of indirect reciprocity. *J Theor Biol* 194:561–74.
49. ———, 1998b. Evolution of indirect reciprocity by image scoring. *Nature* 393:573–577. 8
50. Panchanathan, K. and R. Boyd, 2004. Indirect reciprocity can stabilize cooperation without the second-order free rider problem. *Nature* 432:499–502.
51. Richerson, P. J. and R. Boyd, 2005. *Not by genes alone : how culture transformed human evolution.* University of Chicago Press, Chicago.
52. Sperber, D., 1996. *Explaining Culture: A Naturalistic Approach.* Blackwell Publishers.
53. Sperber, D. and N. Claidiere, 2006. Why modeling cultural evolution is still such a challenge. *Biological Theory* 1:20.
54. Trivers, R., 1971. The evolution of reciprocal altruism. *Quarterly Review of Biology* 46:35–57.
55. Wahl, L. M. and M. A. Nowak, 1999a. The continuous prisoner's dilemma: I. linear reactive strategies. *Journal of Theoretical Biology* 200:307–321.
56. ———, 1999b. The continuous prisoner's dilemma: II. linear reactive strategies with noise. *Journal of Theoretical Biology* 200:323–338.

# Modélisation des ondes de gravité et des processus associés

David Lannes (ENS Paris), Philippe Bonneton (UMR EPOC, Bordeaux)

lundi 30 septembre 2013

Lieu : Université de Bordeaux 1

## Programme

Exposés scientifiques :

- Eric Barthélémy (LEGI, Grenoble) : **Dynamique des vagues en milieu littoral**
- Emmanuel Migniot (LMFA, Lyon) : **Hydraulique fluviale et urbaine**
- Sergey Gravilyuk (IUSTI, Marseille) : **Un modèle mathématique de ressaut hydraulique turbulent**
- Jean-Paul Vila (INSA Toulouse) : **Modélisation asymptotique des écoulements en hydraulique à surface libre**
- Pascale Bouruet- Aubertot (LOCEAN, Paris) : **Ondes internes océaniques**

Table ronde :

- Liste des participants et des structures représentées :
  - ▶ Stéphane Abadie (SIAME, Anglet) : GIS HED2 (Groupement d'Intérêt Scientifique Hydraulique pour l'Environnement et le Développement Durable) et projet TANDEM
  - ▶ Eric Barthélémy (LEGI, Grenoble) : ANR QQQ, projet LEFE-MANU Soli
  - ▶ Michel Benoît (Laboratoire StRVenant, Chatou) : ANR Systèmes Numériques Monacorev, projet investissement d'avenir Tandem.
  - ▶ Sylvie Benzoni (Lyon), ANR BLANC Bond, MPE 2013
  - ▶ François Bouchut (QQQ, Marne-la-vallée) : ANR BLANC Landquakes, GDR EGRIN, GDR Transnat
  - ▶ Pascale BouruetAubertot (LOCEAN, Paris) : ANR Epigram
  - ▶ Mathieu Colin (IPB, Bordeaux) : INRIA Bordeaux et projet Tandem.
  - ▶ Sergei Gavriljuk (IUSTI, Marseille) : ANR BLANC Bond
  - ▶ David Lannes (DMA, ENS Paris) : ANR BLANC MathOcean, ANR BLANC Bond, ANR BLANC Dyficolti, projet LEFE-MANU Soli.
  - ▶ Vincent Marieu (IR UMR EPOC, Bordeaux)
  - ▶ Emmanuel Mignot (MCF INSA-LMFA, Lyon) : GIS hydrodynamique et environnement durable
  - ▶ Pascal Noble (INSA Toulouse) : GDR films cisailés
  - ▶ Vincent Rey (MI0, Toulon) : ANR ASTRID QQQ
  - ▶ Germain Rousseau (Laboratoire P', Poitiers) : groupe de travail local Phybromath
  - ▶ Jean-Claude Saut (Université d'Orsay)
  - ▶ Chantal Staquet (QQQ) : ANR BLANC QQQ (physique/mécanique des fluides/océanographie, ondes internes) ; GDR Turbulence ; groupe de travail (ondes internes) soutenu par le programme LEFE de l'INSU
  - ▶ Jean-Paul Vila (INSA Toulouse) : GDR films minces (mathématique/physique) ; collaboration avec SHOM (ondes internes).
- Brève description des structures représentées (en cours ou récentes) :
  - ▶ ANR ASTRID QQQ (mécanique/mathématique/numérique) : impact des courants
  - ▶ ANR BLANC Bond (mathématique/physique/océanographie) : chocs dispersifs

- ▶ ANR BLANC DYFICOLTY (mathématique/physique) : approche mathématique de problèmes en mécanique des fluides
- ▶ ANR BLANC Landquakes (mathématique/géophysique) : écoulement granulaire et rhéologie
- ▶ ANR BLANC INTERDISCIPLINAIRE MathOcean (mathématique/océanographie) : étude mathématique des océans
- ▶ ANR Epigram (physique/océanographie) : ondes internes dans le golfe de Gascogne
- ▶ ANR Systèmes Numériques Monacorev (physique/mathématique) : production d'énergie à partir des vagues
- ▶ GDR EGRIN (mathématiques) : écoulements gravitaires
- ▶ GDR Films minces
- ▶ GDR Transnat (physique)
- ▶ GDR Turbulence
- ▶ GIS (Groupement d'Intérêt Scientifique) hydrodynamique et environnement durable : regroupe différentes corps d'Etat et des scientifiques sur des problématiques d'hydraulique fluviale, côtière et urbaine.
- ▶ LEFE-MANU Soli (mathématique/physique/océanographie)
- ▶ MPE 2013 (Mathematics for Planet Earth 2013)
- ▶ Projet investissement d'avenir CEARINRIA Tandem (physique/mathématique) : évaluation des risques de tsunamis pour les centrales nucléaires)
- ▶ Phybromath (physique/mathématique) : groupe de travail local soutenu par une ACI de l'Université de Poitiers

## Compte rendu de la table ronde

Par souci de clarté, les nombreuses thématiques représentées ont été regroupées en trois grands familles : écoulements côtiers, ondes internes océaniques, et hydrodynamique fluviale. Nous avons évoqué les principaux enjeux environnementaux, les verrous mathématiques qui se posent pour les résoudre et l'impact éventuel des calculs haute performance sur ces thématiques. Nous avons enfin discuté des rapports des mathématiques avec les différentes disciplines concernées et tenté d'identifier certains besoins ressentis par la communauté pour faciliter le travail interdisciplinaire.

## Enjeux environnementaux

- Écoulements côtiers : les vagues et la marée sont les deux principaux forçages qui vont contrôler les processus hydrodynamiques et sédimentaires en milieu littoral. La compréhension de leur dynamique est essentielle pour prévenir les risques liés aux problèmes de submersion lors des tempêtes ou lors de tsunamis. C'est aussi un enjeu important pour les problèmes d'érosion des littoraux, en particulier dans le cadre du changement climatique.
- Ondes internes : les ondes internes jouent un rôle extrêmement important pour tout ce qui a trait à la turbulence et aux mécanismes de mélange et de transfert d'énergie au sein des océans. Les conséquences sont nombreuses. À petite échelle, c'est un élément fondamental de l'équilibre des écosystèmes marins ; à plus grande échelle, elles participent à la dynamique planétaire des océans et leur compréhension est un aspect essentiel pour la description des mécanismes climatiques.
- Hydrodynamique fluviale : l'hydrodynamique fluviale rencontre les trois thématiques Terre Fluide, Terre Vivante, Terre Humaine. La compréhension des ondes de surface est nécessaire à l'étude des problèmes liés aux barrages (gestion des ouvertures de vannes, rupture), de navigation fluviale (batillage), des

mascarets et du vortex shedding (et donc de leurs impacts sur les écosystèmes fluviaux), du transport sédimentaire, de la conception des ouvrages fluviaux, etc. La problématique de l'hydrodynamique fluviale est par ailleurs indissociable de l'hydrodynamique urbaine (gestion des réseaux de drainage en cas de crue par exemple).

## Verrous mathématiques

Nous présentons ici les principaux verrous rencontrés dans les trois thématiques abordées. Certains d'entre eux sont communs aux trois thématiques : modélisation du transport de sédiments, modélisation des phénomènes turbulents et paramétrisations sous-maillages, gestion des forts gradients (pour la topographie ou la solution).

- Écoulements côtiers. Il existe deux grandes familles de modèles d'écoulements côtiers : les modèles « vague à vague », et les modèles « à phase moyennée » pour lesquels les vagues ne sont pas individuellement représentées mais où l'on décrit les caractéristiques moyennes des vagues.
  - ▶ Pour les modèles « vague par vague », malgré de grands progrès, plusieurs difficultés conceptuelles importantes demeurent ; on peut les regrouper en trois catégories :
    - a. Prise en compte des bords : pour les modèles utilisés en océanographie (de type Green-Naghdi), la compréhension mathématique et numérique des conditions aux bords (problème mixte) est extrêmement limitée à cause de la présence des termes dispersifs. C'est pourtant là un aspect essentiel pour des couplages avec des modèles « eau profonde » qui décrivent la houle arrivant en zone côtière. Plus délicate encore est la compréhension du bord « physique » que représente le rivage (annulation de la hauteur d'eau).
    - b. Modélisation du déferlement. Actuellement, le déferlement est décrit comme un choc pour les équations de Saint-Venant. Ce n'est pas complètement satisfaisant. Il faudrait en effet être capable de traiter le déferlement pour des modèles plus complets de type Green-Naghdi, et également d'estimer par modélisation la taille des rouleaux des vagues déferlées. Cette bonne compréhension du déferlement est essentielle car c'est la dissipation d'énergie associée à ce phénomène qui contrôle la circulation et les courants littoraux. Cette problématique rejoint celles bien plus générales de l'étude des interactions ondes/vorticité, que la vorticité soit 3D et de petite échelle (turbulence 3D) ou qu'elle corresponde à des circulations quasi-2D de plus grandes échelles.
    - c. Compréhension de la couche limite de fond sous l'action des vagues et transport de sédiment. Ces points sont essentiels pour comprendre la morphodynamique des plages sableuses par exemple. La compréhension de la couche limite de fond est encore assez rudimentaire et d'importants progrès sont nécessaires pour mieux comprendre la mise en suspension des sédiments. Le transport sédimentaire est quant à lui une problématique à part entière que l'on rencontre aussi en hydrodynamique fluviale par exemple. Des progrès sur la rhéologie des milieux granulaires denses sont indispensables : modélisation diphasique, approche cinétique sont des pistes possibles.
  - ▶ Les modèles à phase moyennée sont très importants pour les applications côtières à moyennes et grandes échelles, en particulier pour simuler l'évolution morphodynamique des littoraux. Si les approches 2D horizontales (intégrées sur la verticale) sont maintenant bien maîtrisées en revanche le développement de modèles houle/courant entièrement 3D est en plein développement tant du point de vue théorique, numérique qu'expérimental (pour la validation des modèles).
- Ondes internes. Parmi les difficultés rencontrées pour lesquelles les mathématiques seraient susceptibles d'apporter des améliorations significatives, citons :

- ▶ « Raideur » des configurations. Les ondes internes sont fréquemment émises par la marée dans des zones où la topographie est très raide. Aucune solution satisfaisante n'existe malheureusement à ce jour pour gérer ce genre de configuration. De plus, la plupart des modèles utilisés doivent être améliorés pour prendre en compte de grandes amplitudes, des effets non hydrostatiques, etc.
  - ▶ Processus de mélanges turbulents. Le déferlement des ondes internes entraîne une dissipation d'énergie et un mécanisme de mélange essentiels à la dynamique interne des océans (remontées des eaux par exemple). Ces mécanismes sont très mal compris et une paramétrisation satisfaisante manque encore.
  - ▶ Forçage par le vent. La manière dont le vent crée des ondes internes est un sujet de recherche actif sur lesquels de nombreux problèmes mathématiques subsistent (couplage avec l'atmosphère par exemple).
  - ▶ Rareté des données. Peu de données existent sur les ondes internes, par exemple sur la nature de la topographie. Des méthodes doivent être envisagées pour pallier cette rareté des données. Une approche statistique est parfois utilisée.
- Hydrodynamique fluviale. On retrouve bien sûr plusieurs des problématiques rencontrées dans les deux autres thématiques (transport de sédiment, décollements de couches limites turbulentes, raideur des configurations, etc.). Parmi les difficultés mathématiques spécifiques à cette thématique, on rencontre notamment :
- ▶ Problème de confinement latéral. Cela joue un rôle important pour la navigation fluviale ; le confinement latéral s'ajoute à la faible profondeur pour créer des écoulements complexes qui peuvent être des entraves à la navigation. Le confinement est aussi à l'origine du phénomène de vortex shedding qui peut créer des structures turbulentes susceptibles de rentrer en résonance avec des « bras morts » de l'écoulement (ports fluviaux par exemple). La connaissance mathématique de ces phénomènes est très faible.
  - ▶ Couplages de modèles. La grande variété de configurations devant être traitées nécessite de coupler plusieurs types de modèles physiques (1D pour le fleuve et 2D pour la propagation des crues en plaine par exemple) ou numériques (résolution plus ou moins fine de la turbulence).
  - ▶ Importance de la rugosité. Une trop grande précision sur la topographie est-elle en effet pertinente quand on utilise un modèle de type Saint-Venant ? Une telle précision est « hors domaine de validité » du modèle, et elle entraîne aussi une modification du coefficient de friction.

## L'impact de la HPC

On constate un assez faible impact de la HPC sur les thématiques abordées, même si elle a évidemment une influence sur le type de modèles développés. Il est aujourd'hui assez facile d'obtenir des « heures HPC » mais certains codes sont anciens et nécessiteraient d'être ré-écrits.

## Les rapports avec les mathématiques et les besoins ressentis

Les interactions ne sont clairement pas assez développées. Deux raisons essentielles à cela :

- les océanographes ont plutôt tendance à se tourner vers des physiciens théoriciens que vers des mathématiciens pour résoudre leurs problèmes mathématiques. Et au niveau numérique, ce sont souvent des physiciens formés en numérique qui se chargent du développement des codes.
- Les mathématiciens ont du mal à rentrer dans le langage des physiciens. Ils sont, de plus, assez souvent découragés par la difficulté d'accéder aux données qui leur permettraient de tester leur approche mathématique.

Ces deux obstacles ne sont pas dus à un manque de bonne volonté, mais davantage à une solution de facilité pour les deux communautés qui ne prennent pas assez souvent la peine de faire l'investissement de comprendre un langage différent du sien.

On constate que le meilleur moyen de briser la glace est de commencer à petite échelle (groupe de travail local par exemple) avant de passer à des projets de plus grande amplitude. Des structures comme les GDR, les projets LEFE de l'INSU, et les ANR BLANC jouent également un rôle très favorable. Nous avons identifié une série de mesures qui favoriseraient à notre avis des collaborations interdisciplinaires :

- Aide à la mise en place de projets interdisciplinaires locaux : soutien à des groupes de travail interdisciplinaires et « mini-projets » ANR interdisciplinaires entre deux petits groupes de chercheurs. Sur ce dernier point, il est important que cela ne porte pas préjudice au porteur éventuel du projet : il doit pouvoir être porteur d'un gros projet ANR simultanément.
- Financement de bourses de thèse et de M2 interdisciplinaires : l'expérience prouve que le co-encadrement est l'un des meilleurs moyens de construire des collaborations durables. Il faudrait également combattre la frilosité souvent observée lors des recrutements quand un candidat interdisciplinaire se présente – ou même lorsqu'il soutient sa thèse car les jurys vraiment interdisciplinaires ont souvent mauvaise presse.
- Le programme BLANC de l'ANR doit continuer. Il faudrait également un quota de projets interdisciplinaires évalué par un comité en maths et un comité dans la discipline physique compétente (un jury de maths n'étant pas en mesure d'évaluer correctement la partie physique et vice versa).
- Soutien à la formalisation de « défis scientifiques ». Il faudrait confier à des groupes interdisciplinaires la formulation de problèmes de grande importance pour les applications. Cela se traduirait par l'identification de benchmarks et de critères d'évaluation précis, la mise à disposition des données nécessaires, et la formulation de problèmes reliés (physique, numérique et mathématique). Un tel cadre manque souvent au sein même des communautés travaillant en océanographie et hydraulique fluviale et leur serait d'une grande utilité ; il permettrait également aux mathématiciens qui ne souhaitent pas faire l'effort de rentrer dans le langage des physiciens et ont donc des difficultés à identifier des problématiques pertinentes de disposer d'une formulation mathématique d'un problème physique important. Ils seraient donc bien plus susceptibles d'apporter leur expertise. Il est à noter que de telles initiatives commencent à voir le jour au niveau international, par exemple sur les tsunamis.

## Modélisation de l'adaptation

*Brainstorming à l'occasion de la conférence « Biological invasions and evolutionary biology, stochastic and deterministic models », organisée à Lyon, 11-15 mars 2013 (Henri Berestycki, Vincent Calvez, Nicolas Champagnat, Régis Ferrière, Pierre-Emmanuel Jabin, Sylvie Méléard, Sepideh Mirrahimi, Gaël Raoul, Amandine Véber)*

### Axes principaux (du point de vue des applications aux sciences du vivant)

#### #1. Biodiversité

mots-clés : modèles multi-échelles, modèles stochastiques, mutations, processus de branchement, séparation d'échelles de temps, limites déterministes, influence des petites populations, hétérogénéités spatiales, migrations, dynamique adaptative, reproduction sexuée, évolution de la variance génétique.

#### #2. Populations dans un environnement variable, en particulier réponse aux changements climatiques

mots-clés : modèles multi-échelles, espace compartimenté, ondes de propagations avec terme de forçage, interactions non locales, équations intégro-différentielles, évolution des niches, adaptation à un gradient spatial en translation.

La théorie des équations de réaction-diffusion s'est développée récemment autour des problèmes d'invasion en milieu hétérogène (périodique, aléatoire), et des interactions non-locales. Ces interactions non-locales proviennent par exemple de compétition entre individus de différents traits génétiques, et amènent à étudier des équations intégro-différentielles pour lesquelles le comportement asymptotique peut s'avérer très complexe, avec de multiples états stationnaires, potentiellement hétérogènes.

Un autre axe de recherche motivé par le changement climatique et ses conséquences en dynamique des populations est l'étude d'équations de réaction-diffusion avec une variabilité temporelle. Notons l'étude de propagation localisée en espace, avec un terme de forçage dû au déplacement des isoclines de température [Berestycki et al 2009]. Notons également le cadre théorique proposé pour analyser l'adaptation d'une espèce à un gradient spatial [Kirkpatrick and Barton 1997].

#### #3. Evolution des interactions écologiques

mots-clés : écologie des communautés, analyse multi-échelle (individu/population), couplage écologie/évolution, dynamique adaptative multi-niveaux, mutualisme, superinfection, épidémiologie, évolution des antibiotiques, résistance bactérienne, épistasis, évolution de la synergie.

#### #4. Processus d'invasion en biologie

mots-clés : modèles spatiaux, propagation en milieu hétérogène, propagation sur un réseau, couplage écologie/évolution, populations hétérogènes, diversité génétique des fronts d'invasion, EDP structurées, modèles stochastiques, interactions hôtes-parasites, systèmes d'EDP, réaction-diffusion, diffusion croisée, lois de migration non diffusives.

Le couplage écologie/évolution donne lieu à des modèles complexes, multi-échelles par essence, dont l'analyse requiert des outils mathématiques très fins. Séparer les échelles, lorsque cela est pertinent, conduit à des modèles réduits dont l'analyse est plus simple, mais cette hypothèse n'est pas toujours valide, notamment en évolution de la résistance (couplage épidémiologie/évolution) ou lors d'invasion d'espèces à grande échelle d'espace, ou bien à fort taux de mutation (microbiologie). Lorsque cette réduction n'est pas possible, l'analyse du modèle doit être menée dans toute sa complexité (interactions non locales, diversité locale au sein de la population).

#### #5. Epidémiologie

mots-clés : épidémies globales, graphes aléatoires dynamiques.

### Axes principaux (du point de vue des outils mathématiques)

#### #1. Analyse multi-échelle

différentes échelles de temps (écologie/évolution) et d'espace (milieu hétérogène, variables de structure). Séparations d'échelles non valides dans certains cas. Alors pas de réduction possible de modèle.

#### #2. Environnement variable

EDP à coefficients non constants, ondes progressives dans un espace hétérogène (périodique, aléatoire), environnement compartimenté, homogénéisation.

#### #3. Populations structurées, modèles spatiaux

propagation en milieu hétérogène, interactions non locales, phénomènes de dispersion non diffusives. Lois de dispersion non diffusive. Coalescent spatial.

#### #4. Arbres et réseaux

#### #5. Statistiques

Le groupe de réflexion insiste sur l'importance des outils statistiques, en particulier inférence phylogénétique, méthodes ABC (Approximate Bayesian Computation) en génomiques des populations, analyse des données (ex : en épidémiologie), "big data".

Contexte : ERC RED "Réaction-diffusion equations, propagation and modeling" (Henri Berestycki).

## Théorie des réseaux

Vincent Miele, Ingénieur de recherche CNRS, Laboratoire de Biométrie de Biologie Évolutive

### « Network Science » : l'écosystème

L'analyse des réseaux a connu un essor important dans les années 2000, avec l'apparition d'une terminologie ad hoc, les « Complex Networks » et le « Network Science », portée principalement par la communauté des physiciens. Il s'agit d'étudier toute forme de données d'interactions modélisées sous la forme d'un réseau ou plus formellement sous la forme d'un graphe (sommets et arêtes) qui est l'objet mathématique associé.

Du côté des applications, on trouve des approches de modélisation par différents types de réseaux dans de nombreuses disciplines :

- biologie : régulation génique, similarités de gènes, métaboliques, interaction protéines-protéines, neuronaux, interaction chromosomique 3D
- écologie : trophiques, mutualistes, mouvements, génétiques
- sciences humaines et sociales : "face to face", relations sexuelles, appels téléphoniques, amitiés, réseaux sociaux sur le web

qui sont appuyées par la récolte généralisée de données massives (GPS, mobiles, séquençage, etc.).

Du côté méthodologique, la communauté « Informatique Mathématique » est active sur le sujet naturellement au travers de la théorie des graphes, aussi bien au niveau de la Recherche que de l'offre de formation :

- Comité de programme de MARAMI <http://lipn.univ-paris13.fr/marami2013/MARAMI13/Comites.html>
- Equipe Complex Network du LIP6 <http://www.complexnetworks.fr/>
- Groupe de travail du GdR IM <http://gtgraphes.labri.fr>
- INRIA Bamboo

Les physiciens s'intéressent aux systèmes complexes :

- Alain Barrat et son groupe <http://www.cxnets.org/>, Bruno Gonçalves
- l'IXXI et les séminaires réseaux/SHS <http://www.ixxi.fr>

Les statisticiens et probabilistes proposent de nouveaux développements mathématiques :

- le groupe SSB <http://ssbgroup.fr>
- les acteurs du mini-symposium de la SMAI (Laurent Decreasefond, Marc Lelarge, Viet Chi Tran)

Par ailleurs, les avancées méthodologiques sont souvent réalisées par des écologues, des bio-informaticiens (très nombreux), des sociologues ... qui sont au contact de la donnée et abordent le domaine par le prisme de la modélisation.

On note également le très fort succès de conférences internationales sur le sujet :

- NetSci <http://netsci2013.net> (300 soumissions et 400 participants en 2013, dont peu de français)
- CompleNet <http://complenet.org>

et l'apparition cette année de deux journaux dédiés, « Network Science » (Cambridge UP) et « Journal of Complex Network » (Oxford UP).

## Les développements méthodologiques

De nombreux travaux dans le domaine consistent à analyser un réseau unique et fixe. Du point de vue applicatif, le réseau sert à extraire de l'information, par l'utilisation de techniques descriptives. Du point de vue théorique, le réseau consiste en une observation d'un processus (une réalisation d'un modèle pour les statisticiens ou d'une loi de connectivité universelle pour les physiciens) à décrire analytiquement. Cependant, le temps des développements méthodologiques pour l'analyse de réseaux statiques et uniques semble désormais révolu. Un saut conceptuel important se dessine, avec la complexification des problèmes étudiés (étude d'entités couplées, dynamiques ou en interaction) et de nouvelles directions de recherche apparaissent.

### ► Les analyses topologiques

De nombreux travaux portent sur la topologie des réseaux, avec des approches descriptives, modèles ou algorithmiques. Il s'agit d'obtenir la meilleure description de la connectivité d'un réseau. La recherche de sous structures connectées dites "communautés" a par exemple fait l'objet de développements inspirés par la physique et l'informatique (optimisation de la modularité par des approches itératives [Blondel]), l'algèbre (analyses spectrales [Van Mieghem]) ou la statistique (modèles à variables latentes [Daudin]). Du point de vue mathématique, les modèles de graphes aléatoires sont nécessaires non seulement comme éléments d'une analyse descriptive, mais également pour des approches analytiques ou par simulation (Monte-Carlo si le modèle est génératif) pour étudier la significativité d'une caractéristique observée dans un réseau. Ces modèles constituent la brique élémentaire de toute analyse *in silico* de processus autour des réseaux (voir après) et leur estimation peut constituer une véritable challenge computationnel pour des réseaux de grande taille [Zanghi,Vu,Chandrasekhar]. Par ailleurs, on note également des liens entre topologie des réseaux et topologie algébrique [Vergne]. Enfin, pour évaluer la robustesse ou la fragilité d'un réseau suite à la suppression de sommets ou d'arêtes, la percolation est étudiée, de façon analytique [Zif] ou par simulation. Cependant, les interactions modélisées par les réseaux sont de plus en plus considérées dans un contexte, ce qui se traduit mathématiquement par l'utilisation de covariables sur les sommets ou les arêtes à intégrer dans les approches décrites précédemment [Mariadassou]. De même, le contexte est également spatial dans nombre de réseaux dits "spatiaux" (en particulier écologiques) où les sommets sont des entités situées dans l'espace [Dray]. Ces éléments de contexte conduisent à complexifier les approches au delà de l'étude simple des connections.

57. V.D. Blondel, J-L. Guillaume, R. Lambiotte, E. Lefebvre, Fast unfolding of communities in large networks, *Journal of Statistical Mechanics* (2008)
58. P.Van Mieghem, *Graph Spectra for Complex Networks*, Cambridge University Press (2011)
59. J.-J., Daudin, F. Picard, S.,Robin, Mixture model for random graphs, *Statistics and Computing* (2008)
60. H. Zanghi, F. Picard, V.Miele and C. Ambroise, Strategies for online inference of model-based clustering in large and growing networks, *Annals of Applied Statistics* (2010)
61. D.Q. Vu, D.R. Hunter, M. Schweinberger, Model-based clustering of large networks, *Annals of applied statistics* (2013)
62. A.Chandrasekhar, M.O.Jackson, Tractable and Consistent Random Graph Models, arXiv:1210.7375 (2012)
63. Anais Vergne, Laurent Decreusefond, Philippe Martins, Reduction Algorithm for Simplicial Complexes, *Infocom* (2013)
64. R.Ziff, Getting the Jump on Explosive Percolation, *Science* (2013)
65. M. Mariadassou, S. Robin, C. Vacher, Uncovering Latent Structure in Valued Graphs: A Variational Approach. *Annals of Applied Statistics* (2010)
66. Dray S, Pélissier R, Couteron P, Fortin M-J, Legendre P, [...], Community ecology in the age of multivariate multiscale spatial analysis, *Ecological Monographs* (2012)

### ► Les phénomènes dynamiques sur les réseaux

Pour de nombreux travaux, le réseau n'est pas l'objet de l'étude mais le support de la diffusion d'un processus d'intérêt. Selon les cas, on parle de cascade, de diffusion ou de propagation de "failure", de rumeurs, d'épidémies, sur un réseau [Lelarge]. Au niveau mathématique, ces études s'appuient sur des modèles épidémiques par équations différentielles [Machens, Decreusefond], et nécessairement s'appuient sur les différents modèles de graphes aléatoires. On note également des travaux basés sur la théorie du contrôle qui décrivent la contrôlabilité de différents réseaux réels et modèles [Liu]. De nouveau, l'introduction de covariables induit un degré de complexité supplémentaire, lorsqu'il s'agit d'intégrer dans un modèle de diffusion les effets de la topologie et les effets de cofacteurs comme l'homophilie ou la proximité géographique [Centola]. Par ailleurs, des travaux modélisent la contagion complexe (par exemple, il faut être exposé à une rumeur venant de plusieurs amis avant de la croire) ou le comportement collectif dans les réseaux [Gleeson]. De nouvelles questions mathématiques restent ouvertes quand il s'agit de modéliser une diffusion non homogène sur le réseau ou de supposer un espace d'état multiple [Melnik] ou même continu, par opposition à l'état binaire ("0/1", "malade/sain" par exemple). Une récente direction consiste par ailleurs à considérer la diffusion dans le réseau comme un processus à mémoire (prendre en compte le sommet précédent pour déterminer le sommet suivant) [Rosvall], ce qui demandera de nouveaux développements mathématiques.

1. M. Lelarge. Diffusion and Cascading Behavior in Random Networks. *Games Econ. Behav.* (2012)
2. A. Machens, F. Gesualdo, C. Rizzo, A. E. Tozzi, A. Barrat, C. Cattuto, An infectious disease model on empirical networks of human contact: bridging the gap between dynamic network data and contact matrices, *BMC Infectious Diseases* (2013)
3. L. Decreusefond, J-S. Dhersin, P. Moyal, V.C. Tran Large graph limit for an SIR process in random network with heterogeneous connectivity, *Annals of Applied Probability* (2012)
4. D. Centola, The Spread of Behavior in an Online Social Network Experiment, *Science* (2010)
5. Y.-Y. Liu, J.-J. Slotine, A.-L. Barabási Controllability of complex networks, *Nature* (2011).
6. J.P. Gleeson, D.Cellai, J.Onnela, M.A.Porter and F.Reed-Tsochas, A Simple Generative Model of Collective Online Behaviour, arXiv:1305.7440 (2013)
7. S. Melnik, J. A. Ward, J. P. Gleeson, and M. A. Porter, Multi-stage complex contagions, *Chaos* (2013)
8. M. Rosvall, A. Esquivel, A. Lancichinetti, J.West, R. Lambiotte, Networks with Memory, arXiv: 1305.4807

### ► Les réseaux temporels, dynamiques

La nécessité de modéliser l'apparition ou la disparition d'arêtes (ou plus rarement de sommets) conduit à l'étude de réseaux dits temporels, évoluant ou dynamiques [Holme]. Les notions abordées pour les réseaux statiques sont alors à redéfinir dans ce cadre [Wang]. De nouveau, le rôle de covariables (homophilie) ou de la mémoire [Karsai] dans la création des arêtes conduit à leur intégration dans les modèles. Par ailleurs, plusieurs travaux relèvent le challenge majeur consistant à coupler les phénomènes de diffusion précédemment cités avec les réseaux temporels, en caractérisant l'interaction entre ces deux dynamiques [Aiello, Rocha, Masuda].

1. P.Holme, J.Saramäki, Temporal Networks, arXiv:1108.1780 (2011)
2. Q.Wang, E.Fleury, T.Aynaud and J.L. Guillaume, Communities in evolving networks: definitions, detection and analysis techniques, *Dynamics of Time Varying Networks Springer* (2012)
3. M.Karsai, N.Perra, A.Vespignani, The emergence and role of strong ties in time-varying communication networks , arXiv:1303.5966
4. L. Aiello, A. Barrat, C. Cattuto, R. Schifanella, G. Ruffo, Link creation and information spreading over social and communication ties in an interest-based online social network, *EPJ Data Science* (2012)
5. L.E.C. Rocha, V.D. Blondel, Bursts of vertex activation and epidemics in evolving networks, *PLoS Computational Biology* (2013)
6. N. Masuda, P.Holme, Predicting and controlling infectious disease epidemics using temporal

networks, Prime Rep (2013)

#### ► **Les multi-réseaux**

Depuis quelques années, de nouveaux développements traitent de l'analyse ou de la modélisation de réseaux multiples, sans les angles de la topologie [Berlingiero] ou de la dynamique [Nicosia] comme précédemment présenté par les réseaux uniques. On distingue les réseaux multiplexes ou multicouches ou multidimensionnels, avec des sommets identiques et différents types d'arêtes (par exemple, différents types d'interactions entre espèces [Kefi]). On parle aussi de réseaux superposés pour étudier la diffusion conjointe de plusieurs épidémies sur un même réseau social, la dynamique couplée du comportement social et de la diffusion d'une épidémie [Funk], ou des processus cognitifs parallèles dans les réseaux neuronaux. On parle par ailleurs de réseaux de réseaux pour caractériser des réseaux interdépendants, avec des arêtes de dépendances entre sommets des deux réseaux [Gao]. En particulier au niveau des infrastructures, la dépendance peut être critique et résulter de l'effet de la proximité dans l'espace [Schneider]. Si le panel des différents réseaux multiples est déjà large, le champ des mathématiques associées est encore à explorer.

1. Berlingiero, M., Coscia, M., Giannotti, F., Monreale, A. and Pedreschi, D., Multidimensional networks: foundations of structural analysis. World Wide Web Journal (2012).
2. Kéfi, S., E. Berlow, E. Wieters, [...] U. Brose. More than a meal... Integrating non-feeding interactions into food webs. Ecology Letters (2012).
3. V. Nicosia, G. Bianconi, V. Latora, and M. Barthelemy, Growing multiplex networks, Physical Review Letters (2013)
4. S.Funk, V.jansen, Interacting epidemics on overlay networks. Physical Review E (2010)
5. J. Gao, S.V. Buldyrev, H. E. Stanley, S. Havlin, Networks formed from interdependent networks , Nature Physics (2012)
6. C.M. Schneider, N. Yazdani, N.A.M. Araujo, S. Havlin, H.J Herrmann, Towards designing robust coupled networks, Scientific Reports (2013)

#### ► **Construction des réseaux**

Au delà des protocoles et équipements pour collecter les données d'interactions, les mathématiques sont présentes pour la construction de réseaux à partir de la donnée brute, en particulier pour les données biologiques (puces à ADN par exemple [Chiquet]) où il s'agira de contenir les effets des irrégularités et bruits de mesures. On cherchera par exemple à prédire des contacts sociaux à partir de données à haut débit de GPS, RFID ou téléphone mobile [Scholtz]. De nombreux travaux portent enfin sur la prédiction d'arêtes manquantes ou erronées [Lu].

1. J. Chiquet, Y. Grandvalet, C.Ambroise, C., Inferring multiple graphical structures. Statistics and Computing (2011)
2. C. Scholz, M. Atzmueller, G. Stumme, A. Barrat, C. Cattuto New Insights and Methods for Predicting Face-To-Face Contacts, preprint (2013)
3. L. Lü, T.Zhou, Link prediction in complex networks: A survey , Physica A (2010)

### **Contacts en France**

Bioinformatique : Daniel Kahn, Denis Thieffry

Ecologie : Stéphane Dray, Sonia Kefi

Mathématiques : Laurent Decreusefond, Catherine Matias

Informatique : Matthieu Latapy

Physique : Alain Barrat

SHS : Bertrand Jouve, Pablo Jensen

# Fluides géophysiques complexes : Écoulement des glaciers, boues et laves torrentielles

Colloque Fluides Complexes 9-13 septembre 2013, Toulouse (J. Monnier, P. Noble, J.-P. Vila)

## Objectifs-Thèmes abordés

Ce colloque traitant de « fluides géophysiques complexes » a eu pour objectif de rassembler les acteurs de la recherche fondamentale et appliquée sur les écoulements des glaciers et les glissements de terrain. La rencontre a été organisée dans le cadre de l'Atelier de Réflexion Prospective (ARP) [MathsinTerre](#). Ce colloque s'inscrivait naturellement dans la thématique "Terre et Fluides".

Les écoulements considérés, écoulements de glaciers, de boues, laves torrentielles, sont complexes à plus d'un titre. Tout d'abord, ces fluides sont non newtoniens, et ceci peut poser des difficultés aussi bien en terme d'analyse mathématique que de modélisation numérique, tout particulièrement pour les écoulements peu profonds. Ensuite, la topographie du fond est extrêmement perturbée (écoulements géophysiques), de surcroît mal ou peu connue (données incertaines). D'autres difficultés apparaissent telles que les zones mortes ("bouchons": zone solide); des incertitudes pèsent également sur les coefficients des lois rhéologiques (passage laboratoire/terrain ou micro/macro; modèles en soi); et aussi d'autres sources d'incertitudes telles que les conditions aux limites. Une caractéristique de ces écoulements géophysiques est également l'aspect multi-échelles, multi-régimes et grande taille des problèmes. Ce dernier point interdit bien souvent de résoudre les équations primitives. C'est pour ces raisons-ci que nous cherchons à dériver des modèles réduits (e.g. modèles de St Venant), robustes (e.g. stabilité paramétrique) et abordables du point de vue du calcul.

Nous avons retenu quatre thématiques pluridisciplinaires, avec pour objectif d'identifier les verrous actuels dans chaque domaine, du modèle terrain et données satellites à la modélisation physique, numérique en passant par l'analyse mathématique.

Rhéologie des fluides complexes : modèles et expériences, lois comportementales, instabilités, modèles numériques.

Glaciologie : modélisation, écoulements multi-échelles, asymptotiques, multi-régimes, données satellites et in-situ.

Analyse mathématique et numérique : films minces avec singularités, modèles bien posés, schémas numériques.

Modèles d'EDP géophysiques : perturbations stochastiques, sensibilité et robustesse aux paramètres, écoulements multi-échelles.

## Organisation-Listes des Participants

Le colloque s'est déroulé du 9 au 13 septembre 2013 à l'Institut de Mathématiques de Toulouse (organisateur : Jérôme Monnier, Pascal Noble et Jean-Paul Vila, INSA Toulouse). En s'appuyant sur les quatre thématiques dégagées, nous avons construit un programme articulé autour d'un cours de deux heures et de deux à trois exposés d'une heure par thème. Nous avons organisé quatre tables rondes pour faire un bilan de l'état de l'art et des verrous rencontrés dans chaque thème et dressé une liste de priorités concernant l'étude des fluides complexes géophysiques.

Ont participé à ce colloque :

Robert Arthern (British Antarctic Survey, UK), Sébastien Boyaval (Laboratoire Saint Venant, France), Guillaume Chambon (IRSTEA, France), Philippe Coussot (Laboratoire Navier, France), Félix Darve (Laboratoire 3SR, France), Gael Durand (LGGE, France), Alexandre Ern (CERMICS, France), Andrew Fowler (Oxford University, UK), David Gérard-Varet (Université Paris 7, France), Frédéric Parrenin (LGGE, France), Gael Poette (CEA, France), Clémentine Prieur (Laboratoire Jean Kuntzmann, France), Michael Renardy (Virginia Tech, USA), Michael Ruzicka (Albert-Ludwigs Universität, Germany), Paul Vigneaux (ENS Lyon, France).

## **Bilan du colloque**

### A) Rhéologie-Expériences en laboratoire

L'objectif du colloque était de faire un état de l'art en matière de rhéologie des fluides complexes et en particulier des fluides géophysiques (boues, laves, glace). Ils sont tous non newtoniens et exhibent souvent un comportement visco-plastique (coexistence d'une phase liquide visqueuse et solide). L'existence d'un seuil d'écoulement est une caractéristique commune à un grand nombre d'écoulements géophysiques, torrents de boue, glissements de terrain, avalanches de neige dense.

Les "fluides à seuil" sont une modélisation mathématique de ce principe. Cependant, **la validation expérimentale d'un tel modèle nécessiterait la connaissance de la relation contrainte/taux de déformation aux très faibles déformations ce qui est inaccessible actuellement même avec les instruments les plus sophistiqués.** Ainsi, dans une expérience d'avancée d'un front de film visco-plastique, on ne sait pas décrire ce qui se passe au front (disparition brutale ou progressive de la zone plastique). Ceci est corroboré par les dernières analyses mathématiques (formelles) qui mettent en exergue une singularité à la transition fluide/solide. Une tentative possible de validation expérimentale des lois à seuil serait de faire des mesures sur un écoulement permanent non uniforme pour explorer les faibles déformations.

Outre l'aspect seuil, on rencontre d'autres difficultés inhérentes aux fluides non newtoniens : problème de reproductibilité, effets temporels (visco-élasticité, vieillissement) qui mènent à d'importantes incertitudes sur les coefficients des lois de comportement. Pour les fluides géophysiques, la situation est pire puisque, en dehors du cas particulier de la glace, on ne dispose que de très peu de données expérimentales. Se posent également les problèmes d'échelles et du passage de l'expérience en laboratoire aux expériences in situ : une possibilité serait d'utiliser les expériences in situ comme rhéomètre opérationnel pour obtenir une rhéologie effective des fluides non newtoniens géophysiques.

Le colloque a permis de dégager deux grandes thématiques :

- Régularisation temporelle des fluides à seuil : certains exposés ont mis en évidence la nécessité d'intégrer la variable temps dans les lois de comportement pour tenir compte des effets élastiques dans les fluides visco-plastiques. Certains fluides, thixotropes ou visco-élastiques généralisés, exhibent un comportement à seuil en temps long. Une analyse fine tant du point de vue théorique que numérique est nécessaire pour comprendre la transition fluide/solide dans ce type de fluide. En particulier, il manque de simulations numériques robustes d'écoulements à surface libre de ces fluides.
- Dynamique de fracture/rupture : On ne sait pas encore bien décrire et modéliser le départ d'une avalanche ou d'un glissement de terrain. Se cache derrière la notion de rupture ou fracture qui est

encore mal comprise dans les fluides visco-plastiques. Les solutions proposées actuellement sont essentiellement numériques et reposent sur l'introduction d'un seuil de rupture. Là encore, l'introduction de la variable temporelle pourrait désingulariser cette classe de modèles. Une solution mathématique possible serait alors de considérer des fluides visco-élasto-plastiques : la dynamique de rupture est une conséquence de la propagation d'ondes élastiques très rapides. Mathématiquement, cela se traduit par un problème de perturbations singulières (en temps) dans un système d'EDP.

## B) Obtention de modèles de Saint Venant

Le colloque a permis de dresser un état de l'art très détaillé de la dérivation des modèles de type Saint Venant pour les écoulements gravitaires de fluides visqueux non newtoniens. Ces modèles, par leur simplicité, permettent d'étudier une grande variété de phénomènes (avalanches de neige mouillée, laves torrentielles, laves volcaniques, glissements de terrain) sans trop sacrifier leur complexité. Ils sont utilisés en ingénierie dans la conception d'ouvrages de protection (digues, paravalanches) et l'établissement de zones à risques. Le colloque a permis de faire le bilan sur les points suivants :

- Consistance des modèles de Saint Venant : Jusqu'au milieu des années 90, les modèles de Saint Venant étaient obtenus à partir des équations de Navier-Stokes de manière heuristique et étaient pour la plupart non consistants, une solution exacte de Navier-Stokes ne fournissait pas une solution approchée du modèle de Saint Venant obtenu ! Ce problème a, depuis, été identifié aussi bien par les mathématiciens que les physiciens et il existe désormais une littérature abondante sur la dérivation de modèles de Saint Venant consistants pour une grande variété de fluides non newtoniens (en loi de puissance, visco-plastiques, viscoélastiques).
- Transition fluide-solide dans les fluides visco-plastiques : Les modèles de Saint Venant consistants sont obtenus dans ce cas sous des hypothèses très restrictives : le fluide doit toujours être en déformation, même faible (c'est la notion de pseudo-plug introduite par N. Balmforth). La transition fluide-solide dans des écoulements de films à seuil est encore très mal comprise et un effort important en particulier sur **l'analyse numérique** est nécessaire pour mieux comprendre ces écoulements. Les pistes évoquées sont la régularisation des lois à seuil ou l'utilisation de lois de comportement plus réalistes comme les modèles de films thixotropes.
- Stabilité des modèles de Saint Venant : Une fois un modèle de Saint Venant obtenu, la question est de savoir si la solution, numérique ou théorique, du modèle donne une bonne approximation de la solution des équations de Navier-Stokes. C'est un problème de stabilité des modèles et les résultats sont encore très partiels pour les films visqueux. **Cette question est intimement liée au caractère bien posé des équations de Navier-Stokes à surface libre pour les fluides visqueux et à la régularité des solutions.** Cette dernière hypothèse est pourtant le point de départ de toutes les dérivations de modèles de Saint Venant. La présence de la surface libre rend difficile la transposition des résultats classiques sur Navier-Stokes en domaine borné même pour les fluides newtoniens. Concernant les fluides non newtoniens visco-plastiques, on ne dispose que de résultats d'existence de solutions faibles (peu régulières) en domaine borné.
- Topographie - Fronts : Les modèles de Saint Venant ne sont obtenus que sous des hypothèses assez restrictives quant à la géométrie de l'écoulement : les modulations de la topographie sont faibles (en accord avec l'approximation onde longue) et la hauteur de fluide est toujours non nulle. Ces hypothèses excluent donc des situations rencontrées en pratique : une avalanche, un glissement de terrain ou une rupture de barrage correspondent plus à l'avancée d'un front. De plus les topographies rencontrées en géophysique sont rarement des modulations faibles d'un plan. Un effort important doit être apporté sur

la dérivation de modèle en présence d'un front d'autant plus qu'on dispose de plus en plus de résultats quantitatifs (mesure de pression, de vitesse) d'expériences en laboratoire ou in situ. Concernant la topographie, il faut une méthode de calcul de topographie effective, qui remplacera la topographie « réelle », en accord avec les hypothèses de dérivation des modèles de Saint-Venant.

### C) Glaciologie

Le colloque a fait l'état de l'art sur la recherche concernant l'écoulement des glaciers, notamment aux calottes polaires (Antarctique, Groënland). Un enjeu majeur est d'estimer leur bilan de masse global et donc leur contribution à l'élévation du niveau des mers.

La glace est un matériau complexe : polycristallin, anisotrope, hétérogène et pouvant présenter de forts gradients thermiques. À ces échelles, c'est une couche de **fluide mince à surface libre** reposant sur une topographie pour l'essentiel non cartographiée. La glace est vue comme un fluide non newtonien, obéissant à une loi de puissance dont **la viscosité dépend de la température**. Ce choix fait consensus dans la communauté des glaciologues. La couche de glace s'écoule jusque dans l'océan où elle repose puis finit par se fracturer : son comportement est alors plus proche d'une plaque solide élastique. L'eau issue de la fonte éventuelle en surface (eg Groënland) peut s'infiltrer à la base du glacier et induire des modifications de la « friction » au fond; apparaît alors une interaction écoulement glaciaire - réseau hydraulique.

Il existe actuellement un grand nombre de modèles d'écoulements de glace, des plus simples (type lubrification ordre 0) aux plus complets (Stokes en loi de puissance, anisotrope, à surface libre), couplés à une équation sur la température et complétés par des conditions aux limites incertaines (conditions basales, topographie). Cette famille d'écoulements est fortement multi-échelle (glace posée, fleuves de glaces observés aux calottes polaires) au sens où une grande disparité d'échelles spatiales et temporelles sont nécessaires pour les décrire correctement. Le colloque a permis de faire l'état des lieux sur les points suivants :

#### - Modèles de couches de glace et instabilités :

L'obtention rigoureuse de modèles réduits de type Saint Venant est un enjeu majeur de la modélisation de l'écoulement des glaciers. Les modèles cherchés doivent être valables pour l'ensemble des régimes observés. Un soin particulier doit être apporté sur la prise en compte des conditions aux limites au fond. Une fois obtenus, ces modèles doivent, en retour, permettre d'obtenir une bonne description de la dynamique de l'écoulement des glaciers et rendre compte d'un certain nombre de phénomènes plus ou moins bien documentés :

- ▶ Stabilité/Instabilité de la ligne d'échouage : c'est l'endroit où la couche de glace plonge dans l'océan. La dynamique de ce point critique est aujourd'hui mal connue.
- ▶ Instabilités de surface libre : les données satellites rendent compte de la formation d'une grande variété de motifs à la surface des glaciers (micro-collines à l'échelle du glacier : « drumlins », « ribbed moraines », et « striations »). Ces formations ne sont pour l'heure décrites qu'à l'aide de modèles linéaires.
- ▶ Fleuves de glaces : dans certaines conditions, l'avancée du glacier est accélérée. Si on a mis en évidence un certain nombre d'éléments susceptible d'expliquer le phénomène (influence des rivières et lacs souterrains qui jouent le rôle de lubrifiant, changement de température), on ne dispose pas encore de modélisations mathématiques qualitatives.

L'introduction de la **dynamique de rupture** (crevasse, vêlage) dans les modèles et le couplage avec des modèles de climat sont également des enjeux importants.

La question de la **quantification des incertitudes et l'analyse de sensibilité** liées aux modèles utilisés (influence de la friction, de la loi de comportement, de la topographie) est un problème majeur pour donner une mesure de la fiabilité des résultats numériques (voir dernier paragraphe).

- Données de type couches isochrones :

La chute puis la transformation de la neige sur la calotte glaciaire induit la formation de couches de glace. Les données d'observation en profondeur obtenues par radar permettent d'avoir accès aux différentes couches, en particulier leur géométrie. Le carottage à la calotte glaciaire donne quant à elle une information sur l'apport initial de neige à une époque donnée. On obtient ainsi une information type lagrangienne mais intégrée dans le temps, qui pourrait permettre en retour de faire un historique du champ de vitesse.

Tout le problème concerne la manière dont on reconstruit le champ de vitesse à partir de ces données : à l'heure actuelle, les calculs analytiques ont été fait en 2D vertical sous l'hypothèse forte de champs de vitesse irrotationnels. Cette hypothèse, raisonnable sur les couches proches de la surface libre, devient très discutable au fond où des formes de repliements (folding) sont observées.

La modélisation et analyse mathématique fine de ce type d'observations originales seraient susceptibles d'apporter des informations sur le comportement et l'historique des glaciers. Aussi, la construction d'observateurs mathématiques dans le cadre d'un outil d'**assimilation de données** permettrait de mieux contraindre les modèles de dynamique de ces écoulements.

#### D) Analyses de sensibilité et propagation des incertitudes

L'analyse de sensibilité et la propagation d'incertitudes dans les modèles d'écoulements géophysiques à données incertaines, voire inconnues (topographie, rhéologie, conditions aux limites, surface libre), est un thème vaste et complexe, qui aurait mérité un colloque à part entière. Cette rencontre a permis de faire un survol des outils statistiques pour l'analyse de sensibilité, et de présenter une approche de propagation d'incertitudes basée sur une méthode de type Galerkin - polynômes du chaos. Plus précisément, les thèmes suivants ont été abordés :

- Les méthodes statistiques portant notamment sur l'optimisation du tirage dans les méthodes de type Monte-Carlo, l'estimation des indices de Sobol, la construction de métamodèles. Ces approches statistiques sont robustes dans le sens où elles sont globales mais peuvent être prohibitives d'un point de vue coût de calcul, ou encore non établies pour des modèles non linéaires.
- Une méthode de Galerkin basée sur les polynômes du chaos, et appliquée au système d'Euler compressible. Il s'agit d'une approche solide, précise, mais reste intrusive et limitée à un faible nombre de paramètres (typiquement une dizaine). Une approche préliminaire non intrusive et basée sur les polynômes du chaos a également été présentée.

L'approche variationnelle, basée sur les équations adjointes, permet de donner des informations locales de sensibilité pour un très grand nombre de paramètres à moindre coût de calcul, n'a pas été abordée. Il aurait également été intéressant d'aborder les développements récents d'approches hybrides variationnelles – stochastiques.

D'un point de vue plus général, rappelons simplement que l'élaboration de méthodes de propagation d'incertitudes, d'analyses de sensibilité aux paramètres, qu'elles soient déterministes et/ou stochastiques, constituent des outils clefs tant pour la bonne compréhension des modèles que des écoulements eux-mêmes.

## Simulation des avalanches : modélisation et analyse numérique

Workshop « *Simulation of avalanches : modelling and numerics* », 11-14 mars 2014, Séville

Organisation : Didier Bresch (CNRS, Université de Savoie), Enrique Fernandez-Nieto (Université de Séville), Paul Vigneaux (ENS de Lyon)

Synthèse : Christophe Ancey, François Bouchut, Yoël Forterre, Guillaume Ovarlez, Paul Vigneaux

### Objectifs-Thèmes abordés

Ce workshop ([site web](#)) consistait à rassembler des chercheurs dans les domaines de la modélisation et du développement de schémas numériques pour certains aspects de la simulation des avalanches (de neige, de débris ou sous-marines, en lien avec la génération de tsunamis). Cette session prospective s'est plus particulièrement concentrée sur :

- la modélisation des matériaux viscoplastiques ;
- la modélisation des écoulements granulaires ;
- les nouvelles méthodes numériques adaptées à ces modèles.

Ainsi, ce workshop visait à compléter sur certains points le colloque organisé en septembre 2013 à Toulouse par J. P. Vila, J. Monnier et P. Noble et dont la synthèse remarquable est dans le document ARP. Par souci de rationalisation du document global, des liens y sont donnés dans la présente synthèse.

### Organisation-Intervenants

L'idée a été de favoriser au maximum les discussions et les échanges interdisciplinaires sur une période de 4 jours. Dans ce but, 5 physiciens et 5 mathématiciens ont réalisé des exposés d'une heure, suivis d'une heure de discussion. Deux sessions prospectives ont permis de revenir de manière croisée sur une série de problèmes ouverts.

Les exposés ont été présentés par :

Christophe Ancey (EPFL, Suisse), Patricio Bohorquez (Université de Jaen, Espagne), François Bouchut (CNRS, France), Manuel Castro (Université de Malaga, Espagne), Yoel Forterre (CNRS, France), Daniel Le Roux (Université de Lyon, France), Anne Mangeney (IPGP, France), Guillaume Ovarlez (CNRS, France), Vladimir Shelukhin (Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, Russie), Paul Vigneaux (ENS de Lyon, France).

### Enjeux de modélisation

Les modèles de type écoulements peu profonds (théorie de la lubrification ou modèles intégrés) étaient ceux majoritairement décrits au cours de ce groupe de travail. Le passage de ces modèles du cadre newtonien (qui est bien compris actuellement) au cadre non newtonien (plasticité, loi puissance) a significativement progressé mais nécessite d'être mieux compris (on peut se reporter à la synthèse de Toulouse pour plus de détails). D'un point de vue expérimental, le problème de la ligne du front est largement méconnu : les expériences et les observations sont difficiles, le fond et la présence des bords complexifient l'hydrodynamique proche du front, etc. Du point de vue de la modélisation des avalanches granulaires, les modèles utilisent classiquement des équations de Saint-Venant phénoménologiques en supposant un profil de vitesse « plug » et une loi de friction basale constante. Peut-on établir des modèles

intégrés dans l'épaisseur directement à partir des lois constitutives 3D qui ont été récemment proposées (rhéologie  $\mu(I)$ ) ?

Une bonne part des discussions a porté sur les aspects rhéologiques. On sait classiquement que de nombreux types de matériaux sont utilisés pour réaliser les expériences physiques et que leur caractérisation n'est pas forcément triviale dans les situations les plus générales. Les démarches de modélisation travaillent notamment sur la construction de lois de comportement aussi universelles que possible, basée sur l'étude expérimentale de matériaux très différents pour éviter d'être réduit à une classe particulière de comportement.

Il ressort qu'actuellement, même si de nombreux progrès ont été réalisés dans la compréhension des matériaux, viscoplastiques notamment, certains problèmes de description subsistent. À titre d'exemple, on peut évoquer le cas du Carbopol qui est utilisé dans les expériences et nécessite une étape préalable de préparation : cela rend délicate la comparaison entre les expériences car il est difficile d'établir un protocole standard qui permette d'assurer que le matériau obtenu soit identique. Pour ce matériau, il y a aussi la question de son évolution dans le temps lorsque les expériences doivent durer sur de longues périodes. Enfin, ces matériaux sont fortement élastiques, et cette propriété doit jouer un rôle dans certains écoulements (par exemple, l'écoulement autour d'obstacles). La question se pose également pour les milieux granulaires. La plupart des expériences sont faites sur des milieux modèles composés de particules sphériques. La pertinence des lois établies pour des particules et/ou milieux plus complexes (forme irrégulière, milieu polydisperse, milieux cohésifs, etc) est une question importante encore ouverte.

La modélisation rhéologique classique des fluides viscoplastiques utilise les modèles de Bingham ou d'Herschel-Bulkley. Pour les milieux granulaires, une loi viscoplastique frictionnelle a récemment été proposée (rhéologie  $\mu(I)$  qui se réduit au modèle de Drucker-Prager dans la limite quasi-statique) : sa forme est proche du modèle de Bingham mais le seuil et la viscosité dépendent de la pression. Ces lois constitutives sont capables de décrire certaines situations tridimensionnelles complexes (effondrement d'une masse, instabilité de surface, etc). Cependant, ces lois simples, souvent établies dans des configurations de cisaillement simples, ne décrivent pas encore l'ensemble des comportements rhéologiques de ces milieux. Nous listons ci-dessous certains points encore non décrits par les rhéologies classiques.

Pour les fluides à seuil :

- Seuil d'écoulement. En partant d'un état liquide, le critère de von Mises semble être assez robuste. Par contre, lorsque l'on part de l'état solide, il n'est pas le plus adapté car il ne rend pas compte de l'anisotropie observée expérimentalement : quel serait alors un bon critère ? Plus généralement, la caractérisation des zones déstabilisées/de rupture est un point crucial qui demande à être mieux compris (lien typique avec les zones de départ dans le cas des glissements de terrains et des avalanches ; cf. aussi la synthèse de Toulouse sur ce point).
- Lois élasto-visco-plastiques (notamment en lien avec certains écoulement géophysiques).
- Dépendance à l'histoire du cisaillement.

Pour les milieux granulaires et les suspensions :

- Milieux granulaires secs, au-delà de la rhéologie  $\mu(I)$  : écoulements quasi-statiques (hystérésis, bande de cisaillement, effets de taille finie, besoin d'approche non locale), transition vers les régimes dilués (théorie cinétique, ...), rôle de la préparation initiale (dilatance).
- Pour les suspensions concentrées newtoniennes : étude de la viscosité et des contraintes normales pour les concentrations élevées, rôle de la rugosité, rôle du gradient dans les lois de comportement,

couplage avec la mécanique des sols (présence de plug du fait d'une concentration au-delà d'une valeur critique), prédiction de la dépendance de l'histoire du cisaillement relativement à la micro-structure.

- Lorsqu'on traite de suspensions, se pose la question de l'extension de propriétés linéaires vers le non-linéaire (e.g. équations de migration associées à la contrainte particulaire).
- Pour revenir aux mécanismes microstructuraux, dans le cas des suspensions, la notion de contact hydrodynamique entre particules est une source de problèmes ouverts pour mieux comprendre son impact sur la rhéologie (anisotropie, contrainte particulaire et les inhomogénéités induites par écoulement). Il y a, à l'heure actuelle, une étude essentiellement basée sur la dynamique stokesienne et l'on se demande si l'on ne pourrait pas aborder des problèmes comme la rugosité hydrodynamique avec d'autres méthodologies qui restent à mettre au point.
- Equation diphasique : quelles lois constitutives ? migration ? couplage entre la dilatance et la rhéologie viscoplastique dans les modèles à deux phases. Dans le cas d'écoulements « stick-slip » pour les suspensions de particules concentrées, il faut mieux comprendre la théorie d'Iverson et les effets de la pression interstitielle.

Dans l'idéal, un des moyens qui pourraient rassembler les communautés modélisations et mathématiques serait d'avoir une série de benchmarks robustes (reproductibilité, caractérisation, etc) sur lesquels on pourrait comparer les expériences, les solutions analytiques éventuellement disponibles et les simulations numériques. Il semble qu'il y ait encore du travail pour arriver à cela. Que ce soit pour déterminer des matériaux ou des expériences 3D qui seraient de bons candidats ou des méthodes numériques adaptées. Dans cette attente et en parallèle, au vu des nombreuses expériences physiques et des méthodes numériques disponibles, une autre approche sur laquelle les communautés peuvent interagir est de recenser conjointement (et il est clair qu'il en existe) : une liste de données expérimentales disponibles, une liste de problèmes ouverts associés et une série de questions communes. L'établissement de nouveaux modèles mécaniques thermodynamiquement consistants pour les difficultés associées aux écoulements géophysiques est un aspect de développement à poursuivre et qui fera un lien naturel entre les deux communautés.

## **Enjeux mathématiques et de simulation**

Les problèmes de la section ci-dessus sont naturellement reliés à des enjeux mathématiques et numériques.

Ainsi peut-on mentionner les travaux à mener pour déterminer les propriétés qualitatives des modèles considérés, leur caractère bien posé, etc. Du côté numérique, il faut construire des schémas de résolution consistants et améliorer les temps de calcul (tant via l'aspect algorithmique que via l'aspect matériel sur les architectures émergentes). Les méthodes numériques classiques ne sont généralement pas adaptées lorsque l'on passe des modèles newtoniens aux modèles non-newtoniens (voir plusieurs aspects dans la synthèse de Toulouse).

En ce qui concerne la rhéologie  $\mu(I)$  par exemple, des travaux récents permettent de classer les zones où le modèle est mal ou bien posé. Cette étude est réalisée sur un écoulement de base stationnaire. Qu'en est-il pour le cas d'un effondrement granulaire ? L'écoulement est instationnaire et la réponse à ce problème difficile permettrait d'éclairer les situations plus proches des applications. Par ailleurs, peut-on revisiter la rhéologie  $\mu(I)$  avec une vision micro-macro par homogénéisation ?

L'approche homogénéisation intervient évidemment aussi dans l'étude des modèles multifluides/multiphasés où de nombreux aspects restent à comprendre.

Les questions liées à la rugosité font actuellement l'objet d'une intense activité dans la communauté de l'analyse mathématique et des interactions avec les physiciens permettraient de synchroniser ces connaissances pour faire fructifier les deux courants.

Pour les écoulements considérés, une attention particulière est portée aux approximations multicouches pour les écoulements multidimensionnels. Les enjeux sont importants en terme de modélisation et de gain à espérer en temps de calcul lors des simulations.

Les problèmes d'assimilation de données, d'analyse de sensibilités et d'estimation de paramètres ont aussi été évoqués (à ce propos, on peut se reporter à la synthèse de Toulouse).

Les aspects HPC sont évidemment à prendre en compte pour aller vers des applications réalistes en géophysique (et avec des temps de calcul raisonnables) : la parallélisation et l'utilisation de matériels variés (CPU, GPU, etc) demandent la mise au point de méthodes mathématiques/numériques/informatiques nouvelles pour être efficaces. Les codes subtils d'hier peuvent devenir inefficaces sur ces nouvelles architectures.

### **Enjeux de transmission**

Ces aspects ont déjà été évoqués plus haut mais relèvent de plusieurs types d'acteurs.

D'une part, il est apparu un premier besoin sur la communication entre les communautés modélisation et mathématique : des schémas numériques sophistiqués et très récents ne sont pas suffisamment exportés vers la communauté des physiciens alors que cela leur serait très utile. Réciproquement, le développement des méthodes doit se nourrir des modèles les plus récents pour renouveler des questions mathématiques de qualité au regard des enjeux physiques actuels. La tâche n'est pas triviale mais elle est une source de saine progression. D'un point de vue pratique, il serait bienvenu de mettre en place des ateliers de formation pour les utilisateurs et éventuellement des « plates-formes » pour une maintenance pérenne et une diffusion facilitée des méthodes numériques/codes « libres » (on peut penser à l'exemple de *Clawpack*, *Gerris*, etc.).

D'autre part, il semble qu'il y ait aussi un véritable enjeu de médiation scientifique à réaliser auprès de la société. En effet, dans le domaine des avalanches, par exemple, l'utilisation des développements académiques peut se retrouver sur des tâches d'ingénierie très « exposées » sur les plans sociétal et juridique. Il y a donc un travail important à réaliser auprès des acteurs concernés sur l'état de l'art des connaissances académiques et ce qu'elles permettent d'obtenir en termes de précision des prévisions (à ce sujet, on pourra par exemple lire l'écho qu'en a donné *le Monde* dans son édition du 26 février 2014 – supplément Sciences & Médecine).

# Théorie des jeux et planète terre

Contribution Sylvain Sorin, Faculté de Mathématiques Combinatoire et Optimisation, IMJ, CNRS UMR 7586

Présentons quelques thèmes liés à la théorie des jeux vue comme analyse de situations d'interaction stratégique en particulier en terme de complexité et d'évolution.

## 1. Domaines d'application

En simplifiant beaucoup, on peut définir deux grands types de formalisation en termes de jeux stratégiques.

1.1. Un premier modèle (A) considère des agents rationnels connaissant les caractéristiques de la situation d'interaction (joueurs, stratégies, paiements, information ...). Les exemples typiques sont les problèmes économiques (équilibre général, économie industrielle, commerce international, enchères,...) sociologiques (stabilité des institutions, normes,...) politiques (procédures de vote ...). L'analyse identifie les déductions rationnelles des agents pour en déduire des prédictions sur leur comportement. Une construction similaire s'applique à l'échange d'informations (hiérarchie des croyances, connaissance commune...). Dans le cadre d'interaction répétées, les structures de communication permettent de construire des modes de reconnaissance et des normes de fonctionnement.

1.2. Un second paradigme (B) traite d'individus, gènes, cellules, automates, ... en grand nombre, avec éventuellement information partielle et rationalité bornée. La dynamique est générée par l'effet au niveau global de procédures locales d'ajustement ou d'adaptation. Les cadres typiques sont les dynamiques de populations ou l'évolution de la congestion sur un réseau. En général, la dynamique est à temps discret et aléatoire, basée sur une perception partielle de l'environnement et non-anticipative. Un état typique est donné par une population caractérisée par une certaine proportion  $x(n)$  de types (dans un ensemble fini). On peut définir par exemples des processus du type :

- a) "naturels", basés dans les exemples de biologie sur les taux de reproduction des différents types/gènes/comportements dans les multiples interactions aléatoires (dont les lois dépendent de  $x(n)$ ) et agissant par effet de retour sur la composition  $x(n+1)$ .
- b) d'imitation ou de comparaison où la propension à changer de comportement dépend du résultat obtenu et de la comparaison avec un autre résultat, une moyenne, un seuil ...
- c) de re-renforcement où chaque agent utilise une variable d'état autonome pour déterminer la loi de son action et l'actualise au vu du résultat de l'interaction à chaque étape.

1.3. Un troisième thème correspond à l'utilisation de méthodes ou d'outils issus de la théorie des jeux dans des situations où il y a interaction avec un environnement variable et difficile à préciser : modèles d'apprentissage, tests robustes, automates et complexité.

1.4. Une des conséquences possibles de l'analyse de type 1.1. est de produire un mécanisme inverse de la suite : règles (rules of the game) impliquent résultats. Etant donné des issues souhaitées (en terme d'efficacité, d'égalité, de justice ...), on définit une structure d'interaction (type d'agents, information, actions, déroulement, ...) adaptée telle qu'un déroulement rationnel les génèrent. Ce domaine correspond à la théorie du "mechanism design".

1.5. De nombreux phénomènes se modélisent par des modèles intermédiaires entre 1.1. et 1.2. qui sont actuellement en plein développement : Soit en introduisant dans le cadre (A) des aspects de rationalité limitée ou de complexité bornée (au niveau de la mémoire, de l'anticipation ou de la hiérarchie des déductions ...) ou au contraire en partant du modèle (B) et en introduisant des types de comportement

plus sophistiqués (avec des actions dépendant d'un état interne (par exemple : test/punition/coopération) ou d'un signal externe : corrélation via des signaux exogènes).

1.6. Notons qu'il est très difficile en pratique d'évaluer la manière dont un agent classe les résultats : sa fonction d'utilité ou sa relation de préférences. Dans de nombreux exemples simples, on identifie résultat et évaluation. Cette pratique est en particulier justifiable dans deux grands domaines d'application :

- ▶ biologie : le résultat d'une interaction est mesuré pour une espèce par son taux de reproduction ("fitness") qui joue le rôle de la grandeur à maximiser.
- ▶ modèle de transport : la congestion est identifiée à un temps de parcours normalisé et correspond au paiement à minimiser.

1.7. L'un des intérêts de la modélisation est d'obtenir des propriétés du modèle indépendantes du domaine d'application et permettant parfois des transferts de procédures et de résultats (par exemple : répliqueur et dynamiques de non regret ...)

## 2. Outils mathématiques.

2.1. Sur le thème A., il y a une énorme littérature concernant les jeux répétés (supergames) où la même interaction est répétée. Les résultats visent à caractériser l'ensemble des équilibres (Nash, corrélés, communication, ...) en fonction de la structure de communication et de l'évaluation de la suite des résultats. Les développements récents exhibent des codes robustes qui permettent de valider des tests sur les comportements d'équilibre, ou plus précisément sur les signaux que reçoivent les agents. L'un des principaux problèmes est la multiplicité des équilibres et l'analyse rejoint les théories de sélection d'équilibre. Là encore l'une des directions est de considérer des jeux "réduits" (équilibres publics, bornes de complexité ...) et la construction/structure des équilibres fait apparaître des contrats de comportement : émergence de normes sociales.

2.2. À propos des jeux d'évolution (B), les problèmes mathématiques concernent en particulier les points suivants :

- ▶ **Approximation discret /continu.** Cela concerne aussi bien
  - le nombre des agents (passage fini/ non atomique ou fini dénombrable): par exemple impact d'une perturbation (mutation / phénomène de contagion) et passage à la limite quand l'importance ou la perception de la perturbation tend vers 0 (poids d'un agent).
  - l'espace d'états (en terme de proportions de types présents)
  - le temps : passage du temps discret au temps continu (équation aux différences/ODE)

En général les procédures d'approximation sur un intervalle de temps compact (typiquement le nombre d'individus  $N$  et le nombre d'interactions par unité de temps croissent au même ordre) permettent de contrôler la (vraie) trajectoire discrète aléatoire par la trajectoire continue de la dynamique déterministe du "champ moyen". Mais l'approximation ne s'étend au comportement asymptotique et dans le cas markovien, on compare à l'étude du comportement limite quand  $N$  croît de distributions stationnaires pour les populations de taille  $N$ . Ici les 2 passages à la limite ne commutent pas. Il y a des études très fines à faire dans le cas de populations finies avec probabilité d'extinction ou dans le cadre de perturbation aléatoire (voir par exemple les différents modèles de "Stochastic Replicator Dynamics").

- ▶ **Différentes échelles de temps** : la structure du jeu évolue au cours du temps. C'est en particulier le cas lorsque les participants se caractérisent, en plus de leur action ou type, par leur appartenance à un groupe (qui peut être une réaction à un signal, un code ou un mode de comportement spécifique). Il y a alors évolution au niveau microscopique au sein d'une sous-population et évolution comparée des sous-populations dans la population totale : par exemple le taux de croissance d'un type A peut être inférieur au sein d'une sous-population I qu'au sein d'une sous-population II mais AI se reproduit plus vite que AII.
- ▶ **Extensions des possibilités stratégiques** avec délégation et génération de nouveaux participants. L'exemple typique concerne les jeux de congestion où la masse des participants est donnée mais le résultat en terme de congestion est fonction de la configuration : population non atomique, agents avec stocks divisibles ou non ... En particulier la structure du jeu évolue au cours de l'interaction.
- ▶ **Propriétés asymptotiques des trajectoires**. Par rapport au cadre A, l'analyse ne se limite pas à l'étude de points stationnaires. Il peut y avoir multiplicité d'attracteurs et certaines orbites cycliques dominent des issues stationnaires (instables). En particulier, la comparaison stabilité dynamique/ stationnarité/stabilité "rationnelle" est un domaine de recherche difficile et exigeant. Il est aussi important d'identifier les dynamiques éliminant les stratégies dominées ou satisfaisant des propriétés de persistance.

2.3. Une des difficultés de l'analyse de questions de perturbation/robustesse/stabilité en théorie des jeux est l'apparition de phénomène de dominos ou de boucle : augmenter l'espace de types d'un agent fait également croître l'espace des croyances de ses adversaires.

2.4. Enfin le domaine privilégié d'expérimentation mathématique correspondant à une étude en laboratoire est la théorie générale des jeux répétés à 2 joueurs et à somme nulle. Ce cadre privilégie les hypothèses mathématiques bien définies et considère la situation extrême de conflit pur. On peut alors étudier simultanément les aspects stochastiques de l'interaction, les problèmes d'information incomplète sur l'état, l'impact d'existence de signaux sur les actions. L'analyse étudie en particulier, la robustesse des quantités caractéristiques (maxmin, min max, valeur) en fonction de la durée de l'interaction i.e. l'évaluation de la suite des résultats le long de la trajectoire. Parmi les domaines récents en plein développement on peut souligner le passage en temps continu et le lien avec les jeux différentiels, l'étude du jeu limite et du comportement asymptotique (en fonction de fraction de la durée du jeu) et finalement l'analyse du comportement uniforme.

Signalons également l'existence d'une littérature importante sur les modèles de croissance équilibrée (avec différents agents et des aspects stochastiques) où les développements récents portent sur les questions d'évaluation endogène (et relèvent de question d'optimisation stochastique plus que d'interaction).

## Déplacements collectifs : auto-organisation et émergence

*Pierre Degond, Professeur de Mathématiques Appliquées, IMT Toulouse, CNRS*

### Descriptif et enjeux

L'étude des déplacements collectifs, et plus particulièrement des phénomènes d'auto-organisation et d'émergence, a des répercussions sur la compréhension des phénomènes biologiques mais aussi sociaux avec pour exemples :

- Migration collective des cellules en embryogénèse: importance pour la compréhension des phénomènes disrupteurs de l'embryogénèse (poisons, polluants, réchauffement)
- Mouvements collectifs dans les populations animales: importance des mécanismes sociaux dans les performances reproductrices: influence sur l'évolution des stocks d'animaux grégaires (poissons par exemple)
- Mouvements sociaux: foules, phénomènes de gréganisme dans les comportement économiques et sociaux: formation de bulles.

### Problématiques mathématiques

Les capacités auto-organisatrices des systèmes ne sont pas directement encodées dans les mécanismes d'interactions entre les individus (le tout est plus que la somme des parties). Comprendre comment celles-ci émergent des comportements individuels questionne le lien micro/macro.

La vision traditionnelle est que le macro est la traduction directe des phénomènes micro. Dans le cas des phénomènes d'émergence, ce n'est pas le cas. Est-ce que les outils traditionnels liant les modèles macro aux comportements micros sont applicables aux phénomènes d'émergence ? Ce n'est pas clair car ils reposent sur différentes prémices qui font défaut :

- l'hypothèse d'indépendance statistique des agents dans la limite où ceux-ci sont en nombre infini (hypothèse de la propagation du chaos)
- les lois de conservation (les modèles macroscopiques expriment généralement des principes physiques de conservation, conservation de l'impulsion, de l'énergie) qui ne sont pas vérifiées dans la plupart des systèmes biologiques ou sociaux
- la marche vers le désordre maximal, exprimée par le second principe de la thermodynamique et l'existence d'une fonctionnelle d'entropie dont l'évolution est monotone. L'émergence traduit au contraire une forte robustesse de l'auto-organisation qui semble être la règle plutôt que l'exception (y compris au niveau moléculaire, à l'intérieur de la cellule par exemple). Il n'existe pas d'objet semblable à l'entropie pour caractériser les phénomènes d'auto-organisation.

Il convient donc d'élaborer de nouveaux outils et formalismes mathématiques permettant d'aborder les phénomènes d'émergence. Ainsi cette problématique renouvelle en profondeur les disciplines traditionnellement concernées par le lien micro/macro, et en premier lieu la mécanique statistique et la théorie cinétique.

### État des lieux

Il existe une vaste littérature physique sur la question (voir [1-4]). L'état de l'art mathématique a beaucoup progressé dans les dernières années mais est loin d'être aussi divers. Les mathématiciens se sont intéressés à la formation de consensus dans le modèle de Cucker-Smale [5, 6] ou des modèles apparentés qui s'appliquent aux sciences sociales [7]. Néanmoins, il reste beaucoup à démontrer dès que les modèles

deviennent plus complexes. Il y a eu également des travaux visant à justifier le passage micro-macro, notamment dans le cas du modèle de Vicsek [8,9], mais là encore, dès que les modèles sont plus complexes, les résultats restent très préliminaires. L'étude rigoureuse des transitions de phase est un vaste domaine qui a été à peine abordé sur le plan mathématique [10]. Les modèles de formation d'opinion ou de distribution de richesses permettent d'expliquer les distributions d'équilibre mais peinent à décrire la dynamique [11, 12]. La biologie de l'évolution a permis de mettre en place un attirail mathématique puissant qui rend compte des mécanismes de spéciation [13]. Le défi consiste ici à passer à l'échelle d'un écosystème ou de l'ensemble des taxons d'un arbre taxonomique. Enfin, les mathématiques appliquées aux neurosciences sont en plein essor [14], mais là encore les défis de la complexité sont à peine abordés.

### Quelques pistes proposées

Outre les pistes déjà évoquées plus haut: développement de nouveaux outils de la mécanique statistique et de la théorie cinétique pour dépasser les obstacles spécifiques posés par les systèmes complexes (mise en défaut de l'hypothèse du chaos statistique, absence de lois de conservation, multiplicité des équilibres, transitions de phases, développement de corrélations non-locales entre les particules liées à la taille finie de celles ci, etc.). Notons une piste prometteuse : celle consistant à combiner théorie cinétique et théorie des jeux dans l'esprit de la théorie des jeux à champ moyen [15] : voir par exemple [16] pour l'exposition d'un cadre général. En effet, les systèmes d'agents biologiques ou sociaux sont intimement liés aux concepts de la théorie des jeux (maximisation d'une fonction d'utilité, stratégies, etc.).

### Situation internationale

L'étude des phénomènes collectifs et de l'auto-organisation a pris un essor considérable dans le monde dans les cinq dernières années. Les équipes en pointe sur le sujet se trouvent (liste non exhaustive) à l'UCLA, en Caroline du Nord (Duke, NCSU), à l'Université du Maryland (College Park), à l'Imperial College London et à l'Université de Cambridge (UK), en Italie (Pavie, Ferrare, Rome), à Vienne (Autriche). En France (liste non exhaustive) : à Paris 6, Orsay, Lyon, Toulouse. Il y a plusieurs réseaux de systèmes complexes (en Ile de France, en Région Rhône-Alpes) qui permettent de mettre en contact des scientifiques de disciplines différentes autour des problèmes de complexité. On pourrait toutefois souhaiter l'émergence de centres plus intégrés, un peu comme le Santa Fe Institute aux Etats Unis <http://www.santafe.edu/>.

### Références

1. Tamás Vicsek, Anna Zafeiris, Collective motion, Physics Reports, Vol. 517, pp. 71-140, 2012
2. <http://arxiv.org/pdf/1010.5017v2.pdf>
3. Donald L. Koch and Ganesh Subramanian, Collective Hydrodynamics of Swimming Microorganisms: Living Fluids, Annu. Rev. Fluid Mech. 2011. 43:637–59.
4. <http://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev-fluid-121108-145434?journalCode=fluid>
5. Claudio Castellano, Santo Fortunato, Vittorio Loreto, Statistical physics of social dynamics, Rev. Mod. Phys. 81, 591–646 (2009)
6. <http://arxiv.org/abs/0710.3256>
7. Harold P. de Vladar and Nicholas H. Barton, The contribution of statistical physics to evolutionary biology, Trends in Ecology and Evolution August 2011, Vol. 26, No. 8
8. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169534711001108>
9. F. Cucker and S. Smale, Emergent behavior in flocks, IEEE Trans. Aut.Cont. 52, 852--862 (2007).
10. J. A. Carrillo, M. Fornasier, J. Rosado, G. Toscani, Asymptotic Flocking Dynamics for the kinetic Cucker-Smale model, SIAM J. Math. Anal. 42, 218-236, 2010.
11. S. Motsch, E. Tadmor, Heterophilious dynamics enhances consensus, arXiv:1301.4123

12. F. Bolley, J. A. Cañizo, J. A. Carrillo, Mean-field limit for the stochastic Vicsek model, *Appl. Math. Letters* 25, 339-343, 2012
13. P. Degond, S. Motsch, Continuum limit of self-driven particles with orientation interaction, *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 18(1):1193-1215, 2008
14. Pierre Degond, Amic Frouvelle, Jian-Guo Liu, Macroscopic limits and phase transition in a system of self-propelled particles, à paraître dans *J. Nonlinear Sci.*
15. G. Toscani, Kinetic models of opinion formation, arXiv:math-ph/0605052
16. Stéphane Cordier, Lorenzo Pareschi, Giuseppe Toscani, On a kinetic model for a simple market economy, arXiv:math/0412429
17. Guy Barles and Benoit Perthame. Concentrations and constrained Hamilton-Jacobi equations arising in adaptive dynamics. In *Recent developments in nonlinear partial differential equations*, volume 439 of *Contemp.Math.*, pages 57-68. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2007
18. M. J Caceres, J. A. Carrillo, B. Perthame, Analysis of Nonlinear Noisy Integrate and Fire Neuron Models: blow-up and steady states, *J. Math. Neurosciences* 2011.
19. J.-M. Lasry, P.-L. Lions, Mean field games, *Japan J. Math.* 2 (2007) pp. 229--260.
20. Pierre Degond, Jian-Guo Liu, Christian Ringhofer, A Nash equilibrium macroscopic closure for kinetic models coupled with Mean-Field Games, arXiv:1212.6130.

# Quantification des incertitudes dans le contexte environnemental

Clémentine Prieur, Professeur UJF-Grenoble, GdR MASCOT-NUM

## Enjeux environnementaux

Lorsqu'on s'intéresse à la conception, la modélisation et l'analyse de modèles complexes et/ou de modèles de prévision dans un contexte environnemental : changement climatique, systèmes régionaux de prévision pour l'océan et l'atmosphère, évolution de la qualité de l'air et de l'eau, interactions entre agriculture, environnement, et biodiversité... , il faut tenir compte de nombreuses sources d'incertitudes telles que l'incertitude sur les modèles, l'aléa naturel des phénomènes, l'incertitude sur de nombreux paramètres physiques...

Une bonne prise en compte des incertitudes est nécessaire à la compréhension, la prévision et éventuellement au contrôle de tels systèmes.

## Défis mathématiques

Ci-dessous sont listés quelques problèmes spécifiques :

- la dynamique spatio-temporelle est souvent très complexe et difficile à modéliser,
- lorsque les modèles sont discrétisés sur des grilles de plusieurs millions de points, il devient nécessaire de développer des techniques de réduction efficaces (on verra ici l'intérêt d'hybrider les outils déterministes avec des outils stochastiques),
- la réduction de dimension est elle-même source d'erreurs qu'il faut certifier précisément pour l'analyse de sensibilité,
- les entrées et les sorties des modèles sont très souvent fonctionnelles et corrélées, des efforts restent à déployer pour traiter efficacement ce type de problèmes (indices synthétiques, représentation des fonctions sur une base convenable...); on retrouve des enjeux type réduction de la dimension; la dimension effective peut elle-même être faible (approches sparses),
- les incertitudes peuvent impacter le comportement moyen du modèle, mais également certains comportements extrêmes qu'il faut absolument prendre en compte pour protéger l'environnement mais également les populations (pluies extrêmes, crues, tremblements de terre...), des techniques spécifiques doivent encore être développées (filtres particuliers adaptés, théorie du risque multivarié...)

Un aspect clef de cet axe est qu'il nécessite le regroupement de spécialistes de différents domaines des mathématiques appliquées (numériciens, statisticiens, gestion de bases de données), mais aussi des experts des différents champs d'applications impliqués (géophysiciens, biogéochimistes, hydrologues...).

## Modélisation déterministe-stochastique

*Proposition CEMRACS 2013, Nicolas Champagnat, Tony Lelièvre et Anthony Nouy*

L'objectif de ce CEMRACS est de s'intéresser aux modélisations et aux méthodes numériques qui combinent des approches déterministes et des approches stochastiques. Il apparaît en effet que les problèmes relevant de cette double compétence (probabilités, et analyse numérique déterministe) sont de plus en plus nombreux, et les formations des mathématiciens appliqués n'y sont souvent pas bien adaptées. Un des buts du CEMRACS est donc de favoriser des échanges entre diverses communautés de mathématiciens appliqués, autour de problèmes industriels ou de problèmes provenant d'autres champs scientifiques (physique, chimie, biologie).

Cette thématique est actuellement au cœur de nombreuses problématiques industrielles (la propagation des incertitudes, la modélisation à l'échelle moléculaire, etc...), et semble aussi prendre une place de plus en plus importante dans plusieurs champs scientifiques en dehors des mathématiques appliquées (modélisation en biologie, chimie moléculaire, physique statistique computationnelle, etc...).

Nous présentons ci-dessous dans un premier temps, les thématiques applicatives qui seront typiquement au cœur de ce CEMRACS, puis dans un deuxième temps, les aspects méthodologiques que nous aimerions aborder.

### **Modélisation déterministe et stochastique**

#### - Propagation des incertitudes

Du point de vue de la modélisation, de nombreux problèmes qui sont posés naturellement de manière stochastique peuvent être efficacement abordés par des approches déterministes. Un exemple typique est la modélisation et la propagation des incertitudes. Le calcul de la propagation des erreurs dans un modèle est devenu un enjeu important en calcul scientifique. C'est un sujet qui intéresse indéniablement les industriels et les scientifiques de domaines très différents (climatologie, mécanique, finance, ...), et qui ouvre de nouvelles thématiques de recherche pour les mathématiciens appliqués, à l'intersection des méthodes numériques pour les équations aux dérivées partielles, des méthodes de Monte Carlo, et des approches statistiques. Il s'agit aujourd'hui d'un domaine de recherche extrêmement actif, qui permet de confronter divers domaines des mathématiques appliquées traditionnellement disjoints.

La question posée est très simple: les modèles utilisés actuellement sont de plus en plus complexes, souvent non-linéaires, et il est donc difficile de prédire a priori comment des erreurs ou incertitudes sur les paramètres du modèle (les données en entrée) influent sur le résultat (la sortie). Cette problématique générale a été abordée par diverses communautés, en insistant sur différents aspects: l'estimation des événements rares (la fiabilité [11]), les méthodes de réductions de modèle (surface de réponse) pour diminuer les temps de calcul d'évaluation de la sortie et utiliser efficacement des méthodes de Monte Carlo, la modélisation de l'aléa sur les entrées (estimation de la corrélation entre les paramètres aléatoires), le calcul déterministe de la sortie en fonction des données [18] (méthodes issues de la résolution numériques des équations aux dérivées partielles, avec une problématique naturelle de discrétisation des fonctions en grande dimension), pour ne citer que quelques exemples. On renvoie à la revue [28] pour plus de détails sur les approches numériques standards.

Lors de ce CEMRACS, nous aimerions étudier des problèmes industriels autour de cette thématique, notamment en combinant des approches déterministes et stochastiques. On pense par exemple à l'utilisation de modèles réduits obtenus par des approches déterministes pour rendre les méthodes de Monte Carlo plus efficaces.

#### - Modèles en dynamique des populations

Les modèles hybrides, combinant une composante déterministe et une composante aléatoire, interviennent très naturellement en dynamique des populations, du fait notamment de la diversité des échelles impliquées dans les problèmes de biologie des populations. La composante aléatoire peut intervenir au niveau de l'individu (modèles individu-centrés, ou multi-agents), soit au niveau des densités de populations dans le cas de grands effectifs (EDP stochastiques, ou diffusions à valeur mesure). On peut citer trois contextes applicatifs parmi beaucoup d'autres:

- ▶ Afin d'étudier la dynamique adaptative de populations sujettes à l'évolution darwinienne, il est naturel de décrire la dynamique des effectifs de façon déterministe, et la dynamique des mutations et de leur invasion de façon aléatoire [26, 10].
- ▶ En écologie des communautés, la modélisation des interactions entre espèces et des individus avec leur environnement (climat, ressources, prédation, niches écologiques...), en tenant compte des variabilités spatiales ou temporelles, est par exemple indispensable à l'étude de la colonisation spatiale, l'évolution adaptative ou le maintien de la biodiversité [27]. Dans ce contexte, les espèces abondantes peuvent être modélisées de façon déterministe, tandis que les espèces en faible effectif ou dont la répartition spatiale est soumise à de fortes variations, sont modélisées de façon aléatoire.
- ▶ En épidémiologie, lorsque l'on souhaite modéliser la propagation d'une épidémie humaine à grande échelle un rôle crucial est joué par les déplacements à longue distance par avion, qui ne concernent qu'une petite fraction de la population. Dans ce contexte, il est nécessaire de modéliser de façon déterministe les déplacements et les contacts locaux, et de façon aléatoire les déplacements à grande échelle [2].

De plus, les incertitudes sur les paramètres des modèles, voire sur la nature des interactions entre individus, dues à la difficulté d'obtention de données ou à la complexité des phénomènes biologiques, appellent une prise en compte de la propagation d'incertitudes dans les modèles. Quoiqu'encore peu utilisée aujourd'hui, cette approche est certainement amenée à se développer fortement dans le futur.

Lors de ce CEMRACS, l'étude de tels modèles pourrait par exemple être menée dans le cadre du contrôle de procédés d'épuration d'eau, où des bactéries sont utilisées pour l'élimination des composés carbonés. Ces techniques impliquent un grand nombre d'espèces bactériennes d'abondances variables.

### **Approches mathématiques et méthodes numériques**

#### - Méthodes de Monte Carlo avancées

Nous avons évoqué dans le paragraphe précédent de nombreuses questions qui nécessitent le développement de nouvelles techniques d'échantillonnage. Par exemple, la problématique de la simulation des événements rares [4] est au cœur des problèmes de fiabilité, ou des difficultés liées à la métastabilité en dynamique moléculaire [24]. Il nous semble qu'aborder cette problématique de manière transversale pourrait permettre un échange fructueux entre les différents domaines où ce problème a été traité, par des approches très différentes.

Il reste par ailleurs de nombreuses questions méthodologiques qui sont cruciales, et essentiellement ouvertes. Par exemple, comment échantillonner efficacement un état stationnaire multimodal d'une dynamique markovienne non réversible ? Les approches classiques (biaisage et échantillonnage d'importance, ou bien conditionnement et échantillonnage sous contraintes) ne s'appliquent plus. Un autre exemple est donné par l'échantillonnage de trajectoires: comment générer efficacement des trajectoires d'un état métastable à un autre ? Il s'agit ici de comprendre la dynamique de phénomènes métastables. Un dernier exemple concerne les techniques de réduction de modèle [23]. Comment obtenir des modèles réduits sur quelques degrés de liberté, à partir d'un modèle complet en très grande dimension ? Cette problématique est intéressante du point de vue de la modélisation d'une part (un

modèle en petite dimension est plus simple à comprendre) et du point de vue numérique d'autre part (on peut utiliser le modèle réduit pour accélérer la simulation du modèle complet).

- Équations aux dérivées partielles stochastiques

La thématique des équations aux dérivées partielles stochastiques (EDPS) nécessite, par essence, des compétences croisées entre équations aux dérivées partielles et probabilités. Il s'agit d'un domaine très actif, à la fois sur les aspects théoriques (ergodicité, cadre fonctionnel adéquat pour les EDPS non-linéaires) et sur les aspects numériques (discrétisation efficace, analyse numérique des schémas) [22].

Lors de ce CEMRACS, nous aimerions attirer quelques chercheurs sur cette thématique, car ils pourraient naturellement interagir avec les autres participants. Les EDPS apparaissent naturellement dans de nombreux problèmes de modélisation, par exemple en dynamique des populations (étude de la colonisation ou de l'extinction d'une population spatialement structurée en écologie [17], ou bien populations sujettes à l'évolution de traits continus en génétique des populations [14, 9]) ou en dynamique moléculaire (génération de trajectoires réactives selon la distribution stationnaire d'une EDPS par exemple).

- Problèmes en grande dimension

Des problèmes de grande dimension apparaissent naturellement dans la modélisation et la quantification des incertitudes (équations aux dérivées partielles en grande dimension, équations aux dérivées partielles paramétrées) mais aussi dans les problèmes d'apprentissage statistique. Récemment, un intérêt croissant a été porté aux méthodes de construction de bases d'approximation adaptées à la représentation de fonctions de grande dimension. Les méthodes d'approximation creuse partent classiquement d'une base d'approximation dans laquelle la fonction à représenter admet potentiellement une représentation creuse [6, 15, 30, 13]. Elles utilisent alors des définitions des approximations qui permettent leur calcul avec une information limitée sur le modèle (par régression, interpolation, ...) ou des méthodes de projection adaptées présentant une complexité réduite. De nombreux récents développements s'intéressent à l'utilisation de méthodes d'approximation non linéaire pour la construction (greedy ou non greedy) de bases réduites choisies dans des ensembles particuliers de fonctions [3, 29, 12, 5, 31]. Ces ensembles de fonctions doivent avoir de bonnes propriétés d'approximation et doivent être paramétrables par un faible nombre de paramètres afin de traiter des problèmes de grande dimension. Des ensembles de fonctions exploitant la structure produit tensoriel des espaces de fonction ont récemment reçu une attention particulière [7, 21, 16, 20]. L'intérêt de ces approches est de permettre l'approximation de fonctions en très grande dimension avec une complexité relativement faible.

De nombreuses difficultés restent cependant à surmonter pour l'analyse de ces méthodes et le développement d'algorithmes pour une large classe de modèles. Nous aimerions aborder en particulier la problématique de la propagation des incertitudes dans les modèles régis par des EDP. Dans ce contexte, il se pose notamment la question du choix des formats d'approximation optimaux pour une classe d'application donnée, et du développement d'algorithmes pour la construction des algorithmes. Un véritable enjeu industriel consiste à développer des algorithmes de construction utilisant des codes de calcul en boîte noire.

Un des objectifs de ce CEMRACS est de rassembler des chercheurs de différentes sensibilités (apprentissage statistique, signal, analyse numérique) afin d'aborder avec un regard nouveau les problèmes de grande dimension dans le calcul scientifique.

## References

1. A. Anantharaman, R. Costaouec, C. Le Bris, F. Legoll, and F. Thomines. Introduction to numerical stochastic homogenization and the related computational challenges: some recent developments.

- volume 22 of Lecture Notes Series, pages 197–272. Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore, 2011.
2. P. Bajardi, C. Poletto, J.J. Ramasco, M. Tizzoni, V. Colizza, and A. Vespignani. Human mobility networks, travel restrictions, and the global spread of 2009 h1n1 pandemic. *PLOS One*, 6(1):e16591, 2011.
  3. A.R. Barron, A. Cohen, W. Dahmen, and R.A. DeVore. Approximation and learning by greedy algorithms. *Ann. Statist.*, 36(1):64–94, 2008.
  4. J.A. Bucklew. *Introduction to Rare Event Simulation*. Springer-Verlag, 2004.
  5. A. Buffa, Y. Maday, A. Patera, C. Prud'homme, and G. Turinici. A priori convergence of the greedy algorithm for the parametrized reduced basis method. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 46:595–603, 2012.
  6. H-J. Bungartz and M. Griebel. Sparse grids. *Acta. Numer.*, 13:147–269, 2004.
  7. E. Cancès, V. Ehrlicher, and T. Lelièvre. Convergence of a greedy algorithm for highdimensional convex nonlinear problems. *Mathematical Models & Methods In Applied Sciences*, 21(12):2433–2467, 2011.
  8. F. Cérou, A. Guyader, T. Lelièvre, and D. Pommier. A multiple replica approach to simulate reactive trajectories. *J. Chem. Phys.*, 134:054108, 2011.
  9. N. Champagnat, R. Ferrière, and S. Méléard. Unifying evolutionary dynamics: From individual stochastic processes to macroscopic models. *Theor. Pop. Biol.*, 69:297–321, 2006.
  10. Nicolas Champagnat and Sylvie Méléard. Polymorphic evolution sequence and evolutionary branching. *Probab. Theory Related Fields*, 151(1-2):45–94, 2011.
  11. C. Coccozza-Thivent. *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*. Springer, 1997.
  12. A. Cohen, R. DeVore, and C. Schwab. Convergence rates of best n-term galerkin approximations for a class of elliptic spdes. *FOUNDATIONS OF COMPUTATIONAL MATHEMATICS*, 10(6):615–646, 2010.
  13. A. Doostan and H. Owhadi. A non-adapted sparse approximation of pdes with stochastic inputs. *Journal of Computational Physics*, 230(8):3015–3034, 2011.
  14. A. M. Etheridge. Survival and extinction in a locally regulated population. *Ann. Appl. Probab.*, 14(1):188–214, 2004.
  15. C.G. Webster F. Nobile, R. Tempone. A sparse grid stochastic collocation method for partial differential equations with random input data. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 46(5):2309–2345, 2007.
  16. A. Falco and A. Nouy. Proper Generalized Decomposition for nonlinear convex problems in tensor Banach spaces. *Numerische Mathematik*, (2012).
  17. Nicolas Fournier and Sylvie Méléard. A microscopic probabilistic description of a locally regulated population and macroscopic approximations. *Ann. Appl. Probab.*, 14(4):1880–1919, 2004.
  18. R.G. Ghanem and P.D. Spanos. *Stochastic finite elements: a spectral approach*. Springer-Verlag, 1991.
  19. A. Gloria and J.-C. Mourrat. Spectral measure and approximation of homogenized coefficients. *Probab. Theory Related Fields*, 2012. To appear.
  20. W. Hackbusch. *Tensor Spaces and Numerical Tensor Calculus*, volume 42 of *Series in Computational Mathematics*. Springer, 2012.
  21. Boris N. Khoromskij and Christoph Schwab. Tensor-structured galerkin approximation of parametric and stochastic elliptic pdes. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 33(1):364–385, 2011.
  22. O. P. Le Maître and O. M. Knio. *Spectral Methods for Uncertainty Quantification With Applications to Computational Fluid Dynamics*. Scientific Computation. 2010.
  23. F. Legoll and T. Lelièvre. Effective dynamics using conditional expectations. *Nonlinearity*, 23:2131–2163, 2010.
  24. T. Lelièvre. Two mathematical tools to analyze metastable stochastic processes. <http://arxiv.org/abs/1201.3775>.
  25. T. Lelièvre, M. Rousset, and G. Stoltz. *Free energy computations: A mathematical perspective*. Imperial College Press, 2010.
  26. J. A. J. Metz, S. A. H. Geritz, G. Meszéna, F. J. A. Jacobs, and J. S. van Heerwaarden. Adaptive dynamics, a geometrical study of the consequences of nearly faithful reproduction. In *Stochastic and spatial*

- structures of dynamical systems (Amsterdam, 1995), Konink. Nederl. Akad. Wetensch. Verh. Afd. Natuurk. Eerste Reeks, 45, pages 183–231. North-Holland, Amsterdam, 1996.
27. Peter J. Morin. *Community Ecology*. Wiley-Blackwell Press, Malden, 1999.
  28. A. Nouy. Recent developments in spectral stochastic methods for the numerical solution of stochastic partial differential equations. *Arch. Comput. Method. E.*, 16(3):251–285, 2009.
  29. G. Rozza, D. B. P. Huynh, and A. T. Patera. Reduced basis approximation and a posteriori error estimation for affinely parametrized elliptic coercive partial differential equations. *Archives of Computational Methods In Engineering*, 15(3):229–275, 2008.
  30. C. Schwab and C. Gittelsohn. Sparse tensor discretizations of high-dimensional parametric and stochastic pdes. *Acta Numerica*, 20:291–467, 2011.
  31. V.N. Temlyakov. Greedy approximation. *Acta Numerica*, 17:235–409, 2008.

# Risques environnementaux : méthodes stochastiques pour l'analyse des valeurs extrêmes ou rares

*Clémentine Prieur, Professeur UJF-Grenoble, GdR MASCOT-NUM*

## Enjeux environnementaux

Les outils stochastiques pour l'analyse du risque doivent être en mesure de fournir un moyen de déterminer à la fois l'intensité et la probabilité d'occurrence de phénomènes dommageables tels que les crues extrêmes, les inondations, les séismes ou les avalanches par exemple. Il est important d'être capable d'élaborer des méthodologies efficaces permettant de prévenir les risques naturels, notamment par la construction d'ouvrages de protection ou par la mise en œuvre d'une politique d'occupation des sols appropriée. Plusieurs mesures de risque ont été proposées et étudiées dans le cadre univarié. La plus répandue est sans doute la notion de période de retour, définie comme le temps moyen entre deux occurrences d'un phénomène extrême. On peut également étudier la fonction moyenne des excès qui correspond à la somme des excès dépassant un certain seuil élevé.

## Défis mathématiques

- Enjeux en risque univarié :  
Il n'est pas rare de voir apparaître des non stationarités dans les séries temporelles. Ces non stationarités ont pour conséquence de rendre la notion de période de retour ambiguë. La notion de risque univarié nécessite d'être repensée dans ce contexte.
- L'étude du risque univarié suppose l'existence d'un unique facteur risque. Cette hypothèse est rarement réaliste. Par exemple, la crue d'un cours d'eau peut être décrite par sa durée, son volume et sa pointe, elle peut également être influencée par ce qui se passe au niveau des cours d'eau voisins. Il apparaît donc important de s'attarder sur la notion de risque multivarié.
- Enjeux en risque multivarié :
  - ▶ définir des mesures de risque ayant du sens,
  - ▶ développer des techniques d'estimation de ces mesures pour des niveaux de risque extrêmes.
- Définir les mesures de risques :  
Certains phénomènes sont extrêmes parce qu'ils sont conjointement de longue durée, d'étendue spatiale importante. L'exemple de la canicule de 2003 est un exemple frappant. Ce phénomène est extrême parce qu'il s'est produit sur une longue période, sur une large échelle spatiale, avec une forte intensité diurne et surtout nocturne des températures. Définir une mesure de risque capable de prendre en compte cette conjonction de caractéristiques est également un enjeu important.

### 3. Mathématiques du numérique

Méthodes mathématiques et numériques pour la modélisation de l'océan/atmosphère

Florian Lemarié, INRIA -LJK, Grenoble

#### Enjeux environnementaux

La prévision à court ou long terme de l'évolution du système climatique (global et local) est au centre d'enjeux socio-économiques majeurs. La compréhension de la circulation océanique et atmosphérique est nécessaire aussi bien à l'échelle de la planète pour étudier les effets à long terme de l'évolution du climat, qu'à l'échelle régionale/côtière pour prédire localement des événements extrêmes notamment (e.g. ; les cyclones, les surcotes/décotes, les vagues "scélérates" etc). Cette nécessité s'est traduite par la mise en place de nombreux centres opérationnels (ECMWF, Météo France, MERCATOR-Océan) et projets internationaux (GIEC, CORDEX, AMMA, VOCALS, consortium TASK (CNRS-IRD-PNUE)) dont il est attendu qu'ils aient un fort relai vers les politiques pour organiser la prévention des risques actuels et futurs.

#### Contraintes de modélisation

La modélisation des écoulements géophysiques doit tenir compte des particularités de la dynamique observée ; parmi celles-ci, nous pouvons déjà évoquer l'influence de la rotation de la terre ainsi que de la stratification. L'océan et l'atmosphère sont des milieux stratifiés-tournants dont les nombres de Reynolds associés sont gigantesques si bien qu'il est informatiquement totalement inenvisageable de calculer exactement toutes les échelles de l'écoulement. La variabilité atmosphérique et océanique s'étend sur une très large gamme d'échelles de la micro-échelle  $O(10^{-3}m, 10^{-3}s)$  à l'échelle globale  $O(10^7m, 10^{10}s)$ . Les interactions entre échelles, qui sont très fortes quelle que soit la partie du spectre que l'on considère, doivent être représentées si l'on souhaite simuler des écoulements de façon réaliste. Par conséquent, un modèle, dont la résolution est finie, devra inclure les interactions avec les échelles non-résolues de l'écoulement. Ces interactions sont calculées par des fermetures turbulentes qui correspondent à des paramétrisations sous-mailles plus ou moins empiriques. Ajoutons à cela que les fluides géophysiques sont contraints par la présence de frontières complexes (e.g. ; les côtes, montagnes ou fonds marins complexes) ce qui nécessite de nombreuses adaptations à fournir aux modèles et méthodes classiques de la mécanique des fluides. À titre d'exemples, la présence de côte a un impact direct sur l'ordre des schémas numériques utilisables, la bathymétrie/topographie accidentée imposera de s'intéresser aux erreurs de troncatures dans le calcul du gradient de pression, la stratification (problème de mélange diapycnal) et la cascade direct et inverse d'énergie entre échelles (propriétés de conservation et de dissipation des schémas) sont des contraintes fortes lorsque l'on conçoit des schémas d'advection pour les traceurs et la dynamique, etc.

#### Les outils de modélisation

Pour répondre à ces différents besoins sociétaux, les modèles numériques de l'océan et de l'atmosphère sont utilisés pour une large gamme d'applications sur des échelles spatio-temporelles très variées. Historiquement, deux grandes familles de modèles se distinguent : les modèles de circulation générale (GCM), conçus pour étudier la circulation à l'échelle globale avec des résolutions relativement grossières sur des échelles de temps longues, et les modèles régionaux (mésos et submésos-échelles) pour des études locales à haute résolution plus ponctuelles. Cette dichotomie s'est d'ailleurs ancrée jusque dans la communauté scientifique où la communauté climat et la communauté de modélisation régionale forment deux branches distinctes.

Schématiquement, un modèle numérique peut être vu comme l'union d'un cœur numérique, (idéalement) développé par les mathématiciens, et d'un jeu de paramétrisations des effets sous-maille, conçu par les physiciens, qui partagent un cadre informatique commun. La grande diversité dans les applications se retranscrit dans la diversité des modèles utilisés au sein de la communauté scientifique française. Le cœur numérique et les paramétrisations physiques de chaque modèle sont conçus pour être performants pour certains types de processus et/ou échelles caractéristiques cibles. Les modèles dont tout ou partie des développements numériques se font en France sont les suivants :

- Atmosphère : AROME/MESO-NH/Aladin/Arpège (Météo France), LMDZ/DYNAMICO (DYNAMical core on ICOSahedral Grid) (CNRS-LMD) , MAR (CNRS-LGGE). On peut ajouter à cette liste le modèle WRF (NCAR) développé principalement aux Etats-Unis mais largement utilisé au sein de la communauté française.
- Océan : HYCOM (SHOM), MARS (IFREMER), NEMO (CNRS-LOCEAN), ROMS (IRD/INRIA), SNH2012 (CNRS-LA), T-UGOm (CNRS-LEGOS).

Ces modèles se distinguent principalement par leurs hypothèses simplificatrices au niveau continu (équations primitives vs. Navier-Stokes compressible/incompressible/(quasi-)anélastique), leurs choix de coordonnées verticales (géopotentielle vs. pression vs. suivi de terrain vs. coordonnées hybrides ALE), leurs grilles horizontales (structuré vs. non-structuré vs. spectral), leurs algorithmes de discrétisation espace-temps (volumes finis vs. éléments finis vs. méthodes spectrale, ordre de précision, propriétés de monotonie et/ou de conservation) ainsi que dans leurs choix de paramétrisations physiques. Le développement de ces différents modèles est en perpétuelle évolution car la complexité des applications cible est elle-même en constante évolution. Dans la liste précédente, Arpège, LMDZ et NEMO sont des modèles globaux de climat utilisés par la communauté française pour contribuer aux simulations du GIEC (projet CMIP).

### **Fonctionnement actuel entre communautés**

Dans le paragraphe précédent, il est mentionné que le cœur numérique des modèles devrait idéalement être le fruit du travail des mathématiciens. Cependant, cette approche n'est pas celle qui a été suivie lors du développement de la grande majorité (voire la totalité) des modèles. En effet, ce sont essentiellement des physiciens, qui se sont formés aux méthodes numériques sur le tas, qui ont conçu les cœurs numériques usuels. Pour expliquer cela, on peut avancer plusieurs raisons :

- Les modèles développés dans la communauté le sont sous la « tutelle » d'instituts de physique (e.g., INSU, IRD, etc) qui ne comptent donc aucun mathématicien parmi leurs effectifs. Dans ce contexte, le plus gros de la tâche du développement de modèles incombe aux Ingénieurs de Recherche rattachés à ces instituts. Ce type d'approche revient à considérer que la mise au point d'un modèle numérique relève de l'ingénierie et non de la recherche, ce qui est une vue extrêmement discutable.
- Du fait de la complexité de l'océan/atmosphère, une connaissance assez poussée du « fonctionnement » de ces fluides est requise pour développer des schémas numériques pertinents. Historiquement, dans la communauté française tout du moins, il a été implicitement considéré que l'approche la plus pragmatique était pour les physiciens de se former au numérique plutôt que de sensibiliser les mathématiciens aux spécificités de l'océan et de l'atmosphère.

Les deux raisons avancées précédemment pointent vers une origine commune : le cloisonnement des physiciens et des mathématiciens dans des sections ou instituts qui interagissent peu, voire pas. La pénurie de postes actuelle n'a fait que renforcer ce cloisonnement car les candidats avec des profils « transverses » sont souvent relégués au profit de candidats mieux « formatés » pour une section donnée. On pourrait aisément imaginer que des recrutements transverses (e.g. ; section CNRS 41 pour 19 et/ou poste fléché section 19 en numérique) permettraient de significativement faire avancer les choses.

Quelles qu'en soient les raisons profondes, les conséquences de ce cloisonnement sont visibles notamment dans le retard de la communauté française en terme de développement de modèles sur maillages non-structurés. Les interactions entre mathématiciens et physiciens sur la problématique de l'océan et de l'atmosphère sont encore sporadiques et le dialogue souvent long à installer. Cependant, des initiatives récentes vont dans la bonne direction : contrats communs INRIA-IRD et INRIA-Ifremer/Previmer, action LEFE-MANU, projet ANR COMODO, etc ..

### Enjeux futurs pour les modèles

Une tendance forte actuellement avec l'avènement des super-calculateurs est d'augmenter encore et toujours la résolution des modèles. Par conséquent, de nombreux modèles numériques d'océan et d'atmosphère sont maintenant utilisés pour des applications très différentes de celles pour lesquelles ils ont été originellement conçus. Cela soulève un certain nombre de défis :

- Les modèles globaux vont prochainement atteindre des résolutions pour lesquelles les modèles régionaux ont été développés. Ceci va nécessiter de réexaminer en profondeur les choix numériques adoptés par ces modèles et définis comme le standard pour la communauté climat. De plus, une augmentation de la résolution se traduit par des non-linéarités plus marquées et des interactions plus fortes entre échelles qui rendent les modèles plus sensibles aux choix numériques. Conjointement, les processus paramétrés, par exemple ceux associés aux nuages, sont fortement dépendant des échelles. Par conséquent, les schémas de paramétrisation des modèles globaux à haute-résolution doivent se comporter très différemment de ceux développés pour la basse-résolution. De leur côté, les modèles régionaux commencent à être activement utilisés pour la régionalisation de scénarii climatiques sur des échelles de temps très longues très différentes des échelles habituellement traitées avec ces modèles. Le fossé de résolution en espace et en temps entre la communauté climat et la communauté régionale tend à se réduire, ce qui plaide pour un rapprochement progressif de ces deux branches.
- L'augmentation de la résolution affecte également la formulation des modèles au niveau continu, notamment pour les modèles régionaux hydrostatiques d'océan. En effet, à des résolutions de l'ordre de quelques dizaines de mètres, les effets quasi-hydrostatiques et non-hydrostatiques (voire de compressibilité) ne sont plus négligeables, ce qui nécessite de revisiter les hypothèses simplificatrices à l'origine de ces modèles.
- Les modèles numériques vont évoluer dans leur complexité en intégrant à leur cœur dynamique/physique des composantes de biogéochimie marine, sédiments/morphodynamique ou de chimie atmosphérique et leurs interactions. De plus, en domaine côtier, l'effet des vagues et les bancs découvrants devront être pris en compte. Pour les modèles globaux, les interactions atmosphère/glace continentale/glace de mer/océan jouent un rôle clé pour le climat.
- Bien que considéré avant tout comme un problème de physiciens, la formulation des paramétrisations physique sous-maille doit de plus en plus être considérée comme un sujet d'intérêt par la communauté des mathématiciens en collaboration avec les physiciens. Tout d'abord, les méthodes d'estimation de paramètres peuvent être d'une grande aide dans la conception de paramétrisations (cf x III.1.1.a), ainsi que les approches stochastiques. L'étude mathématique des interactions paramétrisations/dynamiques notamment en terme de régularité et existence/unicité des solutions et de maintien de certaines propriétés de conservation pourrait être instructive pour rendre les formulation des paramétrisations mieux posées. De plus, des modèles numériques tels que des modèles Large Eddy Simulation (LES) peuvent être utilisés soit directement dans les modèles sous forme de "super-paramétrisation" ou bien comme aide à la conception de schémas de paramétrisation. Enfin, comme mentionné précédemment, la mise en place de paramétrisations « scale-aware » est un enjeu crucial et un prérequis incontournable à l'utilisation de modèles définis sur maillages non-structurés à multi-résolution.

Dans une optique d'amélioration des modèles numériques, notons cependant que la tendance qui consiste à systématiquement aller vers une augmentation de la résolution des modèles dès que de la puissance de calcul est disponible peut être discutable. Lorsque l'on modélise des fluides aussi complexes que l'océan et l'atmosphère, accroître la résolution n'assure en rien que la solution physique obtenue sera qualitativement meilleure. Il serait très instructif, par exemple, d'utiliser cette puissance de calcul à une résolution fixe soit pour augmenter la complexité des méthodes numériques soit pour évoluer vers des approches statistiques (cf x III.1.2.a). L'amélioration des modèles numériques passe aussi par le développement systématique d'exercices d'inter-comparaisons dans des cas plus ou moins idéalisés afin d'évaluer objectivement les mérites et les défauts des différents choix numériques et physiques qui sont adoptés.

## Défis mathématiques

Les enjeux futurs pour les modèles d'océan et d'atmosphère se projettent sur un certain nombre de défis mathématiques qui peuvent se décomposer en deux grandes parties :

- Analyse mathématique
  - ▶ Hypothèses de modélisation : choix des simplifications que l'on peut apporter aux équations en fonction des applications que l'on considère. Le système complet de départ correspond aux équations RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Les questions importantes pour les modèles d'atmosphère concernent principalement la prise en compte des effets compressibles (compressible vs. hypothèse (quasi)-anélastique). Pour les modèles d'océan, la prise en compte des effets non-hydrostatiques et des effets de compressibilité sont les sujets sensibles. Les hypothèses de modélisation influent directement sur les méthodes numériques utilisées en aval.
  - ▶ Propriétés de conservation : l'analyse des équations de départ des modèles permet d'identifier des invariants. Ces invariants peuvent ensuite être utilisés pour la conception de schémas numériques les conservant. Ces invariants sont généralement différents en fonction des hypothèses de modélisation.
  - ▶ Schémas de paramétrisation : la formulation mathématique des schémas de paramétrisation peut parfois être assez empirique et compromettre la régularité des solutions et la convergence des modèles avec la résolution. L'étude mathématique des schémas de paramétrisation pourrait permettre de dégager un certain nombre de critères assurant le bon comportement de ces schémas.
- Méthodes numériques
  - ▶ Hétérogénéité horizontale : la dynamique atmosphérique et océanique modélisée présente de fortes hétérogénéités spatio-temporelles. Lorsque l'on utilise une résolution constante en tout point du globe, des processus fondamentaux à petites échelles, ainsi que la position de la ligne de côte, sont représentés de manière très imprécise. Pour les modèles en grille structurée, la solution serait de passer par des maillages composites (e.g. ; overlapping composite grids, quad/octree) et/ou de gérer la ligne de côte via des méthodes de type cut-cells ou de frontières immergées pour éviter la représentation en marches d'escaliers de la côte. Les modèles 3D d'océan et d'atmosphère (autres que les modèles côtiers de type Saint-Venant) sur grilles non-structurées n'ont encore pas atteint le stade de maturité des modèles structurés. Cependant, des avancées récentes justifient de pousser plus loin la réflexion dans cette direction. L'utilisation de maillages icosaédriques est très en vogue actuellement pour les modèles globaux d'atmosphère afin d'éviter les singularités du maillage aux pôles. Ceux-ci sont, pour le moment, essentiellement configurés avec une résolution constante.
  - ▶ Coordonnées verticales : le choix de la coordonnée verticale a généralement un impact important sur la solution physique des modèles notamment en cas de topographie accidentée ou de forte stratification (e.g. ; le problème de mélange diapycnal dans l'océan). Chaque système de coordonnée présente ses avantages et ses inconvénients suivant le type de processus que l'on souhaite modéliser. Une tendance forte actuellement est d'essayer de tirer les avantages de plusieurs systèmes de coordonnées dans un seul système hybride. La conception de ce type de coordonnée hybride

s'appuie généralement sur des méthodes ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian). Des problèmes théoriques et pratiques se posent encore actuellement avec ce type d'approche qui nécessite une recherche active dans ce sens.

- ▶ Décomposition en modes lents/rapides : les modèles d'océan et d'atmosphère qui relâchent la contrainte d'incompressibilité se retrouvent confrontés au problème de la propagation des ondes acoustiques. La rapidité de ces ondes impose une contrainte forte sur le pas de temps si des schémas explicites en temps sont utilisés. Actuellement, il y a trois types de méthode pour traiter le mode acoustique rapide : split-explicit, implicite ou IMEX (i.e. semi-implicite). Les méthodes IMEX et implicites nécessitent des solveurs de type Helmholtz ou Poisson à chaque pas de temps. Ces solveurs peuvent parfois poser des problèmes de scalabilité dans un contexte HPC. Pour le moment, il n'y a pas de choix clair qui se dégage entre ces différentes approches en terme d'impact sur la solution physique et les différences majeures semblent se trouver au niveau de la scalabilité de ces méthodes.
- ▶ Schémas espace-temps : une très grande variété de schémas numériques est utilisée dans les modèles. Ces schémas se discriminent en fonction de leur approche (eulérienne vs semi-lagrangienne), de leurs propriétés de conservation (conservation de l'énergie, vorticité potentielle et/ou de l'enstrophie), de leur ordre de précision (ordres 1 à 5) et de leurs propriétés de monotonie, positivité ou TVD (notamment pour les traceurs (biogéo)-chimiques). Il est assez compliqué d'avoir une idée claire des choix les plus appropriés. Le développement de méthodes et outils diagnostiques d'évaluation des propriétés de dispersion/dissipation des différentes approches serait nécessaire pour rationaliser ces choix. De plus, la mise en place de méthodologies d'étude des schémas numériques au plus près des conditions dans lesquelles ils sont utilisés en pratique (i.e. étude espace-temps en présence de nonlinéarités) serait d'une grande aide. Des propriétés supplémentaires (e.g. de capture de chocs) pourraient être requises pour certaines études.
- ▶ Modélisation non-hydrostatique / LES : les modèles numériques non-hydrostatiques de l'océan et de l'atmosphère peuvent théoriquement être utilisés pour simuler directement la turbulence sans choix arbitraires de paramétrisations. Dans ce cas, les paramétrisations sous-maille des modèles RANS sont remplacées par des filtres passe-bas pour ainsi permettre des simulations de type LES. Ce genre de simulation peut permettre d'accroître notre connaissance des fluides stratifiés-tournants et par conséquent serait potentiellement très utile pour concevoir ou revisiter des paramétrisations sous-maille.

### Initiatives en cours afin d'encourager les échanges

Afin d'aborder de la manière la plus efficace possible les différents enjeux mentionnés ci-dessus un exemple d'approche communautaire structurante est celui du projet ANR COMODO<sup>6</sup> (COmmunauté de MODélisation Océanographique). La communauté française de modélisation de l'océan s'est structurée depuis 2011 autour de ce projet qui regroupe l'ensemble des modélisateurs qui contribuent au développement d'un code numérique d'océan aussi bien global que régional. Ce projet a pour objectif :

- d'encourager les échanges au sein de la communauté,
- de mettre en place les éléments permettant la validation / l'intercomparaison des modèles via des cas-tests idéalisés définis en accord avec les physiciens,
- de mettre en commun les moyens humains pour les développements informatiques et numériques lourds et de favoriser l'émergence d'un ensemble d'outils communs,
- de définir les contours des évolutions nécessaires pour les modèles de futur génération.

---

<sup>6</sup> <http://indi.imag.fr/wordpress/>

Aux Etats-Unis, un projet très similaire a été mis en place en 2012 au sein de la communauté des atmosphériciens : le projet DCMIP<sup>7</sup> (Dynamical Core Model Intercomparison Project).

Sous l'égide de LEFE-MANU, une journée « cœurs numériques des modèles atmosphériques et océaniques »<sup>8</sup> a eu lieu en octobre 2012 afin d'amorcer un dialogue entre les communautés françaises de modélisateurs de l'océan et de l'atmosphère. Cette journée a débouché sur la mise en place en commun d'une formation « modélisation des fluides géophysiques » qui sera offerte par l'école doctorale de Grenoble fin 2013.

---

<sup>7</sup> <http://www.earthsystemcog.org/projects/dcmip/>

<sup>8</sup> [http://www-ljk.imag.fr/LEFE\\_MANU/Actualities//1342184723406\\_/CoeursNumeriques\\_Annonce.pdf](http://www-ljk.imag.fr/LEFE_MANU/Actualities//1342184723406_/CoeursNumeriques_Annonce.pdf)

## Prévention et gestion des risques liés aux écoulements peu profonds/non stratifiés

Collaboration Bureau du GdR EGRIN (C. Berthon, F. Bouchut, S. Cordier, A. Mangeney, J. Sainte-Marie, R. Touzani)

### Descriptif et enjeux

La préservation de l'environnement, la prévention et la maîtrise des impacts des risques naturels sont au cœur d'enjeux socio-économiques majeurs. L'importance de ces risques naturels (mais aussi les risques technologiques) a été souligné dans la déclaration du G-Science 2012 (qui regroupe 15 académies des sciences) et a été évalué à 200 milliards de \$ par an !<sup>9</sup>

Les écoulements non stratifiés ou gravitaires (dans lesquels la gravité intervient) interviennent dans de nombreuses catastrophes naturelles (inondations, coulée de boue, de lave, tsunami) mais aussi pour décrire des phénomènes moins violents mais importants sur la qualité de l'eau et des sols.

L'obtention de bons modèles adaptés aux phénomènes physiques étudiés, simulés efficacement et validés est un enjeu important pour la communauté des mathématiciens appliqués. C'est l'objectif que se fixe le GdR EGRIN.

### État de l'art

La modélisation (obtention de systèmes d'équations, dérivation de modèles simplifiés, justification des liens entre différentes approches) et les méthodes numériques adaptées ont fait des progrès spectaculaires dans les dernières années. Citons par exemple les schémas « équilibrés » qui permettent de préserver les états d'équilibres (lac au repos par exemple) ou la positivité de la hauteur d'eau, propriétés physiquement évidentes, mais que les schémas numériques « usuels » ne vérifient pas en général, ce qui est, outre les inconvénients pour l'analyse mathématique de ces méthodes, très gênant pour l'utilisation de ces codes (problèmes d'instabilités) et la confiance que l'on peut apporter aux résultats de simulations numériques (susceptibles de fournir des résultats physiquement non réalistes). Ces avancées ne sont pourtant qu'assez peu connues en dehors de la communauté mathématique et très rarement implémentées dans les codes opérationnels, ceux utilisés pour la prédiction et l'évaluation des risques.

Notons également que, dans de nombreux cas, l'évaluation des risques est basée principalement sur l'analyse statistique d'événements passés, ce qui ne permet pas d'anticiper des situations radicalement nouvelles. Par exemple, les services de prévisions d'inondations sont basés sur la mesure des crues passées, ce qui ne permet pas de tenir compte par exemple de l'évolution de l'aménagement du territoire (les sols urbanisés n'ayant pas les mêmes caractéristiques que les sols agricoles, plus perméables) ou des risques liés à des constructions humaines (rupture de barrage hydraulique par exemple) ou des événements météo extrêmes, liés au changement climatique. La prévision d'une crue centenaire basée uniquement sur les événements passés (assez rares heureusement par définition) pour lesquels les données sont donc peu nombreuses (et alors que la situation a fortement évoluée) paraît donc assez peu fiable. Les simulations numériques décrivant directement le phénomène en y intégrant la situation (voire imaginer des situations futures pour évaluer l'impact de changement dans la carte d'occupation des sols par ex.) permettent d'apporter des réponses complémentaires. Pour les événements rares/extrêmes, soulignons l'importance de bâtir des scénarii réalistes avec les acteurs de terrain (géophysiciens, hydrologues,...) permettant de réaliser des simulations a priori.

### Problématiques mathématiques

---

<sup>9</sup> Voir par exemple la présentation par Ghislain de Marsily sur le site de l'académie [www.canalacademie.com/ida9022-15-Academies-des-sciences-adressent-une-declaration-commune-au-G20.html](http://www.canalacademie.com/ida9022-15-Academies-des-sciences-adressent-une-declaration-commune-au-G20.html)

La réalisation de simulations fiables pose de nombreuses questions de modélisation (comment choisir le « bon » modèle souvent connu de façon empirique et validé dans un cadre restreint, comment intégrer la complexité extrême des situations, par exemple d'un point de vue géométrique, de la variabilité (spatiale) des paramètres des modèles qui sont d'ailleurs très souvent connus que d'une façon très imprécise), d'analyse mathématique (e.g. justifier des asymptotiques pour dériver de modèles simplifiés) ou numériques (pour approcher les solutions en préservant leurs propriétés).

On pourrait classer les problématiques en trois grands domaines :

- statistiques (par ex. échantillon préférentiel & système de particules en interaction),
- analyse EDP et modélisation (par ex multi-échelle),
- algorithmique et numérique (multigrille, ondelettes),

qui permettent de réduire **de façon spectaculaire les coûts de calculs des simulations numériques**, indispensables pour l'évaluation des risques par rapport à une approche « directe ». Typiquement faire du Monte Carlo sur le modèle le plus compliqué et la géométrie la plus fine s'avère en pratique impossible car on ne dispose pas des données et si on les avait, les coûts seraient prohibitifs : prévoir une crue après qu'elle se soit produite perd de son intérêt. Il ne s'agit pas de dire qu'il n'y a pas besoin de grands moyens de calcul (de taille diverses : laboratoires, mésocentres, centres nationaux et européens sont utiles) mais qu'il est nécessaire et souhaitable de les utiliser de façon adaptée/optimisée.

### Pistes et perspectives

Voici quelques verrous identifiés pour la modélisation des écoulements (granulaires) : manque d'une description macroscopique adéquate pour les phénomènes de transition statique-mobile (comment prédire le déclenchement d'une avalanche, d'une coulée de boue), effets anisotropes, variation de densité, de mobilité, mélange de matériaux de taille variable (polydispersion des sédiments), compréhension des mécanismes d'érosion et de déposition. On peut également chercher des alternatives aux équations de type SW, par exemple les modèles multicouche qui permettent de traiter de la stratification des vitesses.

D'un point de vue numérique, il y a plusieurs difficultés, notamment par exemple :

- pour le « volumique » : coût CPU, instabilité dans le traitement des surfaces libres, adaptation de maillage, problèmes liés à la modélisation (cf plus haut)
- pour le « couche mince » : simulation de modèles multicouches, prise en compte d'effets non hydrostatiques, et des caractéristiques mal décrites par la modélisation (cf plus haut).

Un autre aspect important et une piste prometteuse est l'étude des problèmes inverses associés à ces systèmes hyperboliques, ce qui pourrait ouvrir la voie à de nouvelles techniques de **calibration des paramètres et d'assimilation de données**.

Pour illustrer ces pistes sur un exemple, on peut penser au problème de la description des écoulements sur un sol agricole et l'effet de ces écoulements sur l'évolution de la topographie. Il est illusoire de voir décrire cela directement ; on ne connaît pas la géométrie des sillons dû au travail agricole par exemple qui pourtant ont un effet déterminant sur les écoulements tant que les sillons n'ont pas débordé. Des approches multi-échelles permettent d'intégrer les effets de cette micro-topographie dans des modèles plus macroscopiques (sous forme de frottement anisotrope par exemple). C'était l'objectif du projet ANR interdisciplinaire METHODE. De tels résultats **nécessitent des contacts longs entre communautés scientifiques assez éloignées** (en l'occurrence hydrologues, spécialistes des sciences du sol, mathématiciens et informaticiens).

D'autres études pour intégrer des effets à petites échelles dans des modèles grandes échelles sont envisageables par exemple pour relier les mécanismes d'arrachement de particules du sol par l'impact des

gouttes de pluie à des modèles qui sont actuellement tous heuristiques pour les mécanismes d'érosion ou pour proposer de nouvelles lois de frottement qui ne soient pas uniquement empiriques mais qui soient obtenues à partir de la description fine des interactions aux interfaces eau/sol.

**La constitution d'équipe pluridisciplinaire ou le soutien au projet pluridisciplinaire, sur le long terme, est indispensable pour apporter des solutions adaptées et atteindre de tels objectifs.**

Notons également qu'un aspect très important dans ces questions de risques (naturels) est non seulement de les prévoir mais de chercher les moyens de les éviter, ou si cela n'est pas possible de trouver des moyens d'en limiter l'impact négatif. Ces questions de « gestion des risques » impliquent également des aspects psycho/socio/économiques et vont de ce champ d'étude un cas exemple de **domaine très interdisciplinaire d'étude de systèmes (très) complexes.**

Les interactions avec les SHS doivent donc être développées. C'était l'un des aspects du projet européen FuturICT <http://www.futurict.eu/> dont la déclinaison nationale était le projet Labex HumanICT dont certaines actions ont été mis en place comme le groupe de travail entre P6, P7 et Orléans. Voir le site web : <http://humanict.csregistry.org/>.

### **Situation internationale**

En France, les collègues intéressés par ces sujets sont invités à se joindre au GdR EGRIN, créée en janvier 2013 et dont la liste de diffusion compte déjà 180 membres (70 participants à la 1ère école en avril 2013).

Liste non exhaustive de collègues travaillant sur des sujets connexes à l'étranger :

- Stéphane Clain, Universidade do Minho ,Portugal
- Enrique Fernandez-Nieto, Univ. Séville , Espagne
- Randall LeVeque, University of Washington, Seattle, USA
- Sebastian Noelle, RWTH Aachen, Allemagne
- Carlos Pares, Univ. Malaga, Espagne
- Giovanni Russo, Univ. Catania, Italie

### **Références**

1. E. Audusse et al., a fast and stable well-balanced scheme with hydrostatic reconstruction for shallow water flows, SIAM Jnl Sci Comp, Vol. 25, No. 6, pp. 2050 ?2065 (2004).
2. F. Bouchut, Nonlinear stability of finite volume methods for hyperbolic conservation laws, and well-balanced schemes for sources, Frontiers in Mathematics series, Birkhäuser, ISBN 3-7643-6665-6, 134 p. (2004)
3. Jean-Frédéric Gerbeau, Benoit Perthame Derivation of Viscous Saint-Venant System for Laminar Shallow Water ; Numerical Validation Rapport INRIA -R4084 (2000)

## Tendances et nouveaux défis en statistiques pour le climat, l'environnement et l'écologie

*Groupe Environnement de la Société Française de Statistiques, Denis Allard, Liliane Bel, Olivier Gimenez, Philippe Naveau, Aurélien Ribes*

Les statistiques sont mobilisées dans le système « Planète Terre » lorsque se posent des questions d'exploration de jeux de données, d'estimation de grandeurs ou de paramètres, de comparaison (en différents lieux, à différentes époques, à différentes échelles), de validation d'hypothèses scientifiques, ou encore de confrontation entre modèles<sup>10</sup> et mesures. Les thèmes couvrent l'ensemble de la triade Terre fluide – Terre vivante – Terre habitée, allant de la climatologie et la paléo-climatologie à l'échelle globale ou continentale, à l'observation environnementale et écologique, au suivi des populations végétales ou animales (démographie, déplacement, colonisation, invasion, ...), mais aussi et de plus en plus à l'interaction entre plusieurs de ces thèmes. Tout effort de recherche dans ces champs disciplinaires en lien avec ces thématiques est évidemment le bienvenu, mais l'ambition de cette contribution est de dégager des tendances nouvelles et des fronts de recherche à des interfaces encore peu étudiées.

Les évolutions technologiques, environnementales et sociétales des deux dernières décennies ont profondément renouvelé les enjeux de recherche dans les champs statistiques concernés par ces domaines – et vont très certainement continuer à le faire dans un avenir prévisible. Ces évolutions ou tendances, nous pouvons les décliner en 4 axes, bien entendu articulés les uns aux autres. La première évolution est en lien avec l'explosion informatique et les progrès technologiques des instruments de mesure qui nous ont fait passer de la gestion de la rareté des données à la gestion de leur profusion. La deuxième évolution a trait aux champs étudiés : la climatologie, l'environnement, l'étude des individus, des peuplements et des communautés en écologie nécessitent d'appréhender les phénomènes étudiés à des échelles de plus en plus grandes. La troisième tendance majeure que nous percevons correspond à une demande grandissante dans notre société : explorer les possibles afin de cerner – et si possible quantifier – les incertitudes pour éclairer et rationaliser la décision dans l'incertain. En bref, passer d'une vision déterministe à une vision plus stochastique. La dernière évolution enfin, qui découle en partie des trois premières nous fait passer d'une approche analytique d'un phénomène particulier, étudié en situation plus ou moins bien contrôlée à une approche intégrée, systémique prenant en compte l'ensemble des facteurs agissant sur un système. Nous allons maintenant détailler comment, selon nous, ces grandes tendances font évoluer la science statistique dans son rapport avec l'étude de la planète Terre. Du fait de nos préoccupations de recherche, nous nous focaliserons plus particulièrement sur les deux premiers volets de l'ARP : Terre fluide et Terre vivante.

### **De la rareté des données à leur abondance**

Les progrès de l'instrumentation, des systèmes électroniques embarqués qui permettent par exemple d'étudier les déplacements d'animaux et de l'imagerie satellite génèrent de très grandes quantités de données. Un grand nombre de variables, parfois assez fortement dépendantes, sont disponibles. Celles-ci sont souvent très hétérogènes en type (qualitative, quantitative discrète, quantitative continue), en qualité, en support spatial concerné, en quantité. Les défis posés par cette profusion de variables sont considérables. On assiste de fait, à l'éclosion d'une « éco-informatique » ou « envi-informatique », à l'image de la bio-informatique il y a une vingtaine d'années. Ces disciplines en devenir posent de nouvelles questions informatiques liées à la description, au format, au stockage et à la diffusion de ces données qui

---

<sup>10</sup> Une précision s'impose concernant l'usage du terme modèle, utilisé à de nombreuses reprises dans ce texte. Pour un mathématicien, il désigne les équations décrivant le système étudié ; pour un statisticien, il désigne l'ensemble des choix menant aux distributions de probabilité représentant les variables étudiées ; pour un scientifique, il désigne le modèle numérique utilisé pour simuler le comportement des systèmes biologiques physiques étudiés. En règle générale, le contexte permet de comprendre de quel modèle il s'agit. Pour éviter toute ambiguïté, nous avons ajouté un adjectif précisant le sens lorsque cela était nécessaire.

sortent du cadre de cette contribution. Elles vont également renouveler profondément le champ des statistiques.

- ▶ L'hétérogénéité de ces données nécessite de définir des modèles statistiques complexes avec de multiples dépendances entre les variables. Les modèles bayésiens sont particulièrement adaptés pour décrire des schémas de dépendance complexes. Les algorithmes d'estimation pour ces modèles sont basés sur les simulations Monte Carlo par Chaînes de Markov qui nécessitent des temps de calcul très longs. Un enjeu consiste à rendre ces chaînes plus efficaces ; c'est l'objet des recherches, encore nécessaires, visant à améliorer les propriétés de mélangeance de ces chaînes ; c'est également l'objectif des méthodes basées sur l'approximation de Laplace ou, plus récemment, des approximations de Laplace imbriquées INLA (Integrated Nested Laplace Approximation).
- ▶ Le volume de données est parfois tel que les fonctions et routines numériques habituellement utilisées par les statisticiens ne peuvent plus être utilisées sans des modifications profondes. Il existe un réel besoin, non couvert à ce jour en France, pour développer des méthodes numériques efficaces utiles au statisticien, à l'image sans doute de la synergie qui existe de longue date entre mathématicien des équations différentielles et numériciens.
- ▶ Du fait de l'abondance de données et en particulier des covariables accessibles, les questions posées aux statisticiens seront (et sont déjà) moins souvent l'estimation de telle quantité ou tel paramètre et plus souvent la sélection des covariables pertinentes et le test d'hypothèses scientifiques dans ce type d'environnement. La multiplication des facteurs explicatifs amène à une variété de modélisation quasiment infinie. La sélection de modèles est un thème statistique développé depuis maintenant une vingtaine d'années avec des techniques aussi populaires que PLSR (Partial Least Square Regression) ou LASSO (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator). La recherche sur ce thème continue à être très active. Elle vise à proposer de multiples variantes des méthodes pré-citées qui permettent de sélectionner parmi des familles de modèles gigantesques suivant des critères pouvant s'adapter aux configurations des données et objectifs de l'étude. Une autre façon d'aborder le choix de modèle, qui est un thème de recherche très actif en ce moment, est de les considérer tous, par exemple en les agrégeant ou en activant une procédure de sélection adaptative.
- ▶ Le maximum de vraisemblance, difficile voire impossible à calculer, n'est plus l'outil unique ni même principal des méthodes d'estimation ; il peut être remplacé par d'autres scores : pseudo-vraisemblance, quasi-vraisemblance, vraisemblance profilée, contrastes calculés sur des moments. Bien souvent on utilise une combinaison de ces scores pour les différents paramètres. Les propriétés de ces méthodes d'estimation ne sont pas toujours connues aussi bien que celles du maximum de vraisemblance habituel. Dans certains cas, et en particulier quand la vraisemblance ne peut se calculer voire ne peut s'écrire (c'est le cas pour les modèles individu-centrés par exemple), un champ de recherche récent et actif consiste, encore plus radicalement, à s'en passer en recourant à des techniques de type ABC (Approximate Bayesian Computation).
- ▶ La fréquence d'acquisition des données a également fortement augmenté, permettant la mise à jour régulière des estimations. Il serait sans doute intéressant que le rapprochement entre la communauté statistique et celle de l'assimilation de données s'amplifie, en particulier pour développer des algorithmes efficaces en assimilation de données spatialisées.
- ▶ Des domaines tels que la surveillance de la biodiversité demandent une quantité d'observations ne pouvant être obtenue par les moyens conventionnels car encore trop coûteuses. On a alors recours aux approches participatives : les données sont collectées par des citoyens bénévoles, naturalistes amateurs et/ou grand public qui alimentent des bases de données disponibles en ligne. Ces données ont l'avantage d'être massives (plusieurs dizaines de millions d'observations) mais ne peuvent être exploitées directement à cause de leur très grande hétérogénéité (en termes de qualité, de répartition spatiale et temporelle, d'effort d'observation, etc.). Les défis à surmonter sont multiples : données massives et en

grande dimension, exploitation pertinente des régularités spatio-temporelles, modélisation fine des processus de récolte des données, identification des possibles biais socio-géographiques. Des recherches sont nécessaires pour affiner les techniques statistiques permettant d'extraire l'information disponible dans ces données, notamment en s'appuyant en partie sur des données moins abondantes mais mieux standardisées.

### **De l'échelle locale à l'échelle régionale ou globale**

Lorsqu'on évoque la planète Terre, il vient immédiatement à l'esprit l'échelle globale, ou du moins continentale ou semi-continentale. De fait, c'est bien à cette échelle que l'on rencontre de nombreux verrous méthodologiques et/ou numériques en statistiques.

- ▶ Tout d'abord un travail fondamental autour de la définition des modèles pertinents de champs aléatoires (même Gaussien!) spatio-temporels et multivariés. Des progrès significatifs ont été faits récemment, mais le champ de recherche reste très actif. En particulier, seuls des modèles spatio-temporels multivariés simplistes existent à l'heure actuelle. Il en va de même pour les modèles de champs aléatoires définis sur la sphère (ou sur une variété quelconque) et de ceux qui vérifient des lois physiques, comme la nullité de la divergence ou du rotationnel.
- ▶ Un second enjeu, véritable serpent de mer des statistiques spatiales, consiste à faire communiquer les échelles et les niveaux d'organisation. La diversité croissante des technologies d'acquisition amène à mesurer une même grandeur à des supports différents : du prélèvement ponctuel, au pixel de taille variable obtenu par imagerie satellite ou aéroportée, en passant par le transect pour des observations visuelles, mais aussi de nature différente requérant le passage par des proxys. Pour faire communiquer ces échelles et niveaux d'organisation on a souvent recours à la modélisation hiérarchique pour laquelle les besoins en algorithmes d'inférence et simulation efficaces et rapides sont criants.
- ▶ Bien entendu, travailler aux grandes échelles spatiales nécessite en général des quantités de données assez grandes, ce qui nous renvoie aux enjeux développés au paragraphe précédent. L'étude du climat à l'échelle globale en est une illustration. La dimension spatio-temporelle des jeux de données utilisés est grande, typiquement  $10^5$  pour un seul paramètre (ex : température), au pas de temps annuel et à une résolution spatiale de 500 km, donc relativement grossière. Dans un certain nombre de problèmes, faire des statistiques nécessite au préalable de caractériser la variabilité climatique, donc a minima d'estimer la matrice de covariance de ce vecteur, et même sa distribution si l'on se passe de l'hypothèse Gaussienne. Il s'agit d'un problème d'estimation d'une matrice de covariance en grande dimension, thématique actuellement en plein essor en probabilités / statistiques. Dans le cas du climat, le problème est difficile à simplifier, car il est difficile de faire des hypothèses paramétriques simplificatrices sur la structure de cette matrice, qui n'est pas creuse. En effet, il existe des « dépendances » spatiales et temporelles de grande échelle, comme par exemple les événements El Niño ou certains modes de variabilité océanique qui ont des constantes de temps caractéristiques de plusieurs décennies. Afin de contourner ce problème, une alternative consiste à réduire a priori la dimension des données, ce qui est souvent fait de façon empirique. Une réflexion méthodologique sur l'optimalité des techniques de réduction utilisées semble utile.

### **D'un paradigme déterministe à un paradigme statistique**

Dans ce domaine, la demande sociétale, exprimée à travers les décideurs, les médias ou les associations citoyennes, est particulièrement forte. Fournir une estimation, une prédiction unique, fut-elle le résultat du travail le plus honnête, le plus méticuleux et le plus scientifiquement établi, ne suffit plus. La société, dans toutes ses composantes, demande au minimum une quantification de l'incertitude autour de ce point, et le

plus souvent une analyse par scénarios, chacun avec ses incertitudes et ses probabilités. Le statisticien est habitué de longue date à fournir un intervalle de confiance autour de son estimation. Le numéricien utilise depuis longtemps les filtres de Kalman, qui mélangent les modèles physiques et statistiques. Notons que, dans ce domaine particulier, des recherches restent nécessaires pour proposer des méthodes et algorithmes efficaces pour traiter la grande dimension et les non-linéarités.

La nouveauté est que la nécessité de quantifier les incertitudes concerne maintenant des domaines où la culture déterministe – pour de bonnes raisons liées à la physique des équations par exemple – est dominante. En un mot, il faut mettre des statistiques dans les approches déterministes et réciproquement venir compléter des modèles statistiques par des mécanismes mécanistes ou physiques, lorsque cela est possible.

- ▶ Dans cette optique, un premier champ d'activité assez actif en ce moment en mathématiques pour l'écologie et pour l'évolution – ainsi qu'en épidémiologie où les besoins sont pressants – consiste à croiser les modélisations déterministes (EDO et EDP) et la modélisation statistique. Les modèles déterministes, notamment ceux basés sur des EDP, sont généralement des modèles « pour la connaissance ». Ils peuvent aboutir à des résultats théoriques qualitatifs et permettre une meilleure compréhension de phénomènes biologiques, mais en règle générale il est difficile de comparer leur solution aux données disponibles. Ces modèles d'EDP sont également généralement peu réalistes au sens où ils sont loin des mécanismes biologiques sous-jacents. Une façon de répondre à ces lacunes repose sur la combinaison de modèles d'EDP avec des modèles statistiques / probabilistes en considérant des modèles hybrides.
  - Parmi ceux-ci, les modèles dits mécanistico-statistiques combinent un sous-modèle d'EDP décrivant la dynamique spatio-temporelle du processus étudié avec un sous-modèle statistique décrivant le processus d'observation. Cette approche combine les avantages des modèles statistiques empiriques en permettant de prendre en compte un grand nombre de types de données (binaires, censurées), et ceux des modèles déterministes du type EDP, qui créent une forte contrainte sur la dynamique et réduisent ainsi les incertitudes sur les paramètres estimés. Des efforts de recherche pour ce type d'approche sont nécessaires, pour mieux en connaître les propriétés mathématiques, ainsi que pour proposer des méthodes d'estimation de leur paramètre qui soient efficaces et robustes.
  - Un second type de modèle hybride, qui intervient très naturellement en dynamique des populations du fait de la diversité des échelles impliquées, combine des modèles discrets, comme les modèles individu-centrés et des modèles agrégés tels que les modèles d'EDP. Ce type de modèle devrait offrir un meilleur réalisme que les modèles d'EDP notamment à faible densité de population, tout en conservant certains avantages des modèles d'EDP (temps de calcul, outils analytiques). Pour ces modèles, des efforts de recherche sur les propriétés probabilistes et sur les méthodes d'estimation sont également nécessaires.
- ▶ Un second champ d'activités consiste à développer des méthodes pour explorer les modèles numériques et/ou les ensembles de modèles, hiérarchiser les sources principales d'incertitude. La quantification des incertitudes est ainsi très importante dans le cas du climat, mais d'autres domaines scientifiques sont confrontés aux mêmes questions. Lorsqu'il s'agit de projections climatiques (simulations du climat du futur), les deux stratégies les plus couramment utilisées consistent à i) utiliser une méthode d'ensemble, c'est-à-dire perturber un modèle physique donné pour évaluer la dispersion des réponses simulées, ou ii) utiliser l'ensemble des modèles disponibles dans la communauté. Se pose la question, partiellement résolue à ce jour seulement, de quantifier l'incertitude à partir de ces sorties de simulations, en utilisant par exemple les méthodes de scoring. Les modèles numériques utilisés ne pouvant pas véritablement être considérés comme indépendants (sans qu'on sache réellement mesurer leur dépendance), des recherches sont nécessaires afin de développer des méthodes de scoring adaptées.

- ▶ Parce qu'il est très coûteux de réaliser un nombre important de simulations numériques pour évaluer l'effet de la variation de ces paramètres, des approches reposant sur l'utilisation d'émulateurs ont été développées. Ceux-ci permettent de simuler, de manière très rapide, des trajectoires dont les comportements statistiques sont similaires à ceux des modèles numériques d'origine. Cette stratégie, en plein essor, offre une porte d'entrée pour explorer l'espace des paramètres d'entrées.

### **D'une vision analytique à une approche intégrée**

La plupart des grands défis sociétaux qui structurent actuellement les schémas stratégiques de recherche nationaux ou internationaux soulèvent des questions qui appellent une approche multidisciplinaire et intégrée. Ce passage d'une approche analytique qui décrit au plus près des mécanismes élémentaires à une approche très intégrée constitue une toile de fond pour les questions de recherche qui touchent au système Terre. Ainsi par exemple, c'est aussi à l'échelle de l'écosystème que désormais les décideurs et les porteurs d'enjeux envisagent la conservation. Cette façon globale d'aborder les questions de recherche mobilise l'ensemble des questions déjà vues dans les paragraphes précédents, mais soulève également de nouvelles questions.

- ▶ Un premier ensemble de questions, assez techniques, provient du couplage des modèles physiques agissant dans des compartiments différents du système Terre, couplage présent dans toute approche intégrée. Les questions relatives à l'exploration des modèles et des ensembles de modèles, à la hiérarchisation des sources principales d'incertitude se reposent dans ce contexte, avec la difficulté supplémentaire de devoir gérer la propagation des variabilités (erreurs et incertitudes) entre modèles, et les rétro-actions possibles entre différents modèles.
- ▶ Enfin, une approche intégrée du système Terre ne peut ignorer la place de l'homme dans le système, à la fois comme agent modifiant *ex-ante* l'état du système, et comme agent tentant de s'adapter *ex-post* aux modifications de celui-ci. Ces interactions, aux rétro-actions complexes, appellent à une meilleure articulation entre les mathématiques appliquées, les géo-sciences et les sciences humaines et sociales en lien avec la Terre.

## Statistique et évolution génomique des populations

*Olivier François, Professeur Ensimag, Grenoble INP. Laboratoire TIMC-IMAG, Université Joseph Fourier Grenoble, CNRS UMR 5525, Equipe Biologie Computationnelle et Mathématique.*

*Propos recueillis par Emilie Neveu.*

### **Quels sont les processus étudiés ? Quelles sont les applications environnementales - hors médecine, astronomie et géophysique interne ?**

Mes recherches portent sur la statistique appliquée en génétique des populations et sur l'évolution génomique. Je développe des méthodes statistiques et numériques pour l'inférence de la structure génétique des populations, la démographie et l'adaptation locale.

L'échelle moléculaire est importante. Nous étudions, par exemple, les déplacements d'espèces de plantes alpines face aux changements climatiques à partir des données moléculaires, et de géotypes. Pour cela, nous devons identifier les signatures de l'adaptation dans les gènes. Avec pour but de répondre à la question : Quelles traces la sélection peut-elle laisser sur les génomes des organismes ?

On retrouve les mêmes problèmes en médecine avec, par exemple, l'étude du séquençage génétique des agents infectieux et leurs réponses adaptatives à l'environnement. Dans ce cas, l'environnement est contrôlé par le clinicien via le traitement administré au patient. De nombreuses méthodes ont d'abord été inventées pour la génétique humaine et médicale puis importée en écologie. Exclure du projet les études en médecine et à l'échelle moléculaire n'est pas pertinent, puisque les écologues étudient justement les liens entre gènes et environnement, utilisant les mêmes méthodes que la génétique humaine.

Mon groupe de recherche distribue également des logiciels qui permettent le calcul de coefficients d'ascendance génétique et la détection de l'adaptation locale en utilisant des marqueurs génétiques et des variables géographiques et environnementales.

### **Quels sont les modèles mathématiques ?**

Mes approches sont principalement basées sur les méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov, le « machine learning » et les approches bayésiennes, et utilisent des données géographiques et environnementales. Le but est de fournir des procédures d'estimation statistique en génétique des populations.

J'étudie aussi des applications à la théorie de coalescence, les propriétés mathématiques des généalogies et la forme des arbres phylogénétiques.

Les méthodes doivent être adaptées à chaque cas.

En général, on ne peut pas se contenter d'analyser les données à l'aide de simples calculs de corrélation, et de nombreuses corrections doivent être faites. Par exemple, lorsqu'on cherche à associer des gènes à une maladie, il faut prendre en compte l'analyse d'ascendance génétique. La réduction de dimension est elle aussi utilisée pour expliquer la variabilité des données.

Des modèles de démographie, de médecine, d'écologie sont nécessaires pour aider à l'interprétation des données, par exemple pour les études de relations inter-espèces, de prédiction de mouvements d'espèces selon les changements climatiques. La modélisation est la composante principale dans les études d'association gène-environnement, pour étudier quels sont les gènes d'adaptation au climat, et les liens entre le climat, l'agriculture, et les maladies apparaissant. Il est prouvé qu'il existe des gènes, des mutations

spécifiques pour des maladies ayant une composante génétique comme l'alcoolisme ou l'intolérance au gluten (la maladie cœliaque) liées aux changements environnementaux.

Il est à noter que le modèle d'analyse de données adapté sera différent selon que l'on cherche à prédire ou à expliquer. Pour expliquer, nous allons chercher le lien le plus fort entre les sorties et les entrées sans forcément prendre en compte des sorties qui ont un impact prédictif plus important.

Travailler en méthodologie demande aussi beaucoup de développement logiciel. Il est important de pouvoir diffuser ces méthodes pour qu'elles soient utilisées par des biologistes ou des écologues.

### **De ce point de vue-là, avez-vous des besoins en HPC ?**

En bio-informatique, nous devons faire face à de gros calculs et gérer des centaines de Téra de données. Mais, il s'agit aussi d'accélérer les méthodes. Voilà pourquoi de nombreux algorithmes en parallèle se développent. Le machine learning permet de faire beaucoup de choses là où les méthodes de Monte Carlo sont trop lentes.

Je m'inspire aussi beaucoup des méthodes d'apprentissage. Il faut bien sûr adapter la méthode, et analyser son fonctionnement numérique sur les exemples spécifiques de biologie et d'écologie.

### **Vous nous parlez des méthodes d'apprentissage. Y a t'il un lien avec le Big Data ?**

« Big Data » est un « buzz word » qui a en fait été inventé par les génomistes quand le décryptage de l'ADN a eu lieu. Il est repris maintenant dans le contexte des données sociales.

Donc, oui il y a un lien avec le Big Data.

### **Vous travaillez en statistiques dans un laboratoire composé de moitié de médecins. Votre équipe est un peu à part dans le paysage français, non ? Pourquoi ?**

Oui, en France, les départements de mathématiques sont parfois isolés des applications. Les UFR et les CNU, auxquels sont attachés les laboratoires peuvent être des freins institutionnels à l'interdisciplinarité. Il nous est par exemple difficile de recruter des postes de mathématiciens dans l'équipe, alors que cela serait très utile. Le CNRS permet une plus grande flexibilité.

Les mathématiciens purs ou appliqués ont des préoccupations et des objectifs parfois trop éloignées des biologistes. Il y a une difficulté à trouver des intérêts communs et une difficulté à communiquer, à cause d'un vocabulaire différent qui peut agir comme une barrière. Pour les mêmes raisons, l'évaluation des projets interdisciplinaires est difficile.

Pour créer une réelle interaction, des mathématiciens devraient être placés dans les laboratoires de sciences appliquées. Cela demande un réel effort des mathématiciens car les biologistes font les maths qui leur sont utiles de toute façon. Il y a un grand besoin de double affiliation.

### **Pourquoi ce besoin de double affiliation ?**

La même personne doit faire des mathématiques et de la biologie. Sinon la barrière disciplinaire va perdurer.

Pour travailler sur des projets réellement appliqués, les mathématiciens doivent se rapprocher des biologistes, et ne plus les considérer comme de simples utilisateurs. De nombreux biologistes et

écologues font l'effort de faire des mathématiques, ils développent même des logiciels. Celui de Wilfried Thuiller, par exemple, est déjà enseigné dans les masters. Alors qu'il est a priori plus facile pour quelqu'un formé en mathématiques d'apprendre certains aspects de la biologie, que pour un biologiste d'apprendre les mathématiques.

Cependant, il ne faut pas tomber dans l'arrogance, et croire qu'en tant que mathématicien, je vais pouvoir apporter des solutions toutes faites. Cela demande du temps et de l'investissement personnel pour comprendre les réels besoins d'un biologiste.

Dans le même temps, il faut maintenir un niveau en mathématiques élevé pour être reconnu par la communauté. De fait aux Etats-Unis, les chercheurs à l'interface entre deux disciplines publient dans des revues de biologistes mais aussi de mathématiciens.

### **Aux Etats-Unis c'est différent ?**

Oui, à l'étranger en général, il existe des petits groupes mixtes, des laboratoires ou des départements de mathématiques dans les facultés de médecine. Par exemple, Noah Rosenberg, de l'Université de Stanford, est un mathématicien dans un département de biologie. Tout le système est légèrement différent. Notamment un élève brillant en mathématiques sera incité à faire une thèse à l'interface entre deux disciplines, par exemple la biologie.

En France, nous sommes très en retard de ce point de vue et c'est en partie dû au système très rigide des UFR et au problème de recrutement des postes interdisciplinaires.

Cependant, il existe des facilités avec le CNRS et les intersections STII, ou les nouvelles équipes hébergées par le Collège de France, notamment SMILE (Stochastic Models for the Inference of Life Evolution) menée par Amaury Lambert, UPMC, au Center for Interdisciplinary Research Biology ([CIRB](#)). Ce sont ces structures qui gagneraient à être développées en France. Et ce n'est pas anodin, nombre de mes étudiants partent à l'étranger après leur thèse et ne reviennent pas.

Le CIRB ou Center for Interdisciplinary Research in Biology (CIRB) est une nouvelle structure de recherche Collège de France / CNRS / INSERM hébergée par le Collège de France dans le centre de Paris. Neuf équipes de différents horizons ont récemment créé cette structure dans l'esprit de promouvoir de nouvelles collaborations en biologie et à travers les disciplines qui la composent. Au long terme, les neuf équipes spécialisées dans les maladies infectieuses, les neurosciences et la recherche cardio-vasculaire, vont être rejointes par un nombre similaire d'équipes, essentiellement de nouvelles équipes, incluant des chimistes, des physiciens et des mathématiciens ayant un profond intérêt pour la biologie. Ce nouveau Centre va bénéficier de la proximité de nombreux autres laboratoires et d'un milieu intellectuel extraordinairement riche, proposant des conférences qui vont couvrir tous les domaines de la connaissance. Le CIRB a développé de fortes interactions avec les institutions à l'extérieur du Collège de France, en particulier l'ENS et l'Institut Curie.

# Assimilation de données Océan/Atmosphère

Contribution : Programme LEFE-MANU: Marc Bocquet, Gérald Desrozières, Émilie Neveu

## Descriptif et enjeux

L'assimilation de données désigne, en géosciences, l'ensemble des méthodes destinées à combiner de façon optimale d'une part des modèles numériques (souvent complexes et de grande taille), et des observations sur le système étudié. D'inspiration bayésienne, les solutions proposées sont développées dans un cadre statistique, car modèles et observations sont souvent incertains. La finalité de ces méthodes est d'améliorer les prévisions, ou les analyses rétrospectives, en estimant au mieux la condition initiale, les conditions aux limites ou tout autre forçage du modèle. Au delà, ces méthodes peuvent permettre d'améliorer les modèles.

## État des lieux

L'assimilation est appliquée à de nombreux domaines : météorologie, océanographie physique, chimie atmosphérique, hydrologie, bio-géochimie, glaciologie, interfaces continentales. Deux grandes classes de méthodes sont utilisées : les méthodes variationnelles issues du contrôle optimal, et les méthodes de filtrage, et en particulier les méthodes de filtrage d'ensemble. Les deux représentants emblématiques de ces familles de méthodes sont le 4D-Var et le filtre de Kalman d'ensemble. Ces deux techniques sont aujourd'hui utilisées dans les centres de prévision météorologique. Des méthodes hybrides qui tirent avantage des deux méthodes en limitant leurs inconvénients ont été récemment testées et pourraient être utilisées dans les centres opérationnels.

## Problématiques

- Les modèles et jeux d'observations sont de très grande taille et les méthodes mathématiques utilisées doivent en tenir compte, ce qui est limitant et constitue un challenge.
- Le système Terre et ses enveloppes fluides est fondamentalement multi-échelle et multimilieu alors que la plupart des méthodes sont développées pour des systèmes homogènes, sur un faible nombre d'échelles spatiales et temporelles.
- Les modèles sont de faiblement à très non linéaires et les statistiques d'erreur peuvent s'écarter de la gaussianité alors que la grande majorité des méthodes reposent sur des hypothèses de gaussianité des erreurs.
- L'assise mathématique de plusieurs techniques reste insuffisante et leur justification encore trop heuristique.

## Situation internationale

- Le sujet reste jeune mais a crû significativement, notamment dans les pays où les centres opérationnels de prévision météorologique ont une notoriété affirmée : Royaume-Uni, France, États-Unis, Canada, Allemagne, Japon, Chine, Australie.
- La communauté rassemble des compétences très diverses, de l'ingénierie des systèmes opérationnels aux mathématiques appliquées, ce qui en fait sa richesse et sa fragilité.
- Les voies de publication sont encore mal adaptées à la thématique (il n'y a pas de journal spécifique dédié) et freinent la production, sans garantir la qualité des publications.
- La communauté française est fédérée via les conseils de l'INSU/LEFE-ASSIM puis de l'INSU/LEFE-MANU, et ses membres se rencontrent et échangent régulièrement via des journées thématiques et des colloques.

**Référence**

Prospectives OA : méthodes mathématiques et numériques, groupe de travail LEFE/MANU, avril 2011.

## Mathématiques et algorithmique pour l'aide à planification territoriale

*Emmanuel Prados, Chargé de Recherche INRIA, responsable de l'Equipe-projet STEEP (Sustainability Transition, Environment, Economy and local Policy). Propos recueillis par Emilie Neveu.*

### **Quels sont les processus étudiés ? Quelles sont les applications environnementales ?**

L'équipe STEEP est une équipe-projet de recherche interdisciplinaire qui s'intéresse à la modélisation et à la simulation des interactions entre l'environnement, l'économie, et les facteurs sociaux, en ayant comme objectif une transition vers un mode de vie soutenable via la mise en œuvre de politiques territoriales permettant de vivre plus en harmonie avec l'environnement et les écosystèmes, ainsi qu'en adéquation avec les ressources et contraintes des territoires.

Notre objectif est de développer des outils d'aide à la décision destinés aux collectivités territoriales permettant la mise en place de cette transition. Ces outils doivent permettre d'aider à la compréhension des mécanismes systémiques clés qui sont difficiles à appréhender sans l'aide du numérique, puis à l'identification de levier d'actions. Ils peuvent être statistiques, basés sur la simulation, l'optimisation, ou sur des outils de visualisation. Une expertise en mathématiques et algorithmique est nécessaire pour développer ces outils.

Dans ce cadre, nous pensons qu'il est très important de développer des outils d'analyses sectoriels, permettant de prendre en compte ce qui entre, sort et est transformé sur un territoire, ainsi que des outils permettant de mieux gérer les phénomènes spatiaux des territoires, en particulier pour contrôler l'étalement urbain.

### **Quels sont les modèles existants ? Et quel lien y-a t'il avec les politiques d'urbanisme ?**

Concernant les phénomènes spatiaux, nous nous concentrons, pour l'instant, sur les modèles type LUTI (Land Use Transport Integrated) qui sont utilisés pour représenter le réseau de transport, et l'organisation spatiale d'un territoire.

Dans nos travaux, l'espace pris en compte comprend une ville ainsi que les territoires aux alentours, plus exactement le bassin d'emploi ainsi que les espaces naturels environnants. Ces outils permettent en particulier de réfléchir et avancer sur la question de l'étalement urbain qui a des conséquences sociales, économiques et environnementales très néfastes. Nous pensons de plus qu'il est pertinent de « coupler » ces modèles avec d'autres, de façon, par exemple, à mieux analyser les impacts des réseaux de transport et de l'organisation spatiale du territoire sur les services des écosystèmes et sur la réduction de la biodiversité.

Ces modèles sont encore destinés au milieu de la recherche : une petite communauté de géographes ou d'urbanistes les utilisent. Cependant, ils gagneraient à être adaptés au milieu professionnel : bureaux d'études, agences de transport et d'urbanisme, services techniques de l'Etat, services de transport et d'urbanisme des villes et des collectivités territoriale, etc. Ceci pour les aider à la mise en place de plans d'urbanisme et de politiques de transport, c'est à dire décider où construire des logements, où favoriser l'installation d'entreprises et savoir tirer profit du réseau de transport existant. Cette adaptation vers les décideurs est un des objectifs premiers de notre équipe.

### **Pourquoi les outils de laboratoire ne peuvent pas être utilisés directement comme outils d'aide à la décision ?**

Les contraintes ne sont pas les mêmes. Notamment, le temps de mise en place des modèles sur un territoire donné peut prendre plus de 6 mois. C'est beaucoup trop long pour une étude demandée par les collectivités territoriales.

Pour mieux comprendre, il faut expliquer un peu plus en détails ce qu'est un modèle LUTI. Il existe une dizaine de modèles différents que l'on peut séparer en deux classes :

- les macroéconomiques, avec un maillage grossier en espace sur lequel une famille de population et/ou un secteur économique est réparti. À chaque pas de temps, un équilibre est cherché entre le marché du transport, du logement, et du travail. Après chaque équilibre, des économistes change le scénario, modifiant certains choix politiques et économiques (par ex. les terrains disponibles à la construction) et un nouvel équilibre doit être trouvé. Ce n'est pas vraiment du dynamique.
- les modèles dynamiques basés sur des modèles multi-agents. Chaque individu est caractérisé par un appartement, un emploi, etc. À chaque possibilité est associée une loi de distribution. Là aussi, les entrées du modèle sont les scénarios d'usages des sols. Chaque item a une échelle temporelle différente : le réseau de métro bouge moins vite que le réseau de bus, les constructions encore moins vite.

Dans les deux classes, mais surtout sur la deuxième, le nombre de paramètres à régler est important. Et le calage d'un modèle se fait toujours en grande partie à la main, en suivant des processus « essai-erreur ». Nous travaillons sur l'estimation des paramètres afin d'optimiser le temps de calage, et d'accélérer la mise en œuvre d'un modèle.

### **Et c'est là que les développements mathématiques interviennent ! Y a-t'il d'autres besoins ?**

Les besoins les plus urgents sont en analyse de sensibilité et estimation de paramètres.

L'estimation de paramètres se fait à l'aide de méthodes d'optimisation : méthodes du gradient, de Newton, ... ou méthodes stochastiques. Les difficultés proviennent du grand nombre de paramètres et des fortes corrélations qu'ils ont entre eux.

L'analyse de sensibilité est importante pour pouvoir simplifier les modèles, en réduisant le nombre de paramètres à estimer, aux paramètres les plus sensibles. Mais cela servira également à la validation du modèle. En effet, il n'y a pas assez de données disponibles pour pouvoir valider un modèle. Les données sont déjà utilisées lors de l'estimation de paramètres. La validation se fait donc par un expert, qui sait quel doit être le comportement en principe du modèle. Il peut se rendre compte si l'analyse de sensibilité indique un lien entre entrée et sortie qui n'est pas « valide ».

### **Si un expert suffit pour valider un modèle, en quoi le modèle est utile ?**

Il est important de préciser que ces modèles ne servent pas à faire de la prédiction, mais sont des supports d'aide à la décision. Ce qui est en fait très différent.

Le modèle ne sera jamais parfait, mais il peut permettre de construire plusieurs scénarios de futurs possibles, cohérents, qui ont du sens. Voilà pourquoi nous nous permettons des simulations sur des dizaines d'années. L'intérêt d'un modèle est d'imaginer les futurs possibles, intelligemment et à moindre effort, comprendre le mieux possible les mécanismes, les enjeux et les conséquences d'un projet. Cela permet d'avoir une vision globale et intégrée du système. Cette vision est très précieuse et demandée par les politiques.

Même si, il ne faut pas se leurrer, beaucoup de décisions se font au final sur des critères autres, influencées par les lobbying par exemple.

Et puis, il faut garder à l'esprit que le modèle n'est pas le seul outil. L'analyse socio-économique des sociologues et des géographes reste très importante pour déterminer quelles politiques et quel choix technologique seraient le plus adaptés. Cela permet aussi de comprendre les causes profondes d'éventuels échecs.

## **Ce domaine d'étude peut-il faire émerger de nouvelles théories mathématiques ?**

La modélisation du comportement humain et de ses interactions est un domaine où de nombreux défis sont à relever.

Dans les modèles LUTI, l'aspect bien-être et équilibre social n'est pas bien représenté, mais il est légèrement pris en compte. Par contre, le lien avec l'écosystème naturel et la biodiversité n'est pas du tout fait. C'est une des directions de recherche que nous avons choisi d'explorer.

Et puis, il y a toutes les problématiques liées à la grande dimension, notamment le multi-échelle. De nombreuses questions surviennent qui nécessitent de poser le problème de façon très différente qu'avec des problèmes de dynamique des fluides. Comment augmenter la taille de la maille ? Cela dépend de la structure spatiale de la ville. Comment gérer les interactions entre les différentes échelles ? Toutes ces questions sont de vrais challenges, mais nous ne nous concentrons pas sur ces aspects pour l'instant.

## **Une dernière question : Quel est le premier de vos besoins ? Qu'aimeriez-vous obtenir de l'ANR et plus généralement de la façon dont est organisée la recherche en France ?**

Notre travail se situe à l'interface entre les mathématiques et les applications. Et il est difficile, en France, de travailler sur des questions pluridisciplinaires. Pour la carrière et le recrutement, ce qui est valorisé est une expertise uni-disciplinaire. Nous avons aussi rencontré d'énormes difficultés pour financer des projets profondément pluridisciplinaires, où la vraie contribution scientifique est dans l'intégration. L'intégration pluridisciplinaire n'est malheureusement pas considérée comme une contribution technique, et donc, de facto, n'est pas considérée comme une contribution du tout. Seules les contributions très techniques sont aujourd'hui reconnues par notre système de recherche. C'est une erreur profonde, car il nous paraît clair aujourd'hui que la résolution des problèmes auxquels l'humanité doit faire face désormais -enchevêtrement de problèmes vitaux tous liés entre eux- passera plutôt par une vision intégrée des problèmes que par une vision très technique et sectorialisée.

Nous pensons qu'il est fondamental que les chercheurs en mathématiques et informatique participent très activement dans les projets touchant aux questions soulevées par la soutenabilité, même si les contributions scientifiques du point de vue mathématiques ou informatique ne sont pas au rendez-vous. La question importante n'est pas de savoir si le développement durable peut poser de nouveaux challenges aux mathématiciens ou aux informaticiens, mais de savoir si les mathématiciens ou les informaticiens peuvent aider à la résolution de ces nouveaux problèmes qui sont d'une complexité et d'un entrecroisement extrêmes.

Une modification des critères d'évaluation de la recherche et du recrutement nous semble importante pour permettre ce genre d'évolution.

# Quantification d'incertitudes sur la modélisation des enveloppes fluides (océan, atmosphère, surfaces continentales)

Pour LEFE-MANU, Sophie Ricci, Pascal Braconnot, Didier Ricard

## Descriptif et enjeux

Les processus physiques, chimiques et biogéochimiques en géosciences sont représentés par des équations aux dérivées partielles (EDP) discrétisées sur une grille potentiellement à haute résolution. D'une part, l'estimation des paramètres, des conditions initiales et conditions aux limites de ces EDP est incertaine et d'autre part leur implémentation numérique est entachée d'erreurs liées à la discrétisation spatio-temporelle et à la simplification des processus physiques. Ces erreurs se traduisent par des erreurs sur les simulations et sur les prévisions issues des modèles. La quantification de l'incertitude consiste à chercher la fonction de densité de probabilité (Pdf) des sorties du modèle étant donnée la Pdf des entrées du modèle qui sont sources d'incertitude. La méthodologie repose sur des approches stochastiques dérivées des méthodes de Monte-Carlo et nécessite un grand nombre d'intégrations du modèle - un ensemble de réalisations. La réduction des incertitudes relève du domaine de l'assimilation de données qui consiste à chercher une estimation optimale de la Pdf des sorties du modèle en prenant en compte des observations incomplètes et imparfaites du système.

## État des lieux

Les méthodes de quantifications d'incertitudes sont en plein essor dans le domaine de la mécanique des fluides numérique et sont principalement appliquées pour un nombre limité de paramètres, typiquement une dizaine. Un point clé pour la quantification des incertitudes réside dans la construction de l'ensemble qui doit être représentatif des gammes d'erreurs sur chacune des sources d'incertitudes du modèle.

Ces méthodes s'appuient sur la construction d'une surface de réponse approchée pour le modèle à partir d'un nombre limité d'intégrations et d'approximations, par exemple à l'aide d'une décomposition sur une base polynomiale ou de fonctions de krigeage. L'utilisation de cette surface de réponse permet de réaliser à moindre coût de calcul l'intégration des membres de l'ensemble et d'aboutir à la description de la Pdf ou de certaines de ses caractéristiques. Enfin, dans le contexte d'optimisation de paramètres du modèle, l'utilisation de ce modèle réduit permet de limiter le coût du processus d'optimisation qui nécessite généralement de nombreuses estimations du modèle et de son gradient.

## Problématiques

- Caractéristiques des modèles en géosciences : grande dimension, multi-physiques, coût de calcul important, validation par rapport à des jeux d'observations incomplets et imparfaits.
- Sources d'incertitudes : toute la physique n'est pas comprise, schémas numériques, définition du domaine de simulation, données en entrée du modèle. L'approche déterministe n'est pas suffisante.
- Génération d'un ensemble : échantillonnage, identification des sources d'incertitudes, résolution suffisante, dispersion suffisante, en accord avec la réalité. Important coût de calcul. Difficulté pour la génération des membres avec des perturbations sur l'ensemble des sources d'incertitudes.
- La génération d'un ensemble de conditions initiales peut se faire sous la forme de l'ajout de petites perturbations à un état de référence, par exemple suivant les modes principaux de croissance d'erreur.

L'ensemble des conditions limites peut par exemple provenir de prévisions d'ensemble d'un modèle grande échelle. La représentation de l'erreur intrinsèque au modèle nécessite une approche multi-physique qui peut s'exprimer par des variantes des schémas de paramétrisation, l'ajout d'une physique stochastique ou bien une étude multi-modèles.

- Les méthodes actuelles de quantification d'incertitudes (intrusives ou non) ne sont pas appropriées à ce jour pour les problèmes de grande taille. Il faut également prévoir l'ajout de contraintes par rapport à la physique du système considéré.
- Assimilation de données et incertitudes a posteriori : utilisation d'observations pour réduire les incertitudes de sorte à maximiser la vraisemblance du modèle. Algorithme implémenté dans un espace de grande taille avec des hypothèses sur la linéarité des opérateurs et la distribution des erreurs. Certains algorithmes d'assimilation reposent sur une estimation stochastique des matrices de covariance qui décrivent les statistiques des erreurs liées à l'état du modèle; les difficultés relatives à la génération de l'ensemble sont semblables à celles décrites dans le cadre de la quantification d'incertitudes.

### **Référence**

Prospective OA : méthodes mathématiques et numériques, groupe de travail LEFE/MANU, avril 2011.

# Modélisation et dynamique des interfaces dans le cycle de l'eau

*Contribution : Journée IHP, organisée par Jean-Raynald De Dreuzy et Antoine Rousseau*

Ce document présente les résultats de la prospective ayant réuni une vingtaine de chercheurs des deux communautés mathématique et environnementale à l'Institut Henry Poincaré le 17 avril 2013 dans le cadre de l'Atelier de Recherche Prospective MathsInTerre. Suivant une mise en perspective de la problématique et un état de l'art succincts, le document est organisé autour de trois thèmes fédérateurs transversaux à la fois aux applications environnementales et aux problématiques mathématiques. Enfin il propose des pistes d'actions concrètes pour développer cette thématique et favoriser les interactions entre communautés scientifiques.

## Contexte

La pression sur les ressources autant que la préservation du milieu naturel demandent de plus en plus une compréhension globale des systèmes environnementaux. Il s'agit par exemple de considérer simultanément les circulations atmosphériques et océaniques pour fournir des prédictions météorologiques fiables. Il s'agit également de prendre en compte les interactions entre les différents compartiments hydrologiques et hydrogéologiques pour gérer les ressources en eau. Les domaines couvrent une large gamme d'échelles spatiales de l'échelle de la rivière à l'échelle continentale par exemple. Les processus impliquent aussi une large gamme de temps caractéristiques entre des temps rapides de l'ordre de la seconde dans l'atmosphère et des temps longs de l'ordre du mois voire de l'année dans les milieux souterrains.

Très généralement, les systèmes environnementaux doivent intégrer un spectre de plus en plus large de processus et d'échelles spatiales et temporelles. C'est un enjeu fort pour les recherches sur l'environnement avec une croissance rapide de la quantité de données et d'informations à intégrer. C'est aussi un défi important pour les méthodes mathématiques qui doivent coupler un nombre croissant de compartiments à travers de multiples interfaces. Les discussions ont fait ressortir à la fois l'ubiquité et la diversité des interfaces. Les interfaces diffèrent dans leur statut entre des interfaces réelles entre des domaines physiquement ou chimiquement bien séparés, ou des interfaces virtuelles introduites pour permettre la modélisation. Elles diffèrent aussi par leur nature, soit franches entre deux domaines bien identifiées, soit diffuses ou épaisses notamment pour prendre en compte des phénomènes de couches limites. Elles diffèrent enfin dans leur fonction et par la nature des échanges entre les domaines de part et d'autre. Les interfaces apparaissent comme un élément crucial de la modélisation des systèmes environnementaux.

## État de l'art

Dans ce document, nous nous intéressons aux interfaces stationnaires ou quasi-stationnaires (variations lentes). La problématique importante (et mathématiquement délicate) du suivi d'interface, cruciale dans le couplage fluide-structure par exemple, ne sera pas traitée ici (elle a simplement été évoquée lors des discussions). La question des conditions de frontière ouverte est un sujet essentiel apparu avec la simulation numérique de processus physiques dans des domaines à aire limitée. Depuis les premiers travaux de [Engquist and Majda, 1977], la recherche des conditions aux limites transparentes (CLT) est devenu un sujet important, notamment pour la mécanique des fluides géophysiques. Cependant, les CLT sont généralement impossibles à traiter numériquement pour diverses raisons (elles sont en particulier non locales). Afin de contourner cette difficulté, les mathématiciens appliqués ont cherché depuis lors à approcher les conditions exactes avec le double objectif de proposer des solutions qui soient numériquement faciles à mettre en œuvre, et qui limitent la réflexion d'ondes parasites aux frontières du domaine. Une alternative bien connue à ce travail sur les conditions aux limites réside dans la mise en place de couches absorbantes (les PML de Béranger), très utilisées en électromagnétisme.

Mais les conditions de frontière ouverte ont trouvé plus récemment une utilisation différente, car elles fournissent un cadre naturel pour le couplage de modèles à travers une interface. Les exemples de couplage sont nombreux, de la décomposition de domaine (modèles identiques de part et d'autre de l'interface) au couplage de modèles hétérogènes (océan/atmosphère ou hydrologie/hydrogéologie pour ne donner que deux exemples). Dans le cadre de tels couplages, il est essentiel de bien décrire les phénomènes qui ont cours à l'interface des deux (ou plusieurs) régions. En effet, la qualité de la connaissance de la nature des échanges entre les différents processus est indispensable à la qualité du modèle global. Mathématiquement, cela se traduit par un impact fort du choix des conditions aux limites d'interface sur la qualité du système couplé.

De façon similaire, les méthodes itératives de type Schwarz reposent principalement sur la qualité des conditions d'interfaces utilisées (les meilleures - mais aussi les plus difficile à mettre en oeuvre - étant les conditions transparentes). Pourtant, dans les codes opérationnels, les conditions d'interfaces utilisées sont trop souvent très éloignées de ce qui pourrait/devoir être mis en place afin d'améliorer les solutions couplées. Dans les modèles de géophysique par exemple, on voit encore souvent des conditions de type Dirichlet, Neumann ou Flather dans le meilleur des cas...

Thèmes fédérateurs

### **Thème 1 : Rôle des interfaces dans la stratégie de modélisation des systèmes environnementaux**

Mots-clefs : interfaces réelles et virtuelles, suivi d'interfaces

Les interfaces donnent une opportunité d'optimiser les stratégies de modélisation des systèmes environnementaux complexes à travers la suppression d'interfaces réelles ou la création d'interfaces virtuelles.

Les interfaces « réelles » marquent des limites entre domaines physiquement séparés par des discontinuités de propriétés physiques ou des transitions de phase (e.g. interface entre océan atmosphère, interface entre zones saturée et non saturée dans les milieux souterrains). Ces interfaces peuvent être traitées en tant que telles, suivies dynamiquement avec un large panel de méthodes existants de suivi de front nécessitant pour une large part des maillages adaptatifs. Elles peuvent également être intégrées dans des systèmes d'équations généralisées. C'est le cas par exemple de l'interface fluide-sédiments dans les rivières. C'est aussi le cas des fronts de réactivité dont le caractère multi-échelle incite fortement à une certaine homogénéisation. Si les deux stratégies sont communément développées, il existe peu de critères orientant vers le choix d'une stratégie optimale.

Les interfaces « virtuelles » sont introduites dans un domaine homogène pour faciliter la modélisation des processus physiques. Par exemple, les écoulements à fort nombre de Mach et pour tout nombre de Mach peuvent être avantageusement séparées pour des traitements différenciés. De même, les fortes différences des circulations dans les domaines hauturiers et côtiers se prêtent à l'introduction d'une interface « virtuelle » permettant l'utilisation des équations intégrées les plus pertinentes dans chacun des domaines. L'identification de ces interfaces s'avère particulièrement intéressante pour décomposer les problèmes multi-physiques complexes en séparant spatialement les domaines où prévalent des couplages différents.

La création d'interfaces virtuelles comme la suppression d'interfaces réelles ouvre une large gamme de stratégies de modélisation. Comment choisir la stratégie optimale ? Peut-on trouver certains critères généraux qui dépassent les champs disciplinaires ? Où et comment introduire des interfaces virtuelles ? Comment ces interfaces virtuelles doivent elles évoluer ? La gestion de l'existence des interfaces peut-elle être et doit-elle être dynamique ?

## **Thème 2: Analyse mathématique des échanges entre modèles présentant éventuellement de fortes disparités spatiales et temporelles**

Mots-clefs : Multi-échelle en espace et en temps, couplage global-local, couplage entre modèles, couches limites, interface diffuse, conditions aux limites

L'impact fort du choix des conditions aux limites d'interface entre un ou plusieurs processus élémentaires est bien connu des physiciens, géophysiciens et numériciens. L'objectif des uns et des autres, quel que soit le vocabulaire employé (conditions transparentes, frontière libre, deflective boundary conditions, etc.), est bien de recourir à des conditions aux limites qui facilitent les échanges entre les modèles (conservation de vitesses, flux, énergie, etc.). Il est bien connu que, pour des modèles complexes comme ceux que l'on retrouve en géophysique, ces conditions parfaites sont inutilisables en pratique. Les mathématiques ont donc un rôle essentiel à jouer dans la recherche et la validation de conditions approchées qui soient telles que :

- ces conditions soient utilisables en pratique (dans les codes de calcul),
- le problème mathématique sous-jacent soit bien posé,
- les simulations numériques qui en découlent soient physiquement satisfaisantes.

L'une des applications les plus courantes du couplage de modèles est l'interaction entre un modèle grossier et un modèle plus fin, simulé dans une sous-partie du domaine d'origine correspondant à un "zoom" dans une zone d'intérêt : on parle alors de downscaling. La frontière de la sous-partie du domaine que l'on considère définit une interface entre deux modèles a priori distincts. Ces derniers peuvent différer uniquement du point de vue discret, ou bien encore du point de vue continu (dans ce cas les équations diffèrent en plus de la discrétisation). Mais dans les deux cas, le modèle à grande échelle doit passer, d'une façon qu'il convient d'analyser correctement, les informations pertinentes et nécessaires à la résolution du modèle à petite échelle. Ainsi, il est indispensable de pouvoir quantifier, en fonction de la qualité de l'information fournie à l'interface par le modèle à grande échelle, la qualité de la simulation fournie à petite échelle.

Cette problématique est déjà bien connue des sciences géophysiques, l'emboîtement des modèles (en météorologie, océanographie, hydrologie ou hydrogéologie) ayant émergé depuis de nombreuses années. Mais les techniques mathématiques de couplage utilisées restent encore rudimentaires et (surtout) trop peu validées. Ajoutons que cette problématique, ici décrite dans le cas de processus multi-échelle en espace, s'accompagne naturellement de phénomènes similaires en temps pour lesquels les solutions proposées (même élémentaires) sont beaucoup moins nombreuses.

## **Thème 3 : Stratégies numériques pour la discrétisation des conditions aux limites et le couplage de modèles**

Mots-clefs : méthodes intrusives et non intrusives, méthode de Schwarz, décomposition de domaines, calcul intensif

Une fois les interfaces établies et les conditions aux limites choisies pour décrire les échanges entre les processus, reste à procéder au couplage à proprement parler. La question naturelle qui se pose alors est la suivante : faut-il faire appel à des solveurs intégrant toute la physique (utilisant le cas échéant des outils empruntés aux techniques d'homogénéisation), ou au contraire réutiliser (en les adaptant) des outils a priori dédiés à la simulation d'un unique processus ?

La réponse peut varier, suivant le degré de maturité des outils numériques existants, mais les méthodes intrusives comme non intrusives doivent être considérées, avec leurs avantages et leurs inconvénients. Parmi les méthodes non intrusives qui nous semblent avoir été prioritairement utilisées, figure la méthode de

Schwarz, bien connue de la communauté DDM (Domain Decomposition Methods). Cette méthode a l'avantage d'être simple : elle utilise une boucle de convergence externe dans laquelle les codes relatifs aux différents processus peuvent être réutilisés. Son principal inconvénient réside dans son coût : la boucle externe multiplie le nombre d'appels à des algorithmes souvent gourmands en temps de calcul. D'où le besoin de limiter le nombre d'itérations nécessaires dans la boucle externe en proposant de nouvelles conditions aux limites d'interface entre les processus (la méthode est donc faiblement intrusive). Les outils numériques considérés étant gourmands en temps de calcul, il est également possible (et assez naturel avec la méthode de Schwarz) de faire appel au calcul intensif.

Afin d'optimiser les performances sur des architectures complexes, les interactions entre les différents processeurs devraient être limitées : c'est l'objectif des méthodes globales en temps, qui ne procèdent pas systématiquement aux échanges d'informations entre les processus à chaque pas de temps du modèle. Ces méthodes pourraient être davantage développées et implémentées, car comme pour le couplage multi-physique, la communauté s'est jusqu'à maintenant davantage intéressée aux problématiques spatiales que temporelles.

### Propositions d'animation

- Thème d'animation 2014 de la maison de la simulation :  
La maison de la simulation propose chaque année un thème scientifique autour duquel s'organisent formation, réflexion prospective et développements. La thématique « interfaces » peut être proposée pour 2014 avec plusieurs pistes d'animation :
  - ▶ séminaire de formation et discussions avec les institutions intéressées (INRIA, CEA, EDF,...).
  - ▶ réunions ciblées sur chacun des trois thèmes précédemment identifiés
  - ▶ site web répertoriant les compétences dans les différentes thématiques concernées
  - ▶ restitution finale avec les représentants des institutions et les domaines d'application concernés
- Benchmark :  
Les benchmarks apparaissent comme un moyen de collaboration potentiel. Ils peuvent servir de ponts entre communautés environnementale et mathématique. La constitution de benchmarks généraux peut s'appuyer sur les cas tests existants dont il s'agirait d'abstraire les difficultés mathématiques principales.
- Plateforme de modélisation  
Les recherches en environnement s'organisent de plus en plus autour d'observatoires ou de zones ateliers. Ce sont des sites sur lesquels la communauté scientifique s'investit autour de problématiques ciblées avec un fort développement des connaissances. Ces observatoires, comme le nom l'indique, sont essentiellement dédiés à l'observation. Il serait intéressant de développer une articulation des plateformes de modélisation en relation avec les observatoires.  
Les plateformes de modélisation pourraient comprendre plusieurs degrés de la définition des modèles pertinents, leur analyse mathématique, leur mise en œuvre numérique jusqu'à des « observatoires virtuels ».

## Partager les ressources

Compte-rendu des 6<sup>ème</sup> journées méso-centres, Emilie Neveu

### **L'environnement au cœur des multi-cœurs**

Le Calcul Haute Performance est devenu un outil majeur des chercheurs en maths-environnement. Les ressources de calcul, qu'elles soient de type matériels ou logiciels, sont de plus en plus conséquentes et permettent de ce fait l'accès à des simulations numériques qui, jusque là, étaient trop coûteuses en temps de calcul, stockage et développements. De nombreuses applications bénéficient de ces nouvelles possibilités, les simulations climatiques bien sûr, mais aussi plus récemment, les calculs et analyses de données en biologie évolutive, écologie, géophysique interne, physique des milieux granulaires ou encore physique quantique avec les calculs ab initio. Tous ces calculs permettent d'améliorer la prévention des risques, les prévisions météorologiques, les prévisions des feux de forêts (travaux de l'Université de Corse avec PRACE), les études de l'adaptation génétique aux changements climatiques, la planification territoriale, le management des ressources et le comportement d'un fluide ou d'un matériau à l'échelle nano. On observe également une activité de recherche très importante dans le domaine de la quantification d'incertitudes et de l'analyse de sensibilité des codes complexes utilisés avec des approches stochastiques et déterministes souvent gourmandes en ressources informatiques.

### **Tour d'horizon des ressources disponibles**

Les instances politiques ont compris l'importance de ces ressources et ils le prouvent en subventionnant leur mutualisation (GENCI). Les centres de calcul sont des instruments onéreux, inaccessibles pour des équipes de recherche, seules quelques entreprises et instituts peuvent se permettre de n'utiliser que leur propre centre. Les chercheurs ont accès gratuitement, sur des critères scientifiques, aux différents niveaux de ressources informatiques en particulier aux plus grands centres de calcul européens (projet PRACE). L'organisation se fait en trois niveaux, de l'europpéen (PRACE, tiers0), au national (GENCI: IDRIS, CEA, CCRT, tiers1) jusqu'au régional avec le développement des méso-centres et le projet equip@meso (GENCI, tiers2). Les ressources des laboratoires en équipements et en personnels techniques ont également un poids dans l'efficacité d'utilisation de ces trois niveaux d'équipements.

Autour de ces structures, le groupe Calcul et la Maison de la Simulation (Saclay) au niveau national, les méso-centres en collaboration avec les maisons de la modélisation au niveau régional (Lyon, Grenoble, Strasbourg,...) fédèrent une communauté de mathématiciens appliqués et d'informaticiens autour du calcul scientifique et intensif. Ces deux niveaux, national et régional, permettent d'avoir une bonne complémentarité concernant l'animation scientifique. Certaines de ces initiatives sont encore jeunes, et sont susceptibles de se développer fortement et de se généraliser notamment en ce qui concerne les méso-centres et les maisons de la modélisation.

### **Des liens à souder**

L'intérêt d'accéder à toutes ces ressources est évident pour l'évolution de la recherche, mais encore faut-il savoir les utiliser, savoir combiner les différentes expertises nécessaires à une avancée significative des projets pluridisciplinaires (mathématiques, informatique, physiques,...). Dans les discussions, revient sans cesse deux problèmes, d'une part le manque de moyens humains et plus particulièrement en ingénieurs de recherche, d'autre part la difficulté à tisser des liens entre chercheurs en mathématiques, informatique et sciences applicatives, pour développer des méthodes qui soient adaptables sur différentes architectures, valides dans de nombreuses configurations et pérennes. Une réflexion approfondie doit avoir lieu le plus en amont possible de la conception avec les différents experts.

Actuellement s'ajoute l'évolution des architectures des calculateurs, on ne peut pas aller vers toujours plus de puissance de calcul sans une réflexion approfondie avec des experts du calcul et de l'informatique sur la façon d'utiliser au mieux la puissance disponible, de créer des codes lisibles, facilement maintenables, avec des performances pérennes, mais cette réflexion ne peut se faire qu'avec une forte concertation entre les mathématiciens/numériciens et les modélisateurs, des postes à l'interface de ces expertises semblent nécessaires à l'efficacité de la collaboration.

Des méthodes d'analyse de données massives sont à développer. Peu d'algorithmes sont, à l'heure actuelle, capables de traiter autant d'informations, que ce soient les données ou les résultats des simulations, il y a là aussi, une réflexion en amont à mener.

Pour tirer profit des ressources de calcul, le premier des réflexes est d'augmenter la résolution des modèles, ce n'est pas nécessairement la direction à suivre, les modèles ayant été conçus pour simuler des processus à une échelle donnée. L'augmentation de la résolution s'accompagne d'une modification du modèle ou de ses paramètres et une interaction entre les mathématiciens, les modélisateurs et souvent les informaticiens est souhaitable si ce n'est nécessaire.

### Le paradoxe

Le GIEC recommande une forte diminution, voire l'arrêt, des émissions de gaz à effet de serre. Et pourtant, pour mieux comprendre et prévoir l'évolution climatique, de nombreuses heures dans les plus gros centres de calcul sont utilisées, consommant énormément d'énergie non renouvelable.

Ce paradoxe ne laisse pas indifférent les concepteurs de machines de calcul, les informaticiens et les scientifiques. Quelques recherches sont menées pour trouver des solutions matérielles ou des solutions logicielles pour diminuer la consommation énergétique, sans trop atténuer la performance (exemple : projet FoREST en open source [code.google.com/p/forest-dvfs](https://code.google.com/p/forest-dvfs)). Par ailleurs, pour rendre plus visibles ces efforts, le Top500 Green recense les 500 plus grands centres de calcul en terme d'efficacité énergétique.

## Pôle de Modélisation du climat de l'IPSL

*JL Dufresne / MA Foujols / T Dubos / O Marti/ S Denvil, IPSL*

L'histoire de la modélisation numérique de l'atmosphère commence avec celle des ordinateurs. Dès les débuts, la structure des calculs dépend étroitement de celle du matériel (mémoire limitée sur les machines des années 70 p.ex.). Même si les machines sont devenues plus généralistes, cet aspect est resté fort. Par exemple les modèles du système Terre ont été entièrement vectorisés dans les années 1980, puis parallélisés.

Un fait récent nouveau est l'évolution rapide des architectures de calcul. Malgré la caractéristique commune d'être de plus en plus massivement parallèles ces architectures sont diverses et il n'y a pas de garantie de portabilité des performances. Même entre deux générations de GPU du même constructeur les stratégies d'optimisation changent de façon importante. Au travail de parallélisation s'ajoute un travail d'optimisation pour chaque machine, dont le retour sur investissement est éphémère car une machine dure 3 ans.

L'avènement du calcul massivement parallèle rend inévitable de reprendre à la base une partie des codes de calcul. Ce travail amont a été initié à l'IPSL pour la composante atmosphérique avec le projet DYNAMICO. Il a donné lieu à une version '0', adaptée au calcul massivement parallèle et validée par intercomparaison avec d'autres modèles lors de l'atelier DCMIP (NCAR, 2012).

L'expérience du projet DYNAMICO montre que la modélisation doit être pensée comme un ensemble physique / maths / numérique / info / plateforme. Cet ensemble doit remonter jusqu'à la 'physique', i.e. la formulation conceptuelle du modèle car les choix informatiques dépendent de choix numériques eux-mêmes dépendant de choix physiques. Il doit aller jusqu'à la plateforme de modélisation pour que l'investissement contribue à un outil largement utilisable scientifiquement. Ce type travail nécessiterait des cadres et des encouragements spécifiques à inventer : appels d'offre, groupe de travail, ateliers, équipes aux interfaces physique / maths / numérique / info.

La plate-forme de modélisation du climat de l'IPSL est développée depuis plus de deux décennies par le pôle de modélisation du climat de l'IPSL, fédérant 80 scientifiques répartis dans les différents laboratoires de l'IPSL. L'historique des modèles IPSL est disponible ici : <http://icmc.ipsl.fr/index.php/icmc-models> et la documentation technique de la version courante là : <https://forge.ipsl.jussieu.fr/igcmg/wiki/platform/en/documentation> Cette plate-forme permet, sur les centres de calcul usuels :

- de récupérer des configurations de référence :
  - modèle incluant toutes les composantes : atmosphère, surfaces continentales, océan, glace de mer, biogéochimie et chimie
  - modèles forcés incluant seulement quelques composantes : par exemple atmosphère-surfaces continentales
- de compiler :
  - les sources des différentes composantes
  - les interfaces de couplage (océan-atmosphère) et le coupleur
- de réaliser une expérience type fournie (y compris fichiers entrée)
- de suivre son exécution
- de produire et stocker des résultats bruts
- de produire, stocker et rendre accessible des ATLAS et analyses systématiques

Elle évolue pour inclure très régulièrement les nouveaux développements scientifiques et techniques. Le développement de la 6ème génération de cette plate-forme constitue un axe majeur du projet ANR CONVERGENCE (2013-2017) <http://convergence.ipsl.fr/>

À noter : le nouveau coeur dynamique : DYNAMICO a été conçu pour exploiter un parallélisme plus massif d'un ordre de grandeur supérieur au parallélisme actuel, à résolution identique.

Malgré les difficultés inhérentes à la mise en œuvre des moyens de calcul « extrêmes » il paraît indispensable de poursuivre le financement de moyens de calcul de haut niveau (incluant calcul/données/réseau/expertise/support) sur l'ensemble des Tiers 0 1 et 2 de l'écosystème HPC français.

De plus en plus, la nécessité de privilégier des méthodes qui se prêtent à une implémentation efficace est prise en compte par les mathématiciens, les physiciens. Favoriser cette culture du calcul scientifique, en valoriser la maîtrise et la prise en compte par les non-informaticiens est souhaitable pour permettre la collaboration sur ces sujets. Néanmoins il y a une différence entre une culture du calcul scientifique, qui permet de tenir compte de ces contraintes (parmi d'autres) dès la conception (physique, mathématique, numérique) et une expertise dans le domaine qui reste une ressource rare et indispensable pour implémenter les modèles et valider la pertinence des choix de conception.

La participation aux projets internationaux comme CMIP5, CORDEX et les prochains MIP demande de réaliser des simulations en suivant un protocole rigoureux, en monopolisant une part significative des ressources calcul (SX9 , 48 processeurs, dédié de 2009 à 2012) et de mettre les résultats à disposition de la communauté scientifique et, pour certains, aux entreprises. Un effort important a été porté sur la description de ces résultats dans les métadonnées associées. ESGF représente la fédération internationale de l'ensemble des portails d'accès et noeuds de distribution des résultats, permettant cela. Dans le même temps les analyses sérieuses s'appuient sur l'analyse des résultats de plusieurs modèles. A l'IPSL, c'est le projet Prodiguer qui a organisé cela en diffusant les résultats IPSL et en rapatriant, en local et près du serveur de calcul local, les résultats des autres groupes de modélisation.

## Faire évoluer les modèles océan/atmosphère pour le calcul intensif

*L.Viry (MaiMoSiNE, Grenoble), Florian Lemarié (INRIA-LJK, Grenoble). Propos recueillis par Emilie Neveu.*

### Structuration des moyens pour le HPC

Le calcul haute-performance est structuré à l'échelle européenne autour du projet PRACE (Partnership for Advanced Computing in Europe) porté au niveau français par le Grand Equipement National pour le Calcul Intensif (GENCI). PRACE est organisé via une pyramide des ressources en 3 niveaux : Tier-0 (centres européens), Tier-1 (centres nationaux), Tier-2 (centres régionaux). Le système Tier-0 français est le TGCC/CEA. 3 centres nationaux (CINES, IDRIS, CCRT) constituent le Tier-1 alors que 10 méso-centres régionaux soutenus par le projet Equip@Meso forment le Tier-2. Nous aboutissons donc à une multiplication massive et rapide des unités de calculs disponibles à des fins de recherche.

### Descriptif et enjeux

Les architectures des calculateurs haute-performance est en perpétuelle évolution. Par conséquent, il est généralement extrêmement délicat de pouvoir prédire plusieurs années à l'avance les caractéristiques des calculateurs du futur. Nous observons cependant actuellement un tournant vers une architecture massivement parallèle, hiérarchique et hybride basée sur des architectures multi-coeurs (programmation hybride MPI/OpenMP) et des accélérateurs matériels (développement des GPUs).

Les performances en terme de coût de calcul et de gestion de données des codes numériques dépendent étroitement de l'architecture des calculateurs sur lesquels ces codes sont utilisés. L'évolution des architectures impose donc une contrainte forte sur le développement de ces codes numériques. Il est primordial de mettre en place les briques de base permettant une analyse investissement humain/bénéfice la plus précise possible avant de modifier en profondeur les paradigmes de programmation d'un code donné. Ceci afin de limiter les investissements humains vers des solutions qui deviendraient trop vite obsolètes. Cette analyse coût/bénéfice doit se faire à travers des interactions soutenues entre les mathématiciens-numériciens concevant les modèles, les physiciens utilisant le modèle, les spécialistes HPC et les constructeurs de machines. La structuration de ces interactions et les aspects liés à la formation sont au centre du projet Equip@Meso (lauréat Equipex 2010).

### Problématiques

Les codes de calcul utilisés pour des applications concrètes de modélisation de l'océan et de l'atmosphère sont extrêmement complexes et n'ont pas nécessairement été initialement développés dans une optique HPC. Cependant, ceux-ci évoluent peu à peu et intègrent maintenant dans leur quasi-totalité des fonctionnalités MPI et OpenMP plus ou moins abouties. Il est important de souligner que les problématiques liées aux performances des codes numériques sur des architectures massivement parallèles ne sont pas seulement des problèmes informatiques incombant aux spécialistes HPC. Ils doivent au contraire impliquer spécialistes HPC ET mathématiciens/numériciens (voire même les physiciens utilisant ces modèles). En effet, si on veut créer des codes lisibles et aisément maintenables (pour pouvoir les faire évoluer), il est inconcevable de chercher à optimiser des codes de calcul dans une approche « boîte noire » sans avoir une connaissance fine des schémas numériques et de la structure du code. Il faut donc formuler ce problème comme un ensemble maths/numérique/informatique en intégrant le critère « architecture des codes » aux choix des méthodes.

Plus concrètement, si l'on veut tirer profit des nouvelles ressources de calcul, nous pouvons isoler une liste non-exhaustive d'enjeux :

- ▶ Etude des méthodes numériques pour plus de granularité. La majorité des codes est actuellement basée sur un découpage des tâches en sous-domaines spatiaux. De nouvelles directions pour augmenter la granularité des codes doivent être explorées.
- ▶ Modification des paradigmes de programmation. A titre d'illustration, les performances des modèles océaniques de climat sont fortement contraintes par la glace de mer qui compromet l'équilibrage des charges à l'exécution du code. En effet, le modèle de glace (très coûteux) est uniquement activé pour les points de grille contenant de la glace de mer.
- ▶ Techniques de parallélisation (hybride MPI/OpenMP, GPU ...). On observe encore très peu à l'heure actuelle d'amélioration de performances en hybride MPI/OpenMP comparativement au purement MPI.
- ▶ Généralisation des outils d'analyse de performance pour assister le développement du code et le « debugging ».
- ▶ Mise en place de maquettes "communautaires" représentative des difficultés d'un "vrai" code afin de pouvoir anticiper sur des problèmes simples les problèmes que l'on pourra rencontrer lors du passage à l'échelle.

## **Fonctionnement et animation**

Les centres universitaires régionaux constituent la brique de base de l'écosystème HPC. L'accès des chercheurs aux équipements nationaux voire européens passe par le renforcement et la structuration des centres régionaux. Ils assurent la découverte, la formation et la prise en main du HPC par la communauté de recherche française. De plus, le rôle de laboratoires tels que le CERFACS est également très précieux pour la communauté scientifique.

# Mathématiques décisionnelles pour la gestion durable des écosystèmes

Réseau M3D <http://www.reseau-m3d.fr/>

## Enjeux environnementaux

Les écosystèmes, en particulier les écosystèmes anthropisés, connaissent actuellement des changements importants, en grande partie générés ou accélérés par les activités humaines : pollution, épuisement des ressources, introduction d'espèces invasives... En retour, ces changements ont un impact sur les activités humaines en altérant les commodités (nourriture, énergie, médicaments) ou services (tourisme, pollinisation, etc.) reposant sur ces systèmes. Par conséquent, la gestion durable des écosystèmes est devenu un enjeu majeur pour les différentes instances nationales (ministères en lien avec l'énergie, l'écologie, l'agriculture, etc.) et internationales (FAO, IUCN, OMS, etc.) en charge de leur régulation.

Le développement durable doit répondre aux besoins du présent sans compromettre la capacité des générations futures à répondre à leurs propres besoins. Il implique une gestion viable et équitable des ressources. Pour mettre au point des scénarios de gestion et évaluer leur efficacité bio-économique, la mise en place d'outils quantitatifs d'aide à la décision tels que les modèles mathématiques est particulièrement adaptée.

Les problèmes décisionnels liés à la durabilité des écosystèmes en interactions avec les activités humaines se révèlent d'une complexité multiple :

- complexité de la notion même de durabilité (notion d'équité, formulation d'un critère bio-économique) ;
- complexité intrinsèque des systèmes naturels/biologiques considérés, liée à la fois au grand nombre d'entités en interactions (individus, populations, espèces, etc.) et à la nature de ces interactions (souvent fortement non linéaires) ;
- complexité des moyens à mobiliser pour mettre en œuvre une politique durable (instruments économiques tels que taxes et permis versus instruments réglementaires tels que normes) ;
- et enfin, complexité associée aux interactions et rétroactions entre systèmes de gestion et systèmes naturels/biologiques.

La problématique de développement durable se traduit généralement par la recherche de politiques durables et efficaces et s'appuie sur des modèles dynamiques issus du couplage entre systèmes biologiques et systèmes de gestion. Elle mobilise des méthodes issues de la théorie de la viabilité, de la commande et de la commande optimale, ou encore de la théorie des jeux.

La complexité de ces systèmes engendre des problèmes méthodologiques qui dépassent la problématique du développement durable, pour analyser leur comportement, mettre au point des stratégies de contrôle efficaces, estimer leurs paramètres, les simuler efficacement...

Quelques domaines d'application :

- Pollution : gestion intégrée des pollutions des sols et des eaux dues aux activités humaines (culture, élevage, développement urbain).
- Ressources renouvelables : gestion raisonnée des stocks halieutiques, des forêts...
- Agro-écosystèmes (cultures, élevages) : gestion durable des résistances, limitation des intrants...
- Biodiversité : utilisation durable des espèces et des milieux, évaluation des coûts et bénéfices des services rendus...

## Défis mathématiques

Pistes méthodologique plus transversales :

- Simplification de modèles :
  - ▶ par des méthodes mathématiques qui génèrent des modèles approchés interprétables et permettent d'estimer l'erreur entre modèle initial et modèle approché ;
  - ▶ ou par des approches numériques, fondées sur la méta-modélisation ou l'analyse de sensibilité.
- Mise en œuvre d'une démarche ouvertement multi-modèles : comparaison, voire couplage, de modèles issus de différentes écoles de modélisation (e.g. déterministes, stochastiques, mécanistico-statistiques...) ; utilisation des modèles simplifiés (cf. supra) pour concevoir des stratégies de gestion à valider sur les modèles originaux.

À terme, il s'agirait de proposer, sur la base de différents cas d'études, des méthodes permettant un traitement générique des problèmes de prises de décision associées au développement durable.

## Management de la biodiversité : réseau et décision dans l'incertain

INRA, Frédérick Garcia - travail de Hugh Possingham, Professeur en Mathématiques et en écologie de l'Université du Queensland, Australie.

### Descriptif et état de l'art

La gestion des écosystèmes (conservation de la biodiversité, contrôle d'espèces invasives, ...) soulèvent des challenges méthodologiques qui interpellent les chercheurs en écologie théorique, mathématiques, informatique et économie. En particulier, les écosystèmes sont en général fortement structurés en réseaux (d'interaction, spatiaux ou encore trophiques). Les décisions sont elles aussi souvent structurées selon ces mêmes réseaux. Un problème difficile est celui de la conception de stratégies de gestion dans ce contexte car les méthodes classiques ne permettent pas d'aborder des problèmes de cette complexité.

### Enjeux pour les mathématiques

Des cadres existent pour modéliser des systèmes sur réseau : modèles graphiques, processus décisionnels de Markov factorisés, modèles de dynamiques des populations spatialisés, équations différentielles, simulations. Néanmoins, il reste encore des progrès à accomplir pour atteindre une résolution à la fois efficace en temps et de qualité satisfaisante des problèmes de gestion sur réseau. Ainsi, en inférence dans les modèles spatiaux ou spatio-temporel, étant donné la taille des problèmes, il faut être capable de proposer des méthodes approchées qui restent rapides. En décision séquentielle dans l'incertain, l'enjeu est celui de la conception par optimisation (par opposition aux méthodes uniquement basées sur la simulation) dans des systèmes contrôlés de grande taille, factorisés et souvent partiellement observables. La gestion en écologie soulève également des questions en économie où de nouveaux modèles sont à définir pour représenter les effets des marchés sur l'évolution des biodiversités locales. Une résolution analytique devient hors de portée pour ces modèles. D'autre part, pour tous ces modèles décisionnels se pose la question de pouvoir tester leur domaine de validité.

### Quelques pistes proposées

La plupart des problèmes décrits ici se ramènent à des problèmes d'optimisation (discrète ou continue). Les principales voies pour la résolution approchée sont : la construction d'heuristiques (greedy, myopes), les approximations linéaires, la simulation, les méthodes variationnelles, ....

### Situation internationale

La gestion des réseaux en écologie est une question d'actualité au niveau international du fait des enjeux actuels autour de la conservation de la biodiversité. A titre d'exemple, il s'agit d'un des axes de recherche prioritaires du CEED (Center of Excellence for Environmental Decision) en Australie. Ce centre de recherche est dirigé par Hugh Possingham, Professeur en Mathématique et en Ecologie de l'université du Queensland et expert mondialement reconnu pour ses travaux en décision pour l'écologie. Aux Etats-Unis, l'ICS (Institute for Computational Sustainability) récemment créée, est un autre exemple de centre de recherche qui aborde cette question sous l'angle de la pluri-disciplinarité. En France, la thématique commence à émerger.

## Modélisation : de la cellule à agro-écosystèmes

*François Houllier, PDG de l'INRA, Président du conseil d'AllEnvi, l'alliance de coordination des recherches pour l'environnement (alimentation, climat, eau, territoires).*

### **Enjeux environnementaux**

L'INRA et, plus généralement, les membres d'AllEnvi étudient des processus physico-chimiques, biologiques, socio-économiques qui sont à l'œuvre dans des systèmes complexes de différente nature, systèmes naturels, biotechniques ou socio-techniques. Ces systèmes sont considérés à différentes échelles depuis les niveaux moléculaires et cellulaires (ex. biologie des systèmes) jusqu'à ceux de la biosphère (ex. modélisations climatiques).

Les exemples d'étude liant les Terres fluide, vivante et humaine sont nombreux :

- ▶ les couplages entre modèles climatiques, écologiques et socio-économiques. Par exemple, couplage entre modèles climatiques (tendances et variabilité) et modèles agronomiques (production végétale et animale, épidémiologie...); scénarisation et modélisation des évolutions de la biodiversité.
- ▶ Modélisation des paysages (structure, fonctionnement, biodiversité, services écosystémiques) en fonction des activités humaines.

Cependant tout n'est pas qu'affaire de couplage entre les trois "Terres". Il ne faut pas sous-estimer les besoins de modélisation propres à chacune des trois "Terres" (fluide, vivante et humaine), notamment les besoins de modélisation en biologie, discipline qui a moins développé ses interfaces avec les mathématiques et l'informatique (sauf sur la bioinformatique dans les 20 dernières années) que les physiciens.

### **Besoins mathématiques**

Les outils mathématiques utilisés sont de différentes nature et couvre de nombreuses thématiques mathématiques :

- ▶ Méthodes statistiques classiques
- ▶ Outils de modélisation (systèmes dynamiques, équations aux dérivées partielles...) continue ou discrète.

Nous notons cependant un déficit sur la prise en compte des événements aléatoires.

D'autre part, les phénomènes importants à prendre en compte sont :

- ▶ La prise en compte des dimensions spatiales et temporelles (par exemple, dans les modèles épidémiologiques en santé animale et végétale).
- ▶ La capacité de simuler des phénomènes couplant des processus opérant à différents pas de temps, à différents niveaux d'organisation ou à différentes échelles spatiales.
- ▶ La modélisation d'événements aléatoires.

Et là où les mathématiques se révéleraient plus particulièrement d'une aide précieuse :

- ▶ Modélisation du métabolisme cellulaire (des premiers modèles assez complets commencent à paraître).

- ▶ Modélisation de systèmes dynamiques à structure dynamique (tout type de morphogenèse, depuis un tissu, jusqu'à un organisme [animal, plante] ou à un paysage).
- ▶ Modélisation de phénomènes physiques dans des structures hétérogènes (ex. simulation de la propagation du feu dans des paysages, simulation d'écoulements dans des couverts végétaux...).
- ▶ Modélisation de phénomènes biologiques et physiques (ex. modèles biomécaniques).

### **Liens avec les mathématiciens**

Au sein de l'INRA, il existe un département Mathématiques et Informatique Appliquées, avec un équilibre entre 3 missions : recherches propres (par exemple sur des verrous méthodologiques), recherches interdisciplinaires en partenariat avec d'autres départements (par exemple dans le cadre d'équipes mixtes) et accompagnement du développement des mathématiques et de l'informatique dans d'autres départements.

L'INRA dispose également d'un partenariat stratégique établi avec INRIA soutenu de différente manière : projets incitatifs, équipes-projets communes, contrats doctoraux co-encadrés....

### **Les besoins en HPC**

Il y a de gros besoin en matière de stockage de données lié, notamment mais pas seulement, au développement de la biologie à haut débit (génomique et post-génomique).

En matière de calcul intensifs, les besoins sont croissants mais ils sont moins bien qualifiés à ce stade (mais journée commune réalisée avec INRIA en 2012) que les besoins de stockage de données.

### **Si vous pouviez tout obtenir de l'ANR ?**

D'une part, le soutien à des projets interdisciplinaires associant mathématiciens ou informaticiens.

Puis d'autre part, des projets associant également biologistes, écologues, sociologues ou économistes.

Il peut s'agir de projets de recherche (de taille variable), de cycles de rencontres interdisciplinaires, ... mais il faut veiller à ce que ces projets mobilisent effectivement des chercheurs et enseignants-chercheurs en poste et ne reposent pas de façon prépondérante sur des post-doctorants.

## Optimisation et commande des modèles énergétiques pour un développement soutenable

*Nadia Maïzi, Centre de Mathématiques Appliquées, CMA Nice*

The CMA, the Center for Applied Mathematics longs to the UMS (Mathematics and Systems) department of MINES ParisTech which was rated A at the AERES evaluation. Research and teaching activities at the Centre for Applied Mathematics concern Optimization, Decision-making Support and Control. They are led in close collaboration with industrial partners in the fields of climate, economics, markets and energy. The centre has strong collaborations with INRIA.

Since 2003, a special focus has been given to planning and optimization through a dedicated prospective approach. Goaded by the climate problem and economic globalisation, the energy issues provided the opportunity for a methodological reappraisal which inspired and accelerated a dialogue between engineers and economists. Extending this movement to other sustainable development issues can only make more obvious the current lack, in France, of a capability to lastingly develop modeling tools and of a training "for and by" the prospective approach. Past efforts were led in a real structural instability and, nowadays, the human factor appears to be the limiting parameter to recreate a tradition linking numerical prospective, economic calculation, public economy and strategic thinking.

The Centre for Applied Mathematics, backed by the French Energy Council, since 2003, has been working on the development of a MARKAL/TIMES model. MARKAL/TIMES is a long-term planning tool that generates normative information based on analyses of scenarios reflecting different policies, measures or incentives concerning all economic sectors. This approach involves the constrained optimization of a system describing energy flows associated with a given geographic zone and is based on modelling optimization problems. Some key research topics are operational flexibility of electric systems, impacts of large wind power shares, low carbon energy systems and development of renewable energy sources.

The CMA's « planning and optimization » research project enjoys national and international recognition, highlighted by the following:

- Selected by the French Strategic Analysis Council (reporting to the Prime Minister) as part of work done by the Energy Commission, to evaluate scenarios for France with the target of quartering CO<sub>2</sub> emissions by 2050.
- Invited to the United Nations conference on climate change (UNFCCC) in Nairobi in November 2006, to present the anticipatory approach proposed by the CMA in partnership with Schneider Electric, in 2007 in Bali, in 2009 in Copenhagen, in 2010 in Cancun.

In addition, through numerous collaborations, the project is associated with:

- Academia: partnership with CIRED (EHESS/ENPC/CNRS laboratory)
- The industrial sphere: partnerships with EDF (three PhDs underway), association with SCHNEIDER Electric, TOTAL, ADEME, EDF and RENAULT, in the scope of the Chair on Modelling and Forecasting for Sustainable Development.
- The institutional world: IFP partnership coming under the TUCK Foundation
- Europe: partner on several European projects – NEEDS, RES2020, OPTIMATE.

In order to reinforce and perpetuate our "planning and optimization" research activities, two main projects are associated:

- The ParisTech Chair Modeling for Sustainable Development created by the CMA in 2008 : [www.modelisation-prospective.org](http://www.modelisation-prospective.org)
- The Master's course on Optimization of Energy Systems for which CMA is responsible since 2000 of [www-ose.cma.ensmp.fr](http://www-ose.cma.ensmp.fr)

L'eau, une énergie renouvelable, à préserver et à mieux gérer.

*Jacques Sainte Marie, chercheur Cerema (Centre d'études et d'expertise sur les risques, l'environnement, la mobilité et l'aménagement)/Laboratoire Jacques-Louis Lions, Équipe-projet INRIA, ANGE (Numerical Analysis, Geophysics and Ecology).*

*avec la collaboration de Marie-Odile Bristeau, chercheur INRIA et Edwige Godlewski, Professeur Laboratoire Jacques Louis Lions*

## **Enjeux environnementaux**

Alors que les préoccupations associées à la modélisation des écosystèmes, à la préservation de l'environnement et au développement durable ont une urgence particulière, d'importantes questions, qui relèvent des mathématiques appliquées, se posent dans des domaines tels que l'impact et la prévention des catastrophes naturelles, la gestion des ressources en eau, la biogéochimie des eaux et leur évolution, l'impact des écoulements sur les sols et les structures. Et les connaissances actuelles tant au niveau de la modélisation que de la simulation numérique ne permettent de répondre que très imparfaitement à ces problématiques.

Comme le montre l'énumération ci-dessus, ce champ est très vaste. Pour ces problèmes souvent multi-physiques et multi-échelles, la difficulté est d'isoler un problème précis pour lequel le formalisme mathématique peut apporter une plus-value. Le problème de la captation du CO<sub>2</sub> dans les océans illustre cette complexité. Il s'agit d'un phénomène couplant hydrodynamique, biologie, chimie et faisant intervenir l'atmosphère et les variations climatiques. Il est caractérisé par des couplages souvent mal connus, un nombre énorme d'espèces et de réactions à considérer avec des constantes de temps très différentes, une grande variabilité spatiale/temporelle et des mesures expérimentales partielles et peu nombreuses.

La taille et la complexité des problèmes rencontrés ne doivent pas être un frein à l'implication des mathématiciens dans ces disciplines. Mais étant donnée la difficulté d'y isoler des problèmes de taille et de complexité réduites, il doit s'agir d'un investissement de long terme.

## **Énergies marines**

Parmi les secteurs d'activité en plein essor, citons celui des énergies renouvelables ou décarbonnées. Dans le domaine marin, de nombreux systèmes sont proposés pour récupérer l'énergie des vagues, des marées et des courants marins afin de produire de l'électricité. Citons par exemple les hydroliennes, divers systèmes de bouées transformant les variations de la surface libre en électricité ou encore des turbines actionnées par l'énergie des vagues. Il s'agit de systèmes assurant une production souvent modeste par rapport à des centrales thermiques ou nucléaires mais de taille réduite et pouvant être installés facilement.

L'optimisation de ces systèmes (dispositif, forme, positionnement, faible coût d'installation, durabilité, ...) est une thématique originale et complexe qui nécessite des outils numériques performants.

Divers systèmes sont actuellement proposés et implantés mais leur optimisation est pour l'instant le talon d'Achille de ces dispositifs. Alors que dans l'aménagement d'un port, on cherche à minimiser l'agitation générée par la houle, on cherche ici à maximiser l'énergie des vagues. Un point important de cette thématique est l'optimisation de la bathymétrie d'un domaine géométrique afin, par exemple, de focaliser la houle et maximiser le rendement d'un dispositif houlomoteur.

## **Écologie - biodiversité**

Le couplage de modèles biologiques avec l'hydrodynamique ajoute l'advection et la diffusion des quantités considérées aux termes de réaction décrivant la croissance ou la décroissance des concentrations de ces

quantités. L'analyse et la simulation des modèles ainsi obtenus est complexe, les non-linéarités sont importantes et les constantes de temps de la biologie et de l'hydrodynamique très différentes. Au sein de cette thématique très vaste, voici deux sujets que l'on décrit plus précisément.

▶ **Les écosystèmes lacustres**

Contrairement aux océans, les lacs sont des systèmes de taille plus réduite, relativement fermés (variations relatives du volume assez faibles). Ils se prêtent donc mieux à une modélisation mathématique et ce d'autant plus que l'on peut isoler la dynamique de certains groupes d'espèces.

Il s'agit de modéliser la réponse d'un lac aux forçages atmosphériques, aux évolutions climatiques ou aux éventuelles pollutions. Si on connaît bon nombre de mécanismes élémentaires responsables de cette dynamique, leur interaction dans un milieu hétérogène dans l'espace et variable dans le temps est mal maîtrisée. Citons par exemple la prédiction des phénomènes d'eutrophisation, le développement de bactéries nocives telles les cyanobactéries ou encore les phénomènes d'upwellings [2, 4].

▶ **Culture de micro-algues**

Depuis plusieurs années et dans divers pays, on expérimente des bassins à haut rendement où l'on optimise la croissance d'algues pour en extraire un biocarburant [1, 3]. En effet, certaines espèces de microalgues à forte teneur en lipides, pourraient conduire à la production de biocarburants dits de 3<sup>ème</sup> génération. Elles offrent, par rapport à la culture de plantes supérieures (par exemple les oléagineux), des rendements potentiellement beaucoup plus grands, typiquement un ordre de grandeur. La modélisation de l'hydrodynamique des bassins et de son couplage avec la biologie est une des clés de la réussite de tels projets. En effet, soumis à une alternance jour/nuit et à un gradient d'intensité lumineuse qui dépend des variations de leur position par rapport à la surface libre, les microalgues mettent en place des phénomènes de photoadaptation complexes. L'optimisation du régime hydrodynamique du bassin permet donc de maximiser la croissance des microalgues cultivées et donc le rendement du bassin tout en réduisant la dépense énergétique associée, par exemple, l'énergie de la roue à aubes générant l'agitation du bassin, voir image ci-dessous.



## Conclusion

En géosciences, avec la multitude des phénomènes physiques dont on souhaite rendre compte, de nouveaux modèles sont régulièrement présentés. Il est nécessaire d'envisager la pertinence d'un modèle à la fois sous l'angle de sa capacité à reproduire des données expérimentales mais aussi sous celui de la façon dont il est dérivé et de ses propriétés (compatibilité thermo- mécanique,...). Il est vain de chercher à développer des techniques d'analyse numérique robustes pour un modèle ne satisfaisant pas, au niveau continu, des propriétés minimales de stabilité.

Les modèles proposés ou bien ceux auxquels on s'intéresse doivent rester de complexité raisonnable par rapport aux mesures in situ ou expérimentales permettant de les valider. Cette complexité raisonnable est également primordiale dès lors que l'on s'intéresse à la simulation d'écoulements réels donc avec de grandes échelles spatiales et temporelles. Beaucoup de techniques numériques, validées sur des modèles 1D s'avèrent inutilisables en pratique sur des problèmes 3D car trop coûteuses en temps de calcul.

A noter qu'une fois ces modèles validés, on cherche souvent à exploiter leur caractère prédictif et pas seulement explicatif. Dans ce contexte, on est amené à s'intéresser à la résolution de problèmes inverses par exemple l'assimilation de données. Et pour des systèmes ayant une dominante hyperbolique nonlinéaire, peu diffusifs et admettant des solutions irrégulières, de nombreuses questions scientifiques sont ouvertes.

Les problématiques scientifiques décrites dans cet article sont clairement pluridisciplinaires et nécessitent des interactions fortes entre mathématiciens, géophysiciens, hydrauliciens et acteurs de terrain. La rencontre entre ces différents acteurs n'est pas toujours naturelle et l'existence de programmes ou de structures transdisciplinaires (appels à projets, GdR) doit donc être encouragée. Notons à ce sujet, le GdR "TranSNat" <http://transnat.univ-rennes1.fr/>, 2009 et le GdR "EGRIN" <http://gdr-egrin.math.cnrs.fr/>, 2013.

- (1) H. Hadiyanto, Steven Elmore, Tom Van Gerven, and Andrzej Stankiewicz, **Hydrodynamic evaluations in high rate algae pond (hrap) design**, *Chemical Engineering Journal* 217 (2013), no. 0, 231 – 239.
- (2) Salençon M.-J. and J.-M. Thébault, **Modélisation d'écosystème lacustre.**, Masson, 1997.
- (3) B. Sialve, N. Bernet, and O. Bernard, **Anaerobic digestion of microalgae as a necessary step to make microalgal biodiesel sustainable**, *Biotechnology Advances* 27 (2009), no. 4, 409–416.
- (4) D.B. Van de Waal, J. Verspagen, J. Finke, V. Vournazou, A. Immers, W. Kardinaal, L. Tonk, S. Becker, E. Van Donk, P. Visser, and J. Huisman, **Reversal in competitive dominance of a toxic versus non-toxic cyanobacterium in response to rising CO<sub>2</sub>**, *ISME J (Journal of Microbial Ecology)* 5 (2011), no. 9, 1438–1450.