

Fluides géophysiques complexes : Écoulement des glaciers, boues et laves torrentielles

Colloque Fluides Complexes 9-13 septembre 2013, Toulouse (J. Monnier, P. Noble, J.-P. Vila)

Objectifs-Thèmes abordés

Ce colloque traitant de « fluides géophysiques complexes » a eu pour objectif de rassembler les acteurs de la recherche fondamentale et appliquée sur les écoulements des glaciers et les glissements de terrain. La rencontre a été organisée dans le cadre de l'Atelier de Réflexion Prospective (ARP) [MathsinTerre](#). Ce colloque s'inscrivait naturellement dans la thématique "Terre et Fluides".

Les écoulements considérés, écoulements de glaciers, de boues, laves torrentielles, sont complexes à plus d'un titre. Tout d'abord, ces fluides sont non newtoniens, et ceci peut poser des difficultés aussi bien en terme d'analyse mathématique que de modélisation numérique, tout particulièrement pour les écoulements peu profonds. Ensuite, la topographie du fond est extrêmement perturbée (écoulements géophysiques), de surcroît mal ou peu connue (données incertaines). D'autres difficultés apparaissent telles que les zones mortes ("bouchons": zone solide); des incertitudes pèsent également sur les coefficients des lois rhéologiques (passage laboratoire/terrain ou micro/macro; modèles en soi); et aussi d'autres sources d'incertitudes telles que les conditions aux limites. Une caractéristique de ces écoulements géophysiques est également l'aspect multi-échelles, multi-régimes et grande taille des problèmes. Ce dernier point interdit bien souvent de résoudre les équations primitives. C'est pour ces raisons-ci que nous cherchons à dériver des modèles réduits (e.g. modèles de St Venant), robustes (e.g. stabilité paramétrique) et abordables du point de vue du calcul.

Nous avons retenu quatre thématiques pluridisciplinaires, avec pour objectif d'identifier les verrous actuels dans chaque domaine, du modèle terrain et données satellites à la modélisation physique, numérique en passant par l'analyse mathématique.

Rhéologie des fluides complexes : modèles et expériences, lois comportementales, instabilités, modèles numériques.

Glaciologie : modélisation, écoulements multi-échelles, asymptotiques, multi-régimes, données satellites et in-situ.

Analyse mathématique et numérique : films minces avec singularités, modèles bien posés, schémas numériques.

Modèles d'EDP géophysiques : perturbations stochastiques, sensibilité et robustesse aux paramètres, écoulements multi-échelles.

Organisation-Listes des Participants

Le colloque s'est déroulé du 9 au 13 septembre 2013 à l'Institut de Mathématiques de Toulouse (organisateur : Jérôme Monnier, Pascal Noble et Jean-Paul Vila, INSA Toulouse). En s'appuyant sur les quatre thématiques dégagées, nous avons construit un programme articulé autour d'un cours de deux heures et de deux à trois exposés d'une heure par thème. Nous avons organisé quatre tables rondes pour faire un bilan de l'état de l'art et des verrous rencontrés dans chaque thème et dressé une liste de priorités concernant l'étude des fluides complexes géophysiques.

Ont participé à ce colloque :

Robert Arthern (British Antarctic Survey, UK), Sébastien Boyaval (Laboratoire Saint Venant, France), Guillaume Chambon (IRSTEA, France), Philippe Coussot (Laboratoire Navier, France), Félix Darve (Laboratoire 3SR, France), Gael Durand (LGGE, France), Alexandre Ern (CERMICS, France), Andrew Fowler (Oxford University, UK), David Gérard-Varet (Université Paris 7, France), Frédéric Parrenin (LGGE, France), Gael Poette (CEA, France), Clémentine Prieur (Laboratoire Jean Kuntzmann, France), Michael Renardy (Virginia Tech, USA), Michael Ruzicka (Albert-Ludwigs Universität, Germany), Paul Vigneaux (ENS Lyon, France).

Bilan du colloque

A) Rhéologie-Expériences en laboratoire

L'objectif du colloque était de faire un état de l'art en matière de rhéologie des fluides complexes et en particulier des fluides géophysiques (boues, laves, glace). Ils sont tous non newtoniens et exhibent souvent un comportement visco-plastique (coexistence d'une phase liquide visqueuse et solide). L'existence d'un seuil d'écoulement est une caractéristique commune à un grand nombre d'écoulements géophysiques, torrents de boue, glissements de terrain, avalanches de neige dense.

Les « fluides à seuil » sont une modélisation mathématique de ce principe. Cependant, **la validation expérimentale d'un tel modèle nécessiterait la connaissance de la relation contrainte/taux de déformation aux très faibles déformations ce qui est inaccessible actuellement même avec les instruments les plus sophistiqués.** Ainsi, dans une expérience d'avancée d'un front de film visco-plastique, on ne sait pas décrire ce qui se passe au front (disparition brutale ou progressive de la zone plastique). Ceci est corroboré par les dernières analyses mathématiques (formelles) qui mettent en exergue une singularité à la transition fluide/solide. Une tentative possible de validation expérimentale des lois à seuil serait de faire des mesures sur un écoulement permanent non uniforme pour explorer les faibles déformations.

Outre l'aspect seuil, on rencontre d'autres difficultés inhérentes aux fluides non newtoniens : problème de reproductibilité, effets temporels (visco-élasticité, vieillissement) qui mènent à d'importantes incertitudes sur les coefficients des lois de comportement. Pour les fluides géophysiques, la situation est pire puisque, en dehors du cas particulier de la glace, on ne dispose que de très peu de données expérimentales. Se posent également les problèmes d'échelles et du passage de l'expérience en laboratoire aux expériences in situ : une possibilité serait d'utiliser les expériences in situ comme rhéomètre opérationnel pour obtenir une rhéologie effective des fluides non newtoniens géophysiques.

Le colloque a permis de dégager deux grandes thématiques :

- Régularisation temporelle des fluides à seuil : certains exposés ont mis en évidence la nécessité d'intégrer la variable temps dans les lois de comportement pour tenir compte des effets élastiques dans les fluides visco-plastiques. Certains fluides, thixotropes ou visco-élastiques généralisés, exhibent un comportement à seuil en temps long. Une analyse fine tant du point de vue théorique que numérique est nécessaire pour comprendre la transition fluide/solide dans ce type de fluide. En particulier, il manque de simulations numériques robustes d'écoulements à surface libre de ces fluides.
- Dynamique de fracture/rupture : On ne sait pas encore bien décrire et modéliser le départ d'une avalanche ou d'un glissement de terrain. Se cache derrière la notion de rupture ou fracture qui est encore mal comprise dans les fluides visco-plastiques. Les solutions proposées actuellement sont essentiellement numériques et reposent sur l'introduction d'un seuil de rupture. Là encore, l'introduction de la variable temporelle pourrait désingulariser cette classe de modèles. Une solution mathématique possible serait alors de considérer des fluides visco-élasto-plastiques : la dynamique de rupture est une

conséquence de la propagation d'ondes élastiques très rapides. Mathématiquement, cela se traduit par un problème de perturbations singulières (en temps) dans un système d'EDP.

B) Obtention de modèles de Saint Venant

Le colloque a permis de dresser un état de l'art très détaillé de la dérivation des modèles de type Saint Venant pour les écoulements gravitaires de fluides visqueux non newtoniens. Ces modèles, par leur simplicité, permettent d'étudier une grande variété de phénomènes (avalanches de neige mouillée, laves torrentielles, laves volcaniques, glissements de terrain) sans trop sacrifier leur complexité. Ils sont utilisés en ingénierie dans la conception d'ouvrages de protection (digues, paravalanches) et l'établissement de zones à risques. Le colloque a permis de faire le bilan sur les points suivants :

- Consistance des modèles de Saint Venant : Jusqu'au milieu des années 90, les modèles de Saint Venant étaient obtenus à partir des équations de Navier-Stokes de manière heuristique et étaient pour la plupart non consistants, une solution exacte de Navier-Stokes ne fournissait pas une solution approchée du modèle de Saint Venant obtenu ! Ce problème a, depuis, été identifié aussi bien par les mathématiciens que les physiciens et il existe désormais une littérature abondante sur la dérivation de modèles de Saint Venant consistants pour une grande variété de fluides non newtoniens (en loi de puissance, visco-plastiques, viscoélastiques).
- Transition fluide-solide dans les fluides visco-plastiques : Les modèles de Saint Venant consistants sont obtenus dans ce cas sous des hypothèses très restrictives : le fluide doit toujours être en déformation, même faible (c'est la notion de pseudo-plug introduite par N. Balmforth). La transition fluide-solide dans des écoulements de films à seuil est encore très mal comprise et un effort important en particulier sur l'**analyse numérique** est nécessaire pour mieux comprendre ces écoulements. Les pistes évoquées sont la régularisation des lois à seuil ou l'utilisation de lois de comportement plus réalistes comme les modèles de films thixotropes.
- Stabilité des modèles de Saint Venant : Une fois un modèle de Saint Venant obtenu, la question est de savoir si la solution, numérique ou théorique, du modèle donne une bonne approximation de la solution des équations de Navier-Stokes. C'est un problème de stabilité des modèles et les résultats sont encore très partiels pour les films visqueux. **Cette question est intimement liée au caractère bien posé des équations de Navier-Stokes à surface libre pour les fluides visqueux et à la régularité des solutions.** Cette dernière hypothèse est pourtant le point de départ de toutes les dérivations de modèles de Saint Venant. La présence de la surface libre rend difficile la transposition des résultats classiques sur Navier-Stokes en domaine borné même pour les fluides newtoniens. Concernant les fluides non newtoniens visco-plastiques, on ne dispose que de résultats d'existence de solutions faibles (peu régulières) en domaine borné.
- Topographie - Fronts : Les modèles de Saint Venant ne sont obtenus que sous des hypothèses assez restrictives quant à la géométrie de l'écoulement : les modulations de la topographie sont faibles (en accord avec l'approximation onde longue) et la hauteur de fluide est toujours non nulle. Ces hypothèses excluent donc des situations rencontrées en pratique : une avalanche, un glissement de terrain ou une rupture de barrage correspondent plus à l'avancée d'un front. De plus les topographies rencontrées en géophysique sont rarement des modulations faibles d'un plan. Un effort important doit être apporté sur la dérivation de modèle en présence d'un front d'autant plus qu'on dispose de plus en plus de résultats quantitatifs (mesure de pression, de vitesse) d'expériences en laboratoire ou in situ. Concernant la topographie, il faut une méthode de calcul de topographie effective, qui remplacera la topographie « réelle », en accord avec les hypothèses de dérivation des modèles de Saint-Venant.

C) Glaciologie

Le colloque a fait l'état de l'art sur la recherche concernant l'écoulement des glaciers, notamment aux calottes polaires (Antarctique, Groënland). Un enjeu majeur est d'estimer leur bilan de masse global et donc leur contribution à l'élévation du niveau des mers.

La glace est un matériau complexe : polycristallin, anisotrope, hétérogène et pouvant présenter de forts gradients thermiques. À ces échelles, c'est une couche de **fluide mince à surface libre** reposant sur une topographie pour l'essentiel non cartographiée. La glace est vue comme un fluide non newtonien, obéissant à une loi de puissance dont **la viscosité dépend de la température**. Ce choix fait consensus dans la communauté des glaciologues. La couche de glace s'écoule jusque dans l'océan où elle repose puis finit par se fracturer : son comportement est alors plus proche d'une plaque solide élastique. L'eau issue de la fonte éventuelle en surface (eg Groënland) peut s'infiltrer à la base du glacier et induire des modifications de la « friction » au fond; apparaît alors une interaction écoulement glaciaire - réseau hydraulique.

Il existe actuellement un grand nombre de modèles d'écoulements de glace, des plus simples (type lubrification ordre 0) aux plus complets (Stokes en loi de puissance, anisotrope, à surface libre), couplés à une équation sur la température et complétés par des conditions aux limites incertaines (conditions basales, topographie). Cette famille d'écoulements est fortement multi-échelle (glace posée, fleuves de glaces observés aux calottes polaires) au sens où une grande disparité d'échelles spatiales et temporelles sont nécessaires pour les décrire correctement. Le colloque a permis de faire l'état des lieux sur les points suivants :

- Modèles de couches de glace et instabilités :

L'obtention rigoureuse de modèles réduits de type Saint Venant est un enjeu majeur de la modélisation de l'écoulement des glaciers. Les modèles cherchés doivent être valables pour l'ensemble des régimes observés. Un soin particulier doit être apporté sur la prise en compte des conditions aux limites au fond. Une fois obtenus, ces modèles doivent, en retour, permettre d'obtenir une bonne description de la dynamique de l'écoulement des glaciers et rendre compte d'un certain nombre de phénomènes plus ou moins bien documentés :

- ▶ Stabilité/Instabilité de la ligne d'échouage : c'est l'endroit où la couche de glace plonge dans l'océan. La dynamique de ce point critique est aujourd'hui mal connue.
- ▶ Instabilités de surface libre : les données satellites rendent compte de la formation d'une grande variété de motifs à la surface des glaciers (micro-collines à l'échelle du glacier : « drumlins », « ribbed moraines », et « striations »). Ces formations ne sont pour l'heure décrites qu'à l'aide de modèles linéaires.
- ▶ Fleuves de glaces : dans certaines conditions, l'avancée du glacier est accélérée. Si on a mis en évidence un certain nombre d'éléments susceptible d'expliquer le phénomène (influence des rivières et lacs souterrains qui jouent le rôle de lubrifiant, changement de température), on ne dispose pas encore de modélisations mathématiques qualitatives.

L'introduction de la **dynamique de rupture** (crevasse, vêlage) dans les modèles et le couplage avec des modèles de climat sont également des enjeux importants.

La question de la **quantification des incertitudes et l'analyse de sensibilité** liées aux modèles utilisés (influence de la friction, de la loi de comportement, de la topographie) est un problème majeur pour donner une mesure de la fiabilité des résultats numériques (voir dernier paragraphe).

- Données de type couches isochrones :

La chute puis la transformation de la neige sur la calotte glaciaire induit la formation de couches de glace. Les données d'observation en profondeur obtenues par radar permettent d'avoir accès aux différentes couches, en particulier leur géométrie. Le carottage à la calotte glaciaire donne quant à elle

une information sur l'apport initial de neige à une époque donnée. On obtient ainsi une information type lagrangienne mais intégrée dans le temps, qui pourrait permettre en retour de faire un historique du champ de vitesse.

Tout le problème concerne la manière dont on reconstruit le champ de vitesse à partir de ces données : à l'heure actuelle, les calculs analytiques ont été fait en 2D vertical sous l'hypothèse forte de champs de vitesse irrotationnels. Cette hypothèse, raisonnable sur les couches proches de la surface libre, devient très discutable au fond où des formes de repliements (folding) sont observées.

La modélisation et analyse mathématique fine de ce type d'observations originales seraient susceptibles d'apporter des informations sur le comportement et l'historique des glaciers. Aussi, la construction d'observateurs mathématiques dans le cadre d'un outil d'**assimilation de données** permettrait de mieux contraindre les modèles de dynamique de ces écoulements.

D) Analyses de sensibilité et propagation des incertitudes

L'analyse de sensibilité et la propagation d'incertitudes dans les modèles d'écoulements géophysiques à données incertaines, voire inconnues (topographie, rhéologie, conditions aux limites, surface libre), est un thème vaste et complexe, qui aurait mérité un colloque à part entière. Cette rencontre a permis de faire un survol des outils statistiques pour l'analyse de sensibilité, et de présenter une approche de propagation d'incertitudes basée sur une méthode de type Galerkin - polynômes du chaos. Plus précisément, les thèmes suivants ont été abordés :

- Les méthodes statistiques portant notamment sur l'optimisation du tirage dans les méthodes de type Monte-Carlo, l'estimation des indices de Sobol, la construction de métamodèles. Ces approches statistiques sont robustes dans le sens où elles sont globales mais peuvent être prohibitives d'un point de vue coût de calcul, ou encore non établies pour des modèles non linéaires.
- Une méthode de Galerkin basée sur les polynômes du chaos, et appliquée au système d'Euler compressible. Il s'agit d'une approche solide, précise, mais reste intrusive et limitée à un faible nombre de paramètres (typiquement une dizaine). Une approche préliminaire non intrusive et basée sur les polynômes du chaos a également été présentée.

L'approche variationnelle, basée sur les équations adjointes, permet de donner des informations locales de sensibilité pour un très grand nombre de paramètres à moindre coût de calcul, n'a pas été abordée. Il aurait également été intéressant d'aborder les développements récents d'approches hybrides variationnelles – stochastiques.

D'un point de vue plus général, rappelons simplement que l'élaboration de méthodes de propagation d'incertitudes, d'analyses de sensibilité aux paramètres, qu'elles soient déterministes et/ou stochastiques, constituent des outils clefs tant pour la bonne compréhension des modèles que des écoulements eux-mêmes.