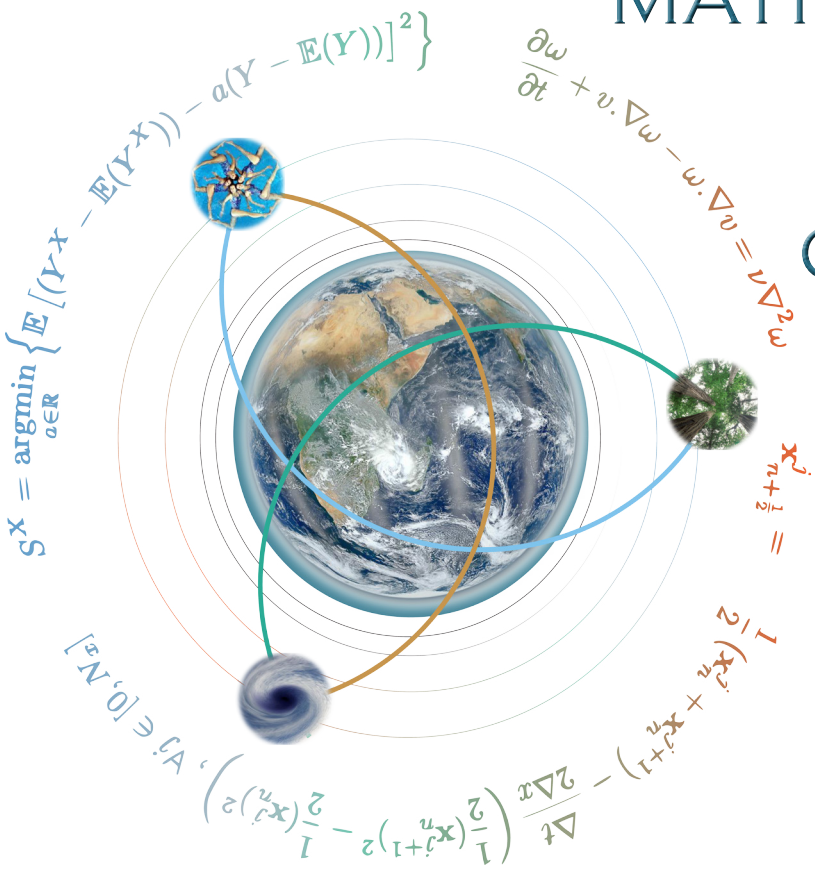
Le consortium mathsinterre
présente

MATHÉMATIQUES & COMPLEXITÉ DU SYSTÈME TERRE



Présent et futur de la recherche française en mathématiques et environnement

Synthèse de l'Atelier de Réflexion Prospective MathsInTerre 2013

SOUS LA DIRECTION DE DIDIER BRESCH

Coordination Scientifique : Emilie Neveu

Acronymes

ALLenvi
Alliance Nationale de Recherche pour l'Environnement

ALListene
Alliance des Sciences et Technologies du Numérique

AMIES
Agence pour les Mathématiques en Interaction avec l'Entreprise et la Société

ANDRA
Agence Nationale pour la Gestion des Déchets Radioactifs

ANR
Agence Nationale de la Recherche

ARP
Atelier de Réflexion Prospective

CEA
Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives

CEMRACS
Centre d'Eté Mathématique de Recherche Avancée en Calcul Scientifique

CIRM
Centre International de Rencontres Mathématiques

CNRS
Centre National de la Recherche Scientifique

CNU
Conseil National des Universités

EPA
Établissement Public à caractère Administratif

EPIC
Établissement Public à caractère Industriel et Commercial

EPST
Établissement Public à caractère Scientifique et Technologique

ERC
European Research Council

FMSP
Fondation Sciences Mathématiques de Paris

GdR INSMI
Groupements de Recherche en mathématiques financés par le CNRS

GIEC
Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat

IFSTTAR
Institut français des sciences et technologies des transports, de l'aménagement et des réseaux

IFREMER
Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer

IHÉS
Institut des hautes études scientifiques

IHP
Institut Henri Poincaré

INED
Institut national d'études démographiques

INRA
Institut national de la recherche agronomique

INRIA
Institut national de recherche en informatique et en automatique

INSERM
Institut national de la santé et de la recherche médicale

INS2I
Institut des Sciences de l'Information et de leurs Interactions du CNRS

INSHS
Institut des Sciences Humaines et Sociales du CNRS

INSMI
Institut National des Sciences Mathématiques et de leurs Interactions du CNRS

INSU
Institut national des sciences de l'Univers, CNRS

INEE
Institut National écologie et environnement du CNRS

IRD
Institut de recherche pour le développement

IRSTEA
Institut de recherche en sciences et technologie pour l'environnement

LEFE-MANU
Action méthodes mathématiques et numériques du programme LEFE (Les enveloppes fluides et l'environnement) de l'INSU-CNRS.

MaiMoSiNE
Maison de la Modélisation et de la Simulation, Nanosciences et Environnement

RNSC
Réseau National des Systèmes Complexes

SFdS
Société Française de Statistique

SMAI
Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles

SMF
Société Mathématique de France

SHOM
Service hydrographique et océanographique de la marine

UFR
Unité de formation et de recherche

« The miracle of the appropriateness of the language of mathematics for the formulation of the laws of physics is a wonderful gift which we neither understand nor deserve. We should be grateful for it and hope that it will remain valid in future research and that it will extend, for better or for worse, to our pleasure, even though perhaps also to our bafflement, to wide branches of learning. »

- Eugene Wigner, The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences, Communications in Pure and Applied Mathematics, vol 13. No I, 1960.

À propos

L'Atelier de Réflexion Prospective « MathsInTerre » (ARP MathsInTerre) est un projet financé par l'Agence Nationale pour la Recherche (ANR), hébergé par l'IHP et soutenu par l'INSMI - CNRS, structures soucieuses de l'importance d'une réflexion sur le thème « Mathématiques et complexité du système Terre ». Il a été lancé en Janvier 2013 pour un an avec comme objectif de susciter une vision plus systémique et intégrée du sujet. Sa finalité est, dans un premier temps, de contribuer aux réflexions en amont de la définition du plan d'action de l'ANR. Au-delà, il s'agit d'alimenter les analyses et débats des communautés scientifiques concernées sur les enjeux associés au rapprochement des mathématiques et des sciences du système Terre.

L'Atelier a voulu construire une analyse collective provenant d'une réelle interaction pluridisciplinaire.
Ainsi, pour éviter l'écueil d'un point de vue restreint aux mathématiques, nous avons travaillé en collaboration avec un consortium large de chercheurs incluant mathématiciens et scientifiques non issus de la communauté mathématique. Nous avons aussi bénéficié d'une collaboration avec les sociétés savantes en mathématiques, les GdR INSMI-CNRS, l'AMIES et le Réseau National des Systèmes Complexes.
Grâce à ces nombreux partenariats, l'Atelier a pu communiquer et utiliser le financement de l'ANR pour la mise en œuvre de différents formats de discussions et de rencontres. La multiplicité des supports a permis à cette grande communauté de réfléchir collectivement aux connaissances et actions collaboratives à développer en priorité.

Ces réflexions sont maintenant disponibles sous la forme d'un rapport. Le document ci-présent en est la synthèse écrite. À noter qu'une version anglaise a aussi été publiée.

Plus d'informations sur l'Atelier sont disponibles sur le site mathsinterre.fr, géré par Stania Raitmayerova, et sur cette présentation disponible sur internet : http://bit.ly/1bUZWag.

SOMMAIRE

À propos	1
Remerciements	1
Introduction	2
Les mathématiques, une présence plurielle, une discipline transverse	3
MATHÉMATIQUES DU MONDE RÉEL	4
MATHÉMATIQUES EN ÉMERGENCE	6
MATHÉMATIQUES DU NUMÉRIQUE	8
PROPOSITIONS D'ACTIONS STRUCTURELLES	10
QUELQUES DÉFIS À RELEVER	12

Remerciements

Ce document ne serait pas sans l'aide et la volonté des nombreux chercheurs de toutes disciplines qui se sont impliqués dans ce projet. Nous souhaitons les remercier pour leur travail et leur investissement malgré le peu de temps qui leur est disponible vu la part de plus en plus croissante des activités administratives dans le domaine de la recherche.

L'Institut Henri Poincaré (IHP), créé en 1928, est l'une des plus anciennes et des plus dynamiques structures internationales dédiées aux mathématiques et à la physique théorique.
L'Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions (INSMI) du CNRS a pour mission de promouvoir l'excellence dans les mathématiques françaises en animant et coordonnant un réseau d'unités de recherche, de structures d'intérêt national, et de laboratoires internationaux.
L'importance de ces deux structures est à souligner et nous permet un travail collectif de qualité. Nous remercions d'ailleurs le personnel administratif de l'IHP (notamment Marjorie Stievenart-Ammour, Brigitte Bonny et Florence Lajoinie) et de la Délégation Paris B du CNRS.

Didier Bresch (DR CNRS-INSMI),
Emilie Neveu (Post-doc IHP).

Introduction

Les mathématiques sont une discipline fondamentale qui est, depuis toujours, au cœur d'enjeux importants liés à la complexité de la Terre, et plus particulièrement à l'environnement. Appréhender tant des problèmes de recherche que des problèmes de gestion durable requiert l'adaptation de techniques mathématiques en interactions avec d'autres disciplines, mais la recherche de solutions aux problèmes environnementaux peut également susciter le développement de nouvelles théories mathématiques. Ces allers retours essentiels apportent peu à peu une meilleure compréhension de la complexité du monde environnant.

Cette complexité se reflète dans la diversité des thèmes étudiés : les applications à des problèmes concrets allant de l'évolution génétique à la turbulence des fluides. L'accent est aussi mis sur l'humain et son interaction avec l'écosystème. Cependant, ces problèmes ont pour point commun l'urgence des enjeux sociétaux et leur fort impact socio-économique.

Nous nous sommes concentrés sur les interactions entre différents processus en nous intéressant aux mathématiques comme une discipline transverse aux présences multiples. Aussi, cet atelier n'a pas visé l'exhaustivité mais la diversité autour d'exemples judicieux. Le long de cette synthèse, nous faisons d'ailleurs référence à tous les textes écrits par les chercheurs. Le rapport vous permettra d'en savoir plus car il contient ces textes dans leur intégralité.

Au sein de cette thématique très vaste, l'Atelier MathsInTerre a organisé les sujets en trois thèmes : Humain, Vivant, Fluide (voir encadré ci dessous).

Créer des ponts entre les mathématiciens et les autres disciplines était un des rôles fondamentaux de l'Atelier

Cette synthèse, ainsi que le rapport, ont été découpés en trois parties :

Mathématiques du Monde réel s'intéresse au point de vue des chercheurs mathématiciens ou non travaillant sur des questions liées au monde réel.

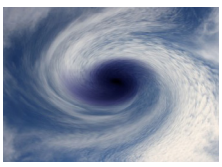
Mathématiques en émergence s'intéresse au point de vue des chercheurs travaillant au développement de nouvelles branches mathématiques sur la base de questions posées par l'étude de la Planète Terre.

Mathématiques du numérique s'intéresse au point de vue des chercheurs en mathématiques numériques souvent à l'interface entre théorie et applications.

Ces parties présentent chacune un point de vue différent témoignant de la diversité des mathématiques. Il va de soi que les thèmes et les axes ne sont pas indépendants les uns des autres. Cette décomposition arbitraire est un choix fait par souci de clarté mais il s'avère que cela reflète aussi les problématiques de frontières relationnelles entre les différents acteurs. Ceci nous amène à la dernière partie **Propositions d'actions structurelles,** avec des propositions d'actions concrètes, susceptibles de favoriser les collaborations et l'échange d'informations entre les mathématiques et les autres disciplines. Ces propositions ont fait l'objet de diverses discussions entre spécialistes et chercheurs concernés. Elles font l'unanimité du consortium associé à l'Atelier.

DÉCOUVREZ LE RAPPORT EN SUIVANT LES SIGNES :

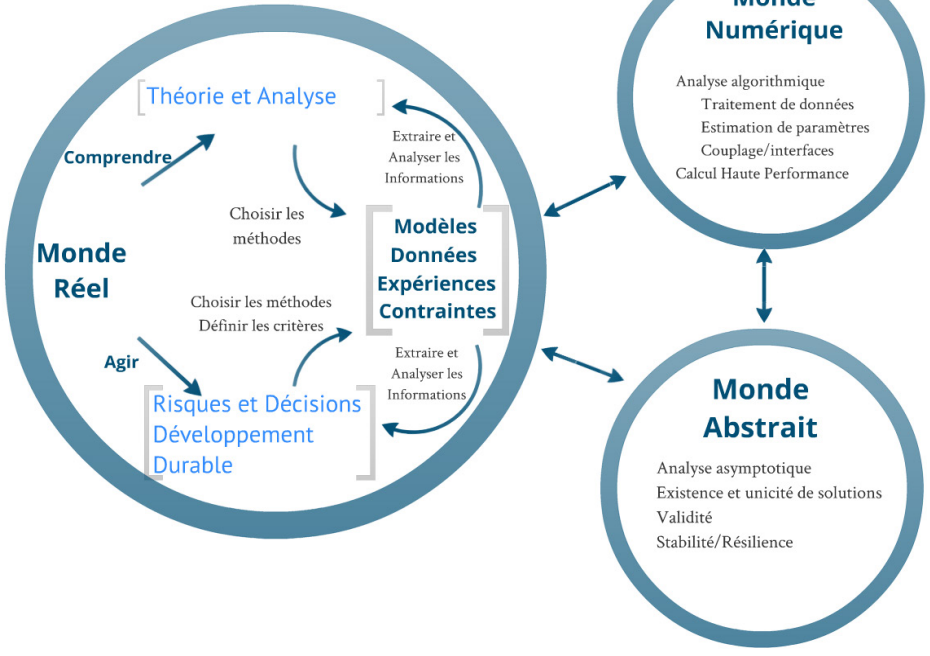
Humain Fluide Vivant



Terre Fluide

Terre Vivante

Terre Humaine



Les mathématiques : une présence plurielle .... une discipline transverse

Lors de nos discussions avec les communautés non-mathématiciennes, des questions d'apparence naïve sur les mathématiques ont été posées plusieurs fois. Nous avons voulu rappeler ici ce que sont et font les mathématiques, en nous appuyant sur l'important travail des sociétés savantes et sur l'initiative Mathématiques de la Planète Terre 2013.

« C'est une discipline qui se nourrit de ses liens avec les autres sciences, avec la société et le monde industriel, mais qui également s'enrichit elle-même. »
- Mathématiques, l'explosion continue.

Que fait un mathématicien ?

Un des rôles du mathématicien est d'observer le monde et d'essayer de créer des outils conceptuels permettant de le comprendre un peu mieux. Toute la puissance des mathématiques réside dans ce double jeu : tantôt elles permettent de résoudre des problèmes concrets, tantôt elles développent des méthodes très abstraites et générales, déconnectées du réel, mais qui – parfois – ont des retombées concrètes et inattendues.
Des théories les plus abstraites aux analyses de méthodes les plus concrètes, il n'y a pas une mathématique mais plusieurs ! Et elles sont toutes essentielles et entremêlées. On a entendu beaucoup de choses sur la rigueur de la discipline mais peu de gens savent que le mathématicien est, en même temps, élastique et ouvert ! En effet, il étend et déforme chacun de ses objets à d'autres applications et il s'enrichit des liens, tissés entre différents chercheurs en mathématiques ou dans d'autres disciplines (en France et à l'international). Des liens qui lui permettent de résoudre de nouveaux problèmes.

Inspiré du texte dans Le Cercle, Les Echos d'E. Ghys (UMPA ENS Lyon).

Que peuvent apporter les mathématiques aux problématiques environnementales ?

Les mathématiques sont essentielles dans notre vie quotidienne. En effet, les problématiques environnementales et sociétales qui obligent à analyser, optimiser et gérer des systèmes toujours plus complexes, amènent un besoin croissant en mathématiques. Une importance bien comprise par certains pays, comme les États-Unis et la Chine, dont le soutien financier aux mathématiques a été augmenté.
De plus, la vision globale du mathématicien, non discriminante et flexible, lui fait jouer un rôle important dans la diffusion des connaissances. *« Les mathématiques [...] développent l'intuition, l'imagination, l'esprit critique ; elles sont aussi un langage universel, et un élément fort de la culture. »*

- Mathématiques, l'explosion continue.

Pourquoi travailler de manière théorique et abstraite ? Cela semble peu utile !

C'est typiquement ce genre de remarques qui a amené l'écriture de cette page ! Rappelons que les progrès scientifiques dans des domaines applicatifs proviennent fréquemment des recherches fondamentales récentes ou passées (voir *Les mathématiques et la terre : une longue histoire*, p.7).
Il faut garder à l'esprit que *« vouloir définir ou mesurer l'activité ou la recherche en mathématiques par ses applications existantes ou potentielles reviendrait à les faire disparaître. À l'opposé, privilégier l'axiomatisation, l'étude des structures et la dynamique interne de la discipline comme l'ont fait, certes avec de beaux succès, les mathématiques françaises dans la période 1940-1970 a conduit à retarder le développement en France des mathématiques dites appliquées. »* - *Mathématiques, l'explosion continue.*
Nous assistons aujourd'hui à des dynamiques intéressantes de recherches mathématiques aux applications concrètes aux travers d'échanges étroits multidisciplinaires. Citons par exemple la chaire *Modélisation mathématique et biodiversité* de Polytechnique/MHN (Muséum national d'Histoire Naturelle) ou la chaire *Modélisation prospective* de CMA/ParisTech (Centre de Mathématiques Appliquées). Il s'agit maintenant de tendre vers la science en lien avec la Terre comme un continuum, sans barrière entre les disciplines. C'est la question provenant de problématiques concrètes qui doit dicter la mise en place des mathématiques pour la Terre, que ce soient les ***Mathématiques du monde réel,*** les ***Mathématiques en émergence*** et les ***Mathématiques du numérique.*** Cette question doit devenir un des critères essentiels de qualité des mathématiques appliquées. ■

pour aller plus loin

L'UNESCO a donné son patronage à une initiative ***Mathématiques de la planète Terre 2013*** qui a pris l'ampleur d'une année internationale. Dans ce cadre, d'intelligentes initiatives ont vu le jour dans le but de rendre les mathématiques plus accessibles.

Mathématiques, l'explosion continue, est une brochure comportant une vingtaine de textes présentant les apports des mathématiques sur des questions concrètes d'actualité. Diffusée par la FMSP, la SMF, la SMAI, la SFdS et grâce à Cap'Maths.

Un jour, une brève, mpt2013.fr, est un site web ambitieux qui, sur l'initiative de la SMAI, de la SMF, de la SFdS, du CNRS, de INRIA et de Cap'Maths, a publié chaque jour de semaine en 2013 un nouvel exemple d'application des mathématiques dans notre société et pour l'environnement. De quoi réaliser la nécessité de la recherche même la plus théorique !

Images des mathématiques (images.math.cnrs.fr) et ***Interstices*** (interstices.info) n'ont quant à eux pas attendu l'année 2013 pour conter la recherche mathématique au plus grand nombre.

Et ailleurs, c'est comment ?

La communauté mathématique française se distingue sur la scène mondiale dans presque toutes les branches de la discipline. Elle doit sa très grande qualité à l'importance des mathématiques dans la culture et la formation, ainsi qu'aux possibilités offertes par les postes de chercheurs à temps plein comme ceux des EPST (CNRS, INRA, INRIA, IRSTEA, IFSTTAR, IRD ou INED), EPIC (CEA, IFREMER, ANDRA, ...) et des EPA (SHOM).

« Ce type de postes est rare, voire inexistant, dans les autres pays. »
John Ball (Prof. Univ. Oxford), dans ***Mathématiques, l'explosion continue***.

Cependant, les mathématiques françaises sont plus cloisonnées qu'ailleurs. Le système d'UFR et de CNU est souvent un frein à la pluridisciplinarité, contrairement aux États-Unis et en Angleterre où les liens sont plus forts entre les mathématiciens et les physiciens ou biologistes. Là- bas, il existe de nombreuses doubles affiliations et de petits groupes mixtes. Plus de mélange, mais aussi plus de curiosité, et d'enthousiasme : un climat qui favorise les discussions et les idées ! Mais des initiatives françaises récentes changent la donne. Nous en citons plusieurs par la suite, ainsi que dans le rapport.

MATHÉMATIQUES DU MONDE RÉEL

Nous nous intéressons ici aux mathématiques comme outil de résolution d'un problème environnemental. Aides à la compréhension, à la prévision ou à la décision, les mathématiques sont comme une boîte à outils bien pratique. Elle a tout de même des défauts : quelques outils incompris traînent au fond, certains sont restés comme neufs car inutilisables, d'autres encore seraient à inventer… Il faut donc prendre un soin particulier à entretenir les liens entre le réel, la théorie et le numérique.

Le point de vue des théoriciens d'autres disciplines

Nous travaillons sur une réalité. Que ce soit pour comprendre un phénomène ou pour répondre aux interrogations de la société et des politiques, l'important est la question. Pour nous, être créatif, c'est poser une bonne question et tenter d'y répondre. Qu'importe si la réponse ne nécessite pas l'aide des mathématiciens… à première vue. Car lorsque nous créons et perfectionnons des modèles, ou lorsque nous adaptons des théories, c'est bien de mathématiques qu'il s'agit.

En fait, nous passons une grande partie de notre temps à conceptualiser un problème, à choisir ou à construire les modèles adéquats, à fixer les paramètres, à régler les interactions entre processus, à utiliser les données et les expériences pour confronter les résultats à la réalité, et à tester les limites du modèle pour mieux comprendre les mécanismes en jeu. Vous l'avez compris, bien que n'étant pas des mathématiciens, nous sommes bien plus que de simples « utilisateurs » : nous sommes des « modélisateurs ». Il nous est primordial d'avoir une réelle interaction avec les mathématiciens *(Voir* ***Mathématiques en émergence*** *et* ***Mathématiques du Numérique****)*.

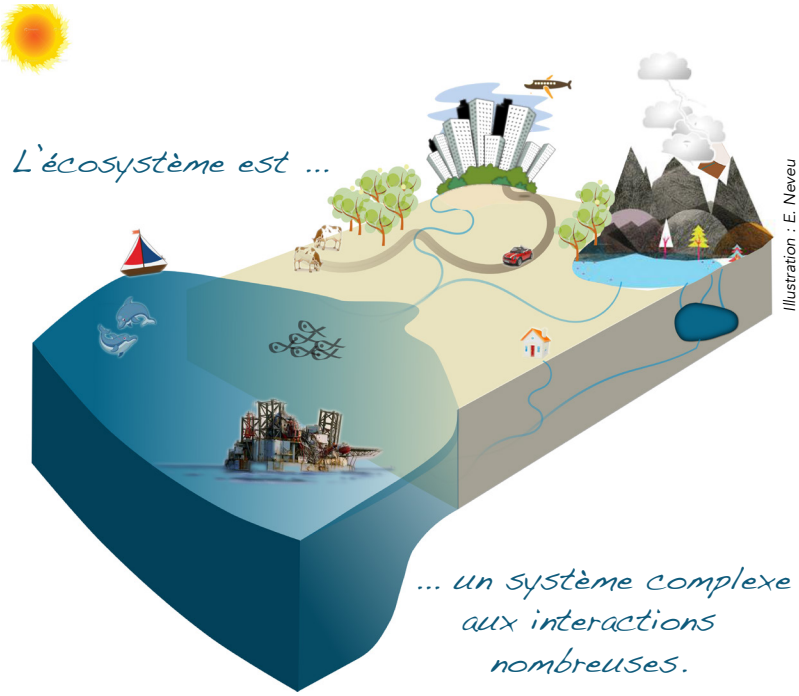


Illustration : E. Neveu

Nous devons faire face à des changements globaux environnementaux et sociétaux toujours plus rapides. Répondre à ces nouveaux défis nous impose de prendre en considération des systèmes très complexes, où l'impact des activités humaines ne peut pas être négligé et où les problématiques sont fortement hétérogènes : multi-échelles et multi-processus. Mais les sciences environnementales[1] sont comme les mathématiques, elles nécessitent encore et toujours une recherche fondamentale pour mieux comprendre les processus, pour « simplifier » et formaliser ce que nous percevons du monde extérieur. C'est le travail de certains théoriciens en physique, chimie, biologie, économie, mécanique, des théoriciens qui construisent les modèles. Bien que leur approche soit différente (voir l'encadré Point de vue ci-contre), ces « modélisateurs » font un travail très proche des mathématiques. Des liens doivent être tissés avec les mathématiques pour mieux prendre en compte les problèmes. En effet, les avancées en mathématiques entraînent très souvent des avancées dans les applications. Vous trouverez ici un aperçu des différents besoins de la recherche théorique jusqu'à la recherche la plus appliquée.

Comprendre grâce à la théorie

Les besoins en mathématiques apparaissent particulièrement lorsqu'il s'agit de gérer les interactions. Par exemple, différentes échelles de temps sont à prendre en compte en *ÉCOLOGIE THÉORIQUE*[2], dans le cas des dynamiques écologiques et évolutionnaires ou pour la représentation des différentes échelles de la biodiversité (individus, populations, espèces, communautés...). La séparation des échelles, qui a été faite jusqu'ici, n'est plus possible avec le raffinement des processus. Mais à partir de quelle échelle quantitative un phénomène peut-il être modélisé par un modèle macroscopique ou au contraire, à partir de quelle échelle doit-on tenir compte des fluctuations aléatoires ? Ce même souci apparaît en dynamique des fluides où modéliser la *TURBULENCE EN GÉOPHYSIQUE* est encore et toujours un sujet difficile, notamment parce que dans les cas fortement non-linéaires la séparation d'échelles est moins évidente. Comme montré récemment, l'aléa peut avoir un rôle très important à jouer pour décrire des états bistables en temps long.

Les écoulements de fluides complexes, que ce soient les gels ou les milieux granulaires, ont aussi des comportements difficiles à modéliser. Bien que particulaires ou granulaires, ils ne peuvent pas être traités par la physique statistique classique, car ils ne vérifient pas le second principe d'entropie. Les mathématiques qui ont beaucoup contribué à la physique statistique pourraient apporter de nouveaux théorèmes et de nouveaux modèles. Ces études sont d'autant plus importantes qu'elles pourraient faire avancer tous les domaines mêlant *MICRO-MACRO*, tels que les études sur les mouvements collectifs.

Comprendre les phénomènes passe aussi par l'analyse de données : savoir *ANALYSER DES DONNÉES MASSIVES* ou encore inférer des modèles à partir de jeux de données réduits. Par exemple, extraire la dynamique des structures cohérentes des images satellites requiert des avancées sur l'interpolation optimale dynamique, le traitement d'image et l'assimilation

1 L'astrophysique, la géophysique interne ou encore la médecine, n'ont pas pu être prises en compte dans ce projet. Nous soulignons cependant leur importance.

2 Ce style de caractère dénote tout au long de la synthèse les intitulés des textes présents dans le rapport.

de données, ainsi que de nouveaux outils d'analyse géométrique (voir *Big Data* p.7). Nous ressentons un grand besoin d'interactions avec la géométrie ou le calcul des variations, besoin également présent dans les thématiques de *GÉOMORPHOLOGIE* et *MORPHOGENÈSE ET CROISSANCE DE PLANTES*.

Observation et simulation de phénomènes non reproductibles en laboratoire

De nombreuses études nécessitent de modéliser et d'observer des phénomènes non reproductibles en laboratoire : *ÉVOLUTION DES ÉCOSYSTÈMES*, du *CYCLE DE L'EAU*, *DYNAMIQUE ET RÉSILIENCE DES TERRITOIRES NATURELS ET SOCIAUX*, *CLIMAT OCÉAN ET ATMOSPHÈRE*, *SOCIOLOGIE DES RÉSEAUX*, *ÉCONOMIE*. Deux thèmes transversaux englobent ces études : *CHANGEMENTS ENVIRONNEMENTAUX PLANÉTAIRES* et *SYSTÈMES COMPLEXES*. Mais apparaissent aussi, de façon récurrente, les mathématiques :

- **Coupler différents processus** : faut-il coupler des modèles entre eux, chaque modèle étant spécifiquement adapté à un processus, ou bien penser le problème dans sa globalité quitte à avoir un modèle plus « grossier » ?

- **Prendre en compte l'hétérogénéité** que ce soit l'hétérogénéité des agents dans les modèles économiques, les différentes échelles de temps et d'espace des dynamiques sociales ou de la chimie et de la physique dans les modèles climatiques. L'hétérogénéité spatiale n'est pas en reste avec des besoins en raffinement de maillage, et couplage de modèles locaux et globaux.

- **Valider et maîtriser les modèles** avec pour finalité un développement d'outils de diagnostics ou d'indicateurs d'erreurs a posteriori, de calibration de modèles, d'estimation d'incertitudes, d'analyse de sensibilité, d'analyse de viabilité et de résilience des modèles.

Aider à la gouvernance des territoires et à la gestion durable des écosystèmes

De plus en plus, l'outil de modélisation est utilisé en outil de prévision et d'aide à la décision, que ce soit dans la *GESTION DES DÉCHETS RADIOACTIFS*, la *MODÉLISATION DES SOCIO-ÉCO-SYSTÈMES MARINS*, pour la *GESTION DURABLE DES RESSOURCES*, ou pour la compréhension des mécanismes de *COOPÉRATION*. Avec un fort besoin de développements de codes numériques, et un passage à l'échelle difficile, apparaissent insidieusement des besoins en analyse numérique (voir ***Mathématiques du Numérique***). Mais cela amène aussi un grand besoin de formalisation de processus difficiles à interpréter de manière intuitive. En effet, ces problématiques d'aide à la décision doivent prendre en compte l'humain, et impliquent les décisions individuelles et collectives. Les objectifs sont changeants, parfois mal définis, souvent multiples. Notons aussi la nécessité de simuler l'aspect dynamique des écosystèmes, ou des sociétés et des institutions. Tous ces besoins font avant tout apparaître la nécessité de créer des liens entre sciences humaines et sociales et mathématiques.

Aussi, des exemples tels que l'ouragan Katrina, le tremblement de terre d'Aquila ou les travaux du GIEC montrent qu'une bonne communication est cruciale entre ceux qui décident et ceux qui ont l'expertise. Par ailleurs, pour aider au mieux la prise de décision, une meilleure compréhension par les scientifiques des incertitudes sur les simulations est nécessaire et ne se fera pas sans les mathématiciens. ■

la co-construction, c'est quoi ?

La journée de conférences organisée par l'IFREMER à l'IHP le 7 octobre 2013 a braqué les projecteurs sur la nécessité de construire les modèles en intégrant tous les acteurs concernés.

Les décideurs ont besoin, devant des systèmes complexes aux comportements non intuitifs, de pouvoir estimer l'impact des différents scénarios de gestion. Cependant, il ne suffit pas de leur fournir les estimations d'incertitudes de chaque scénario pour établir leur confiance ! Il faut dès le début impliquer les décideurs dans la réflexion et construire avec eux les modèles. La co-construction apporte une meilleure compréhension des résultats des modèles par les décideurs mais permet aussi de mieux intégrer les objectifs et les besoins des décideurs ainsi que les capacités d'anticipation ou de rétroaction basées sur les savoirs locaux.

De la même façon, il est primordial de modéliser les nouveaux processus, les fluides complexes par exemple, en associant mathématiciens, physiciens, et numériciens en co-construction (voir par exemple la proposition 4 p.10).

Travailler ensemble : du temps et des moyens

Les sciences appliquées, de par leurs besoins, créent de nouvelles théories mathématiques. Pourtant, beaucoup regrettent le peu de liens avec les mathématiciens, « difficiles à intéresser ». Les méthodes mathématiques sont elles-mêmes peu diffusées vers les applications. Des problèmes de valorisation sont ainsi pointés du doigt, notamment l'ANDRA souligne que « trop peu encore de ses recherches menées en collaboration avec l'académie deviennent opérationnelles ».

Plusieurs causes sont mises en évidence. La communication est rendue difficile par les différences de vocabulaire et de dialogue, mais aussi de centres d'intérêts. De plus, les projets ANR de 3 ans sont trop courts pour établir un dialogue, et poser un problème qui intéresse les deux (voire trois) communautés. De telles collaborations demandent nombre d'essais infructueux, du temps et des efforts. À ceci s'ajoutent des difficultés d'évaluation des projets et des recrutements interdisciplinaires. La France est peut-être une exception, car aux États-Unis ou en Angleterre les disciplines ne sont pas cloisonnées en UFR et il y a plus d'enthousiasme et de curiosité entre les différents experts. En France, la déconnexion entre disciplines n'aide pas au mélange et aux interactions.

Ceci dit, même si plus d'interactions favorise la création d'idées, il ne faut pas négliger les efforts et le non conservatisme nécessaires pour travailler réellement ensemble. Chaque chercheur doit rester centré sur sa thématique mais un équilibre est à trouver entre cette nécessité et la transversalité des mathématiques dans les applications. Regrouper géographiquement des individus, avoir une masse critique de compétences diverses, est nécessaire pour redonner du sens au travail d'équipe. Mais, avant tout, la première étape est la volonté des personnes à travailler ensemble et la reconnaissance de la communauté.

Le transfert des méthodes vers l'opérationnel même s'il comporte beaucoup de développement est primordial pour valoriser la recherche. Il faut aussi favoriser la mise à disposition de développements interopérables et réutilisables et permettre l'accessibilité des données à la communauté scientifique afin d'améliorer la capitalisation des résultats. INRIA est une grosse structure qui fait des efforts dans ce sens, mais il manque sérieusement d'organismes intermédiaires à taille plus réduite, proche des universitaires. Notons, les initiatives des alliances ALLenvi et AL-Listene, ainsi que la création de Maisons de la simulation comme celle de Paris, ou Mai-MoSiNE de Grenoble, de bonnes idées qui ne doivent pas se transformer en musées et ne doivent pas se baser uniquement sur le dynamisme de quelques personnes volontaires risquant de se fatiguer à la longue. De vraies directives et choix sont à prendre et il faut y mettre les moyens. Notamment, les besoins de postes pérennes en personnels administratifs et en ingénieurs sont importants.

MATHÉMATIQUES EN ÉMERGENCE

Nous nous intéressons ici aux théories en émergence. Les nouvelles problématiques environnementales et sociétales demandent de mieux comprendre de nombreux comportements complexes fortement hétérogènes. Inspirés par ces problématiques, les mathématiciens formalisent de nouvelles questions et tentent d'en apporter des réponses (voir Mathématiques du Monde réel) en puisant dans leur culture mathématique. Ces réponses nécessitent parfois le développement de nouvelles mathématiques.

De nombreux comportements sont encore insuffisamment décrits par la théorie. Par exemple, les fluides visco-élasto-plastiques, la dynamique des populations ou le comportement culturel nécessitent de nouveaux modèles. Mais aussi la gestion des interactions, l'analyse des données massives et la prise en compte de l'aléa posent de nouvelles questions aux mathématiciens. Nous présentons ici les théories émergentes, qui répondent aux problèmes de prise en compte des hétérogénéités, de l'aléa puis de l'incertitude.

Faire face aux hétérogénéités

Face à la complexité, deux approches : pour la première il s'agit de simplifier en définissant des invariants qui permettent de réduire les dimensions des modèles ou des données ; la deuxième approche est d'intégrer plus de complexité pour prendre en compte toutes les interactions et toutes les échelles. Les deux approches sont étroitement liées. En effet, il faut aller vers la complexité avec pertinence car en prenant un point de vue légèrement décalé, le complexe sera peut-être plus « simple ».

La première approche consiste à simplifier. Les méthodes de réduction de modèles s'attaquent aux grandes dimensions des modèles. L'analyse des données massives, quant à elle demande de savoir trier, construire des invariants pertinents pour analyser des observations nombreuses et hétérogènes. Par exemple, dans *BIG DATA CHERCHE MATHÉMATIQUES*[1], les algorithmes de classification en grande dimension peuvent, en agrégeant un grand nombre d'indicateurs de faible expertise mais très divers, répondre à des questions complexes.

La seconde approche demande de traiter des problèmes dans toute leur complexité. Elle passe par le souci d'intégrer des comportements multi-échelles, ou multi-processus.

- **Multi-échelle en temps** : pour comprendre l'*ÉVOLUTION DU COMPORTEMENT HUMAIN*, il manque encore d'une description des interactions entre apprentissage culturel au temps court et évolution génétique au temps plus long.

- **Multi-échelle en espace** : séparer les échelles est parfois difficile quand il y a de fortes interactions entre elles. C'est le cas de la *MODÉLISATION DES ONDES DE GRAVITÉ* qui souffre d'une pauvre représentation des cascades d'énergie entre échelles, encore mal modélisées. Mais c'est aussi le cas en *MODÉLISATION DE L'ADAPTATION* où les couplages écologie/évolution doivent prendre en compte non seulement des interactions locales mais également des impacts à l'échelle globale.

- **Diffusion d'énergie** mais aussi diffusion de rumeurs ou d'épidémies sur un *RÉSEAU COMPLEXE* social ou biologique. Introduire les effets de la topologie, prendre en compte une diffusion non homogène, ou supposer un état multiple voire continu (par opposition à l'état binaire malade/sain par exemple) induit des degrés de complexité supplémentaires et pose d'énormes défis mathématiques. Les défis se trouvent aussi en analyse des *FLUIDES COMPLEXES*, tels que les avalanches ou l'écoulement des calottes polaires, avec les transitions de phase, les instabilités de surface libre ou les fronts et dynamiques de rupture.

- **Multi-processus** : étudier les risques en hydrologie fluviale et côtière amène à modéliser l'interaction entre vagues, sédiments et fond. Plus généralement, les conditions aux bords ou les conditions de couplage posent de gros problèmes d'analyse mathématique. Enfin, analyser des réseaux multiplexes, capables de traiter la diffusion conjointe de plusieurs épidémies, ou encore des multi-jeux prenant en compte plusieurs types d'interactions sociales demandent d'utiliser non pas une seule branche des mathématiques mais un mélange de différentes théories. Se dessine alors un monde où cohabitent déterminisme et stochastique.

Gérer l'aléa

L'aléatoire est indispensable pour comprendre le comportement à l'échelle de l'individu ou à l'échelle microscopique. Seulement, se contenter de l'échelle discrète est limitant pour une analyse plus poussée des comportements collectifs. Dans les modèles individus-centrés, les réseaux ou les jeux, le passage au continu est en train de se faire. En *THÉORIE DES JEUX*, de nombreux développements, sur des cas idéalisés de jeux répétés à deux joueurs et à somme nulle, ont permis de passer au temps continu et de faire un lien avec une analyse de comportement uniforme. Les théories avancent également en ce qui concerne la caractérisation des phénomènes d'*ÉMERGENCE ET D'AUTO-ORGANISATION*. Cela demande de renouveler les outils de la physique statistique, car ici la seconde loi de la thermodynamique n'est

Le point de vue des mathématiciens

Notre travail consiste à formaliser. Il est parfois difficile de se faire accepter car, même si il y a des besoins en mathématiques formelles (voir ***Mathématiques du Monde réel***), ce ne sont pas toujours les priorités des sciences applicatives. Mais nos analyses sont essentielles car elles permettent à un modèle d'être exploité dans son plus grand potentiel, ou au contraire, invalident des méthodes qui paraissaient justes intuitivement. Cela ne plait pas toujours parce que cela bouscule des habitudes ou des priorités. Mais, dans le fond, nous voulons simplement améliorer la compréhension de phénomènes.

La méfiance et le manque de confiance sont également dus à la distance et aux peu de contacts avec les autres communautés. Les physiciens, jugés plus aptes à comprendre le vocabulaire des autres scientifiques, sont ceux qui sont appelés à créer les modèles. Cependant, associer dès le début les mathématiciens dans la construction des modèles permettraient d'obtenir des résultats innovants (voir *Les mathématiques et la Terre : une longue histoire* p.7).

1 Ce style de caractère dénote tout au long de la synthèse les intitulés des textes présents dans le rapport.

Illustration : Nasa

pas vérifiée. Il est aussi difficile d'exprimer des lois de conservation qui pourraient aider à décrire des comportements à une échelle macroscopique. Cependant, il existe des pistes prometteuses, telles que la théorie des jeux à champ moyen : combinaison de la théorie cinétique et de la théorie des jeux (voir http://mpt2013.fr/les-jeux-a-champ-moyen/).

C'est aussi l'avènement de la *MODÉLISATION DÉTERMINISTE-STOCHASTIQUE*. Dans les disciplines traditionnellement déterministes, des processus stochastiques s'immiscent pour mieux prendre en compte l'aléa génétique en dynamique de populations ou encore pour mieux *QUANTIFIER LES INCERTITUDES* de nombreux modèles tels que les systèmes climatiques. Et les méthodes de réduction de modèles, quant à elles, appellent à une utilisation du déterminisme dans les méthodes stochastiques. Nous voyons également le développement des équations aux dérivées partielles stochastiques en dynamique des populations. Pourraient-elles s'appliquer à d'autres domaines comme ... en paramétrisations sous mailles pour la turbulence des fluides ?

Gérer l'environnement incertain

Un environnement est incertain parce qu'on dispose de peu de données, comme c'est le cas pour la topographie des rivières ou pour les lois rhéologiques, on utilise alors des approches statistiques telles que les *MÉTHODES STOCHASTIQUES POUR L'ANALYSE DES VALEURS EXTRÊMES OU RARES*. L'environnement peut aussi être incertain parce que variable dans le temps. Ainsi, nombreux sont les problèmes où l'humain intervient avec ses objectifs changeants. Nous cherchons alors à tester la robustesse ou la résilience des modèles dans ces environnements, mais aussi à prédire la dynamique et les stationnarités. En théorie des jeux, des jeux réduits sont utilisés, dans certains cas, pour pallier la multiplicité des équilibres. La structure de leurs équilibres fait alors apparaître l'émergence de normes sociales. Des recherches, prenant en compte une variabilité temporelle de la structure du jeu, ont aussi permis d'observer une évolution à l'intérieur d'une sous-population ainsi qu'une évolution des sous-populations dans la population totale. Enfin la structure dynamique des réseaux est aussi envisagée, par exemple, la percolation est étudiée pour évaluer la robustesse d'un réseau s'il y a suppression d'un certain nombre de sommets ou des arêtes.

Les mathématiques et la Terre : une longue histoire

Depuis plusieurs siècles, de grands mathématiciens s'intéressent à la Planète. P. de Fermat étudia le poids de la Terre, C.F. Gauss contribua au développement du géomagnétisme et A. Tikhonov développa des techniques de régularisation couramment utilisées aujourd'hui en géophysique. Ne pas oublier non plus les travaux d'H. Poincaré pour la mécanique céleste et ceux de L. Euler, J. L. R. D'Alembert, H. Navier et G. Coriolis qui ont abouti aux équations de Navier-Stokes avec le terme de Coriolis, éléments centraux des simulations en météo. L'histoire de cette équation est dépeinte avec humour et impertinence par une B.D., ***L'équation du millénaire***, que la FMSP diffuse gratuitement sur le net (http://www.sciencesmaths-paris.fr/fr/bd-462.htm). Nous décrivons ici trois autres exemples. Sachez que l'initiative ***Un jour, une brève*** est beaucoup plus exhaustive (voir *pour aller plus loin*, p.3).

- Vivant : Les rayures du zèbre ou les polygones de la girafe sont parmi les manifestations morphogénétiques les plus spectaculaires. En 1952, le fondateur de l'informatique A. Turing propose un système de deux équations de réaction-diffusion mimant ces structures. Puis R. Thom est le premier à définir mathématiquement la morphogenèse. Plus récemment, les problèmes d'invasion en milieu hétérogène (périodique, aléatoire), et les interactions non locales (compétition entre individus de différents traits génétiques) amènent à étudier des équations intégro-différentielles aux comportements parfois très complexes avec de multiples états stationnaires.

- Couches limites : Les méthodes de couches limites, initiées par L. Prandtl en 1904, décomposent le champ de vitesse d'écoulement en une partie intérieure et une partie proche des bords. Cette approche est reprise par les océanographes V.W. Ekman et W. Munk sur des modèles géophysiques très simplifiés. Vient ensuite le développement de méthodes mathématiques de perturbations singulières après l'année 1950, date de la publication de K.O. Friedrichs. La littérature est foisonnante : P.A. Lagerstrom, J.D. Cole, M. Van Dyke, W. Eckhaus et J.-L. Lions. D'importants résultats en lien avec la dégénérescence de couches limites ont encore été publiés récemment.

- Transport optimal : La théorie du transport optimal est développée par G. Monge au XVIIIe siècle pour déplacer à moindre coût un tas de sable. Cette théorie sera ensuite reprise en 1940 par un mathématicien L. Kantorovich, pour des problèmes d'allocation optimale de ressources. D'autres mathématiciens réussissent enfin à résoudre le problème, dans le cas d'un nombre infini de grains de sables, en passant au continu. Puis, un peu plus tard, le transport optimal est utilisé comme outil puissant de démonstration en EDPs, géométrie et probabilité. Les travaux de Y. Brenier, C. Villani *et al*. en sont un parfait exemple.

faut-il suivre la mode « big data » ?

La numérisation du monde entraîne une augmentation considérable des données provenant des réseaux sociaux ou des sciences participatives (données collectées par des citoyens). De grands besoins en informatique pour la sécurité ou le stockage apparaissent, mais aussi en mathématiques ! Si aux Etats-Unis des laboratoires, tels que le MIT's Human Dynamics Lab, regroupent mathématiciens, sociologues et informaticiens autour d'une « Computational Social Science », la France n'a pas d'équivalent. Pourtant, il est nécessaire de développer de nouvelles théories, dans les domaines des statistiques ou en optimisation mais aussi en géométrie (voir le texte de Stéphane Mallat dans le rapport). Ces théories pourraient servir également dans des domaines comme la géophysique où le nombre de données à analyser (modèles et observations) est de plus en plus important.

Cependant, le « big data », comparable aux approches statistiques (individus-centrés, microscopiques, multi-agents) n'est rien sans le « small data ». Le « small data », désignant alors les approches macroscopiques et déterministes, permet de comprendre les phénomènes et de formaliser l'essentiel. C'est le rôle important de la recherche fondamentale.

Les mathématiques à développer se trouvent également entre les deux, dans le mélange micro-macro ou déterministe-stochastique. Les approches des physiciens travaillant sur ces thématiques (voir ***Mathématiques du Monde réel***) doivent mobiliser les mathématiques.

MATHÉMATIQUES DU NUMÉRIQUE

Nous nous intéressons ici aux mathématiques numériques. Ces mathématiques entretiennent des liens étroits avec la théorie. Passer de l'une à l'autre est un sport quotidien pour certains mathématiciens. Ces derniers s'intéressent souvent à des problèmes provenant des applications : couplage de processus, validation de modèles, paramétrisation, calcul haute performance ... Pont entre l'abstrait et le concret, les mathématiques numériques ont des difficultés à trouver leur place dans le monde de la recherche française.

Les mathématiques numériques ont pour intérêt la résolution de problèmes provenant d'autres disciplines (voir Le point de vue des numériciens, ci-contre). Des problèmes souvent déjà cités dans la partie ***Mathématiques du Monde réel*** se retrouvent donc ici mais abordés d'un autre point de vue. Le rôle des mathématiques est ici d'ajouter une utilité à la théorie continue, mais aussi de mieux définir les problèmes concrets en les ancrant dans un formalisme mathématique. Dans ce chapitre, nous verrons pourquoi cette discipline « entre les disciplines » est une discipline en soi, en parcourant différents thèmes : méthodes numériques, analyse de données, et approche intégrée de systèmes.

Méthodes numériques

Les caractéristiques des modèles dépendent fortement des applications. Ainsi, si la *modélisation océan-atmosphère*[1] se caractérise par des contraintes liées à la stratification, à la rotation ou au caractère turbulent des écoulements (cascade directe et inverse d'énergie), la *modélisation des écoulements peu profonds* est souvent plutôt contrainte par des effets physiques encore mal décrits par les modèles, tels que les mécanismes d'érosion, et de nombreux paramètres incertains, tels que la topographie ou les coefficients de lois rhéologiques. L'évolution des modèles doit se faire en lien avec les progrès des connaissances sur les applications. L'avènement des supers-calculateurs a cependant naturellement entraîné une course à la résolution. Résultat : de nombreux modèles numériques géophysiques sont maintenant utilisés hors de leur domaine de validité ou avec des forçages inadéquats. En effet, à des résolutions plus fines, certains effets comme les effets non-hydrostatiques ne sont plus négligeables, et les hypothèses simplificatrices des modèles sont alors à revoir. Modifier ces hypothèses influe directement sur les méthodes numériques à implémenter (différentes propriétés de conservation et/ou contraintes de stabilité). Il ne faut pas oublier cependant que les moyens de calcul supplémentaires pourraient aussi être utilisés pour augmenter la complexité des méthodes numériques ou bien évoluer vers des approches statistiques !

D'un autre côté, le choix des méthodes de discrétisation a un impact important sur la solution physique des modèles. Pour par exemple gérer les singularités aux pôles terrestres dans les modèles climatiques, de nouvelles approches sont considérées, comme les maillages icosaédriques et non structurés ou bien les systèmes de coordonnées hybrides basés sur les méthodes ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian). Pour évaluer leur potentiel, il faut mettre en place un développement systématique d'exercices d'inter-comparaisons dans des cas allant de l'idéal à l'opérationnel afin de rationaliser les différents choix numériques et physiques.

Analyse de données

Les statistiques sont mobilisées lorsque se posent des questions d'exploration de jeux de données (observations et modèles), d'estimation de grandeurs ou de paramètres, de comparaison, de validation d'hypothèses scientifiques, ou encore de confrontation entre modèles[2] et mesures. Voici quelques-unes des nouvelles *Tendances et nouveaux défis en statistiques pour le climat, l'environnement et l'écologie*, ou pour *l'évolution génomique des populations*.

Le point de vue des numériciens

Les mathématiques numériques allient souvent des compétences en analyse numérique et informatique. Nous, numériciens, sommes des adeptes du calcul informatique, ou de la gestion et du traitement de données. Parce que nous effectuons des allers retours constants entre théories discrètes et continues, parce que nous développons et analysons des algorithmes utilisés par d'autres disciplines, nous sommes souvent à l'interface entre théorie et applications. Nos mathématiques sont faites en co-construction.

D'ailleurs, nous ne pouvons pas nous définir simplement comme numéricien car nous pouvons aussi être analyste, informaticien, ou encore physicien, biologiste ou économiste..., nous sommes souvent interdisciplinaires. Nous sommes comme un pont entre l'abstrait et le concret.

- **De la rareté des données à leur abondance.** Les recherches actuelles s'attaquent entre autres à la sélection de covariables pertinentes, au test d'hypothèses scientifiques ou à la multiple dépendance due à l'hétérogénéité. Aussi, l'abondance de données entraîne un besoin d'affiner les techniques permettant d'extraire l'information disponible, notamment en s'appuyant en partie sur des données moins abondantes mais mieux standardisées (voir *Big data*, p.7). Une réflexion méthodologique sur l'optimalité des techniques de réduction de dimension est nécessaire. Il existe de plus un réel besoin d'échanges entre numériciens et statisticiens.

- **De l'échelle locale à l'échelle régionale ou globale.** Le multi-échelle est essentiel dans les études sur le climat ou sur les populations et demande des recherches par exemple sur la définition de modèles pertinents de champs aléatoires spatio-temporels et multivariés. Un autre enjeu consiste à faire communiquer les échelles et les niveaux d'organisation. La modélisation hiérarchique généralement utilisée apporte de nombreux besoins en algorithmes d'inférence et simulations efficaces et rapides.

1 Ce style de caractère dénote tout au long de la synthèse les intitulés des textes présents dans le rapport.

2 Pour un mathématicien, le modèle désigne les équations décrivant le système étudié; pour un statisticien, il désigne l'ensemble des choix menant aux distributions de probabilité représentant les variables étudiées; pour un scientifique, il désigne le modèle numérique utilisé pour simuler le comportement des systèmes étudiés.

Approche intégrée d'un système

• **Combiner modèles et observations.** Les développements récents des méthodes dites d'*ASSIMILATION DE DONNÉES* consistent à mieux prendre en compte les non-linéarités, à adapter les méthodes aux hiérarchies, aux couplages de modèles et aux observations multi-échelles (images, données lagrangiennes). Nous notons le besoin de renforcer la compréhension théorique et encourageons un rapprochement avec les spécialistes de l'optimisation. Enfin, dans le but d'accélérer la mise en œuvre des *MODÈLES DE PLANIFICATION TERRITORIALE* et également pour améliorer les modèles, ces méthodes sont étudiées pour l'estimation de paramètres physiques ou de forçages externes.

• **Validation et décision dans l'incertain.** Deux stratégies sont à envisager en parallèle. D'une part, la simplification ou réduction de modèles (modèles approchés interprétables, analyse de sensibilité, méta-modèles) qui doit fournir l'erreur entre modèle initial et modèle approché. D'autre part, la mise en place d'une démarche multi-modèles avec comparaison et *QUANTIFICATION D'INCERTITUDES* de différents modèles, éventuellement mêlant déterminisme et stochastique (Voir ***Mathématiques du monde réel***). Ainsi, les méthodes de quantification ou d'analyse de sensibilité doivent pouvoir gérer un grand nombre de paramètres fortement corrélés, prendre en compte d'éventuelles contraintes physiques et gérer les interactions et rétroactions entre modèles.

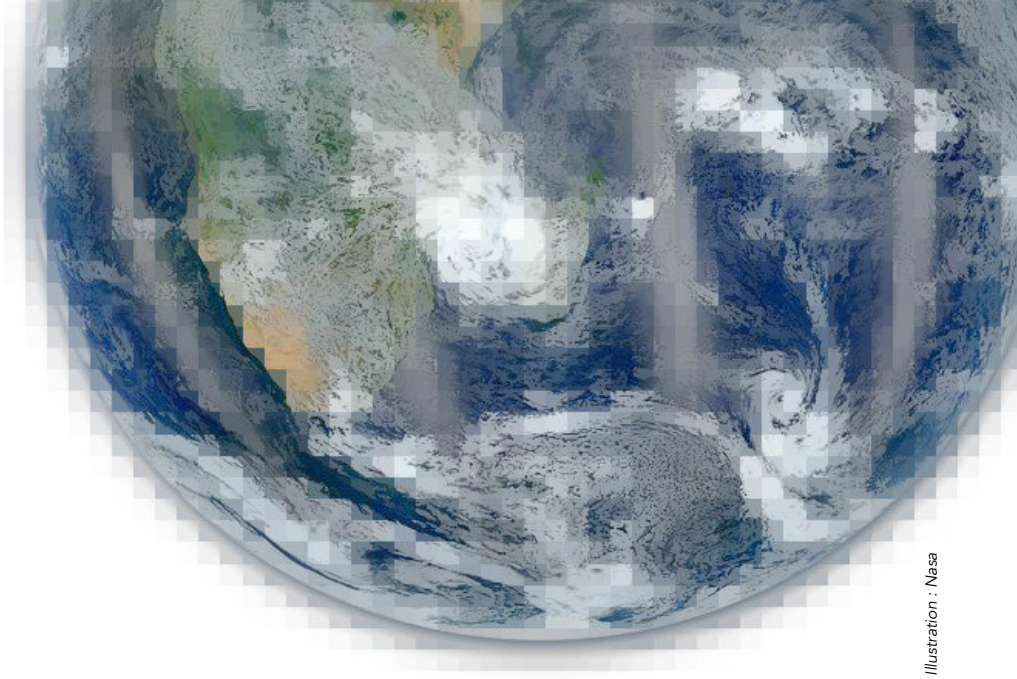


Illustration : Nasa

• **Couplage et interactions.** Les conditions aux limites ou aux *INTERFACES* ont un impact fort sur la qualité physique, numérique et mathématique ainsi que sur la faisabilité du système global. Il convient de réfléchir aux différentes stratégies, prendre en compte les méthodes intrusives comme non-intrusives, s'intéresser aux méthodes globales en temps limitant les interactions entre différents processeurs et donc optimisant les performances de *CALCUL SUR DES ARCHITECTURES COMPLEXES*. En géophysique, des packages comme AGRIF (*Adaptive Grid Refinement In Fortran*), pour le raffinement de maillage adaptatif, ou OASIS (*Ocean, Atmosphere, Sea Ice, Snowpack coupler*), pour le couplage océan-atmosphère, sont très populaires. Ces démarches sont à généraliser ! Enfin, une approche intégrée du système Terre ne peut ignorer l'homme, impactant et s'adaptant aux changements. Ces interactions, aux rétroactions complexes, appellent à une meilleure articulation entre mathématiques appliquées, géosciences et sciences humaines et sociales pour lier *MATHÉMATIQUES DÉCISIONNELLES* et *DÉVELOPPEMENT SOUTENABLE*. Une vision intégrée d'un système nécessite également la mise en place de postes (ingénieurs, administratifs) permanents pour gérer les interactions entre chercheurs et la valorisation des recherches (voir *Travailler ensemble*, p.5). ■

repenser les modèles pour le calcul haute performance

Les architectures évoluent plus rapidement que les méthodes numériques et les codes opérationnels qui nécessitent plusieurs années de simulation et validation. Cependant, nous observons un réel tournant vers l'augmentation des unités de calcul et des processeurs massivement parallèles. Pour être plus efficace en temps de calcul, les codes ne peuvent plus être adaptés simplement.

La modification profonde des codes ou des méthodes est–elle inévitable ? Pour le savoir, il faut valoriser les recherches exploratoires : tester sur des modèles et méthodes simples permet de vérifier la faisabilité et l'apport de nouvelles techniques. Du point de vue mathématique, il y a beaucoup à faire en analyse des systèmes couplés, analyse multi-échelle, développement de nouvelles méthodes, de nouvelles grilles, de nouveaux algorithmes. La redéfinition de nombreux modèles déterministes et stochastiques ne pourra se faire qu'en prenant un problème dans son ensemble maths/informatique/application et nécessite un travail en commun entre mathématiciens, numériciens, informaticiens et sciences environnementales.

Aussi, pour valider les recherches exploratoires, il faut bien sûr soutenir les centres de calcul et la maintenance des codes opérationnels.

Valoriser le travail à l'interface

Pour créer de réelles interactions, des mathématiciens doivent être placés dans les laboratoires de sciences appliquées car les mathématiciens purs ou appliqués ont des préoccupations et des objectifs parfois trop éloignés des applications. Dans le même temps, il faut maintenir un niveau en mathématiques élevé pour être reconnu par la communauté. Cela demande un réel effort des mathématiciens.

Ces carrières difficiles ne sont pas valorisées en France. À l'étranger, c'est légèrement différent. Il existe des petits groupes mixtes, des laboratoires ou des départements de mathématiques dans les facultés de médecine. Notamment un élève brillant en mathématiques sera incité à faire une thèse à l'interface entre deux disciplines, par exemple en biologie. En France, nous sommes très en retard et c'est en partie dû au système très rigide des UFR et au problème de recrutement et d'évaluation des postes interdisciplinaires. Cependant, il existe des facilités avec le CNRS et les intersections STII, ou encore avec les nouvelles équipes hébergées par le Collège de France, notamment SMILE (*Stochastic Models for the Inference of Life Evolution*) menée par Amaury Lambert, UPMC, au CIRB*. Notons aussi le programme LEFE/MANU (*Les enveloppes fluides et environnement/Méthodes mathématiques et numériques)* de l'INSU qui vise à fédérer les communautés géophysique et mathématique.
Ces structures doivent être développées, maintenues et étendues à d'autres problématiques « Maths et environnement ».

* *Le CIRB (Center for Interdisciplinary Research in Biology) est une nouvelle structure de recherche Collège de France / CNRS / INSERM hébergée par le Collège de France dans le centre de Paris. Neuf équipes de différents horizons ont récemment créé cette structure dans l'esprit de promouvoir de nouvelles collaborations en biologie et à travers les disciplines qui la composent.*

PROPOSITIONS D'ACTIONS STRUCTURELLES

L'état des lieux de la recherche montre une communauté française mathématique importante travaillant sur des thèmes liés à la Terre. Cependant les liens avec d'autres disciplines sont encore peu nombreux pour une science en lien avec la Terre qui doit tendre vers un continuum, sans barrière entre disciplines ni au sein des mathématiques. Nous proposons donc des outils de financement visant à encourager les interactions et dont un des critères essentiels de sélection est la qualité scientifique des questions mathématiques.

axe mathématiques de la Planète Terre

Au vu du plan d'action de l'ANR, il est impératif de disposer d'un axe transverse important, que l'on intitulera «Mathématiques de la Planète Terre» (MPT), couvrant recherche fondamentale et appliquée (voir ***quelques défis*** p.12). Cet axe aurait trois objectifs affichés :

» *faire le lien entre les grands défis sociétaux et le «défi de tous les savoirs » sur le thème MPT.* Il faut associer, dans le plan d'action, recherche fondamentale et recherche appliquée. Cela permettrait de développer de nouvelles idées et d'aider de nouveaux groupes sur des thématiques qui n'auraient pas forcément été définies quelques années auparavant.

» *faire le lien entre les mathématiques et les autres disciplines.* Il faut faire mention, dans le plan d'action, explicitement des mathématiques (du monde réel, émergent et numérique) et de leur importance pour lever certains verrous scientifiques. Les critères essentiels de sélection doivent être la qualité des questions sur le thème MPT ainsi que la qualité du groupe à caractère multidisciplinaire candidat. Il faut pour cela favoriser les collaborations multilatérales entre une équipe de mathématiciens et des équipes d'autres disciplines avec au centre un problème MPT fondamental ou appliqué.

» *faire le lien entre les mathématiques françaises et internationales autour du thème MPT.* Certains acteurs internationaux, notamment l'UNESCO, ont pris conscience que les mathématiques en lien avec la Planète sont très importantes pour les recherches futures et ont donc proclamé que mpt2013 se transforme en « mathématiques de la Planète Terre ». Les acteurs politiques, tels que l'Europe, les États et les régions ont un fort rôle à jouer pour promouvoir le thème MPT.

Au sein de cet axe, nous proposons les outils de financement suivants, en plus de ceux déjà existants. Pour tous ces outils, un soin particulier doit être apporté à la composition des jurys de sélection et d'évaluation pour bien prendre en compte la pluridisciplinarité.

DIFFUSION

1 Synthèses

Les synthèses ou «summaries» en anglais, sont importantes si l'on souhaite une diffusion large des problématiques, des méthodes existantes et des modèles développés. Les synthèses pourraient être publiées officiellement par le CNRS ou par un journal comme Maths In Action.

2 Programme groupes de travail intensif pour jeunes chercheurs

Chaque groupe de travail, composé en grande partie de jeunes chercheurs, aurait pour but de produire un livrable comme des notes de lecture autour d'un sujet MPT multidisciplinaire bien ciblé. Ces groupes de travail intensif pourraient être hébergés officiellement au CIRM ou à l'IHP. Le CEMRACS (chaque année au CIRM) organise déjà des sessions de ce type mais peine à trouver des financements récurrents.

recherches coopératives

3 Chaires en bilatéral / Synergy grants

Proposer un appel d'offre pour des chaires en bilatéral pour deux enseignants-chercheurs ou chercheurs reconnus dans leur discipline respective qui décideraient de s'investir au long terme dans des travaux labéllisés MPT nécessitant une double compétence. Notons les appels d'offres ERC synergy grants qui ont pour but de favoriser le développement de groupes interdisciplinaires. Ces appels sont à amplifier et pérenniser tant au niveau européen que français. De plus, il faudrait ajouter le thème MPT et l'implication de plusieurs disciplines comme critères d'éligibilité.

4 Projet collaboratif fondamental et appliqué

Lancer des appels d'offre pour des projets MPT liant recherche fondamentale et appliquée. Ces projets doivent réunir des chercheurs travaillant sur un sujet précis couvrant toutes les facettes modélisation, analyse mathématique et simulation numérique. Ce travail en équipe devra identifier des problématiques et y associer des communautés au sens large. Il devra également réfléchir au passage d'algorithmes de codes simples aux codes opérationnels.

initiatives françaises

Les hôtels à projets multidisciplinaires existent aussi en France et pourtant peu de chercheurs sont au courant ! À l'ENS Lyon (Laboratoire Joliot Curie), aux Mines de Paris (Chaire Modélisation Prospective codirigée par Nadia Maïzi), au CNRS (Centre de Théorie et Modélisation de la Biodiversité à Moulis), ou au Collège de France (CIRB, voir p.9). Ils sont composés d'équipes visiteuses dont les projets sont approuvés par un comité scientifique externe. Leur mission est de développer, en s'adossant aux laboratoires environnants, de nouvelles approches expérimentales et conceptuelles pour répondre à des questions d'intérêt pluridisciplinaire. Ils mettent en place des programmes de recherche, de formation, des groupes de travail et permettent l'accueil de chercheurs invités.

5 Hôtel à projets

Mettre en place des structures de financement d'envergure pour la création officielle d'équipes ou de laboratoires multidisciplinaires (avec ou sans mur). Ces projets d'envergure nécessitent un financement sur temps long : au moins 2 fois 5 ans. À l'étranger, il existe de tels instituts comme par exemple le Santa Fe Institute. Les initiatives françaises intéressantes (voir encadré ci-contre) éprouvent de nombreuses difficultés de financement à long terme et ne recouvrent pas toutes les thématiques MPT.

projets naissants

6 Réseau de compétences MPT

Proposer un appel d'offre pour susciter des réseaux de compétences liés au thème MPT, afin de mettre en contact des mathématiciens avec d'autres disciplines. La création de GdRs multidisciplinaires à encourager suppose des moyens financiers importants pour animer la recherche autour d'un thème MPT. Notons qu'il existe déjà des GdRs multidisciplinaires (voir la troisième de couverture). L'ANR, le RNSC et l'AMIES offrent aussi des possibilités mais sans thème affiché.

7 Projets MPT collaboratifs naissants

Ces appels d'offres doivent permettre d'initier des collaborations multidisciplinaires en lien avec MPT en octroyant quelques dizaines de milliers d'euros sur 4 ou 5 ans. La définition des appels à projets doit être faite avec attention, et privilégier des collaborations nouvelles, par exemple l'interaction des mathématiciens et physiciens théoriciens en océanographie-météorologie. Les PEPS au niveau CNRS sont une possibilité mais leur durée est trop courte.

axe numérique

Le sous-axe ***Fondements du numérique*** du défi *Société de l'Information et de la Communication* reste trop centré sur le numérique, oubliant l'importance de la théorie, et ne fait aucune référence aux enjeux des défis sociétaux de la Planète Terre. Il est important de favoriser explicitement les projets en lien avec les mathématiques fondamentales et/ou les applications environnementales et sociétales. Nous proposons aussi les outils de financement suivants permettant l'intégration du numérique dans les défis et projets MPT.

1 Assurer les ressources et les services en calcul intensif

Le calcul intensif, que ce soit pour la simulation numérique ou la gestion et l'analyse de grandes masses de données, est un élément indispensable aux recherches décrites dans ce document. Il faut pouvoir s'appuyer sur des ressources en calcul performantes. Il est donc indispensable de poursuivre le financement de moyens de calcul de haut niveau (incluant calcul/données/réseau/expertise/support) de l'écosystème HPC français.

2 Soutenir au long terme les Plateformes MPT

Ces plateformes regroupent des mathématiciens, des numériciens et des chercheurs qui s'attaquent à des défis MPT majeurs et permettent de penser ces problèmes dans leur globalité : modèles-données-expérience-méthode-informatique. Elles peuvent être en lien avec les observatoires de sciences environnementales et hébergées par les maisons de modélisation (par exemple la Maison de la Simulation-Paris, MaiMoSiNE-Grenoble, CeMoSiS-Strasbourg ou CaSciModOT-Orléans/Tours). Peu de mathématiciens sont associés aux plateformes déjà existantes, citons entre autres la plateforme *Modélisation des écosystèmes agricoles ou forestiers* à l'INRA; la plateforme de modélisation du Centre de Théorie et Modélisation de la Biodiversité, financée par l'ANR et la plateforme Modélisation du système Terre de l'Institut Pierre Simon Laplace.

en direction des autres organismes

Les alliances, instituts et universités sont souvent cloisonnés entre thématiques et la recherche fondamentale peine à trouver une place alors qu'elle est primordiale. Les mathématiques fondamentales et appliquées devraient servir d'axe transverse aux applications. Les représentants de cet axe couvriraient aléatoire et déterminisme, théorique et numérique et pourraient être choisis via les sociétés savantes. Ainsi, des programmes liant instituts sur des thèmes MPT doivent être généralisés. Il faut pour cela s'inspirer du programme LEFE/MANU de l'INSU en l'associant à l'INSMI. Ici, nous proposons aussi d'autres actions en direction des instituts tels que le CNRS ou les universités et les Labex :

reconnaissance de la multidisciplinarité

1 Former au numérique dès la licence

Les ingénieurs calcul étant une denrée rare, il est souhaitable que les étudiants soient armés pour avoir, au moins les bases, en calcul numérique et informatique. Pour des besoins en numérique plus spécifiques ils pourront ensuite se former au sein des écoles doctorales et des pôles formations.

2 Établir un quota de bourses de thèses bidisciplinaires MPT

Ces bourses doivent financer une thèse dans son intégralité. Intégré dans un projet collaboratif MPT, le doctorant sera supervisé par un enseignant-chercheur ou chercheur en mathématiques et un enseignant-chercheur ou chercheur d'une autre discipline.

3 Créer des postes d'ingénieurs entre deux équipes

L'ingénieur(e) fera le lien entre une équipe mathématique et une équipe d'une autre discipline travaillant sur des thèmes MPT. Il/elle permettra la valorisation de la recherche, ainsi qu'une meilleure diffusion des informations, des méthodes et de leur usage. Il/elle travaillera aussi au développement d'outils génériques et à l'accessibilité aux données.

4 Valoriser la pluridisciplinarité lors de la carrière

Les activités multidisciplinaires ne sont pas perçues à leurs justes valeurs lors des recrutements et des évaluations tout au long de la carrière. Il est important de se poser la question de la définition des postes en Interaction (voir ***Mathématiques du monde réel***, ***Mathématiques en émergence*** et ***Mathématiques du numérique***), de la constitution des comités de sélection ou d'expertise pour que soit prises en compte les activités multidisciplinaires tout au long de la carrière et lors des évaluations AERES. Il faudrait favoriser les créations de postes financés par des Instituts avec des candidatures éligibles si et seulement si un réel travail d'interaction a eu lieu et multiplier les labos réellement pluridisiciplinaires classés dans plus d'une section CNRS tel que le GREMAQ à Toulouse mêlant mathématiciens et économistes.

QUELQUES DÉFIS À RELEVER

Pour conclure, nous donnons des exemples de défis en lien avec la Planète Terre sur lesquels les mathématiques ont un rôle important à jouer. Il va de soi que cette liste n'est pas exhaustive. Pour une vision plus complète, il est important de consulter le rapport qui propose une liste plus complète des défis, notamment sur les parties Mathématiques du monde réel, Mathématiques en émergence et Mathématiques du numérique.

MPT2013 se transforme en Mathématiques de la Planète Terre

La fructueuse année internationale se poursuit au delà de 2013 : signe que les défis liant mathématiques et Planète Terre sont importants !

océan-atmosphère

Couplage océan-atmosphère, forçage par le vent
Analyse de grands ensembles de données satellitaires
Ondes internes : gestion des échelles multiples, meilleure paramétrisation sous-mailles
Biogéochimie marine : couplage nouveau avec dynamique de population et grand nombre d'individus
Représentation des processus de sub-mésoéchelle pour les traceurs et le transport vertical dans l'océan

morphogenèse

Passer de l'échelle cellulaire à un modèle continu
Établir les lois d'échelle qui caractérisent la morphologie des reliefs
Relier le comportement cellulaire ou granulaire à un changement de forme macroscopique

écosystèmes et biodiversité

Analyse des réseaux d'interactions multiples dans les écosystèmes
Prise en compte d'interactions localisées de l'échelle régionale à l'échelle globale
Dynamique de populations et d'écosystèmes dans un environnement variable et incertain
Représentations des différentes échelles de temps en dynamique éco-évolutive et en biodiversité

climat

Échanges biogéochimiques continent/atmosphère
Paramétrisation de la turbulence et de l'effet des nuages
Phénomènes à dynamique de rupture (calottes polaires, glissements de terrains, avalanches)
S'intéresser à la glace de mer, aux changements brutaux d'états (solide, liquide, ...) et de dynamique

auto-organisation

Compréhension des phénomènes disrupteurs de l'embryogénèse (poisons, polluants, etc.)
Caractériser les phénomènes d'auto-organisation (milieux granulaires, gels, mouvements sociaux)
Importance des mécanismes sociaux dans les performances reproductrices des populations animales

écoulements côtiers

Énergies marines
Résilience des structures aux aléas naturels
Mieux prendre en compte la dynamique aux bords
Meilleure compréhension du déferlement, des phénomènes d'érosion et de la sédimentation

hydrodynamique fluviale et agroécosystèmes

Écoulements à rhéologie complexe
Qualité des eaux, infiltration, pollution
Meilleure anticipation des risques naturels
Couplage de modèles rivières-fleuves-océan
Importance des irrégularités de fond et problème de confinement latéral

économie et gestion durable des sols et des ressources

Lier mécanismes cognitifs et évolution
Gestion de la variabilité spatio-temporelle des énergies
Vers une approche multi-modèles pour la conception de stratégies
Réduire la congestion des réseaux de transport, informatiques et sociaux
Prise en compte des mécanismes de décision et d'anticipation dans l'aide à la décision
Modéliser les mécanismes cognitifs de prise de décision et l'influence de l'environnement sur les comportements

RENCONTRES ET CONFÉRENCES
LABELLISÉES ARP MATHSINTERRE (LISTE NON EXHAUSTIVE)
BEAUCOUP COMPORTAIENT DES ATELIERS DE RÉFLEXION

TF : Terre Fluide
TV : Terre Vivante
TH : Terre Humaine

Journée de lancement MPT2013, Unesco, 5.3.2013, ***Tout Public***

« Mathématiques pour la Gestion en Ecologie », 11.3.2013, Toulouse, **TV**

MATHBIO2013, 11-15.3.2013, Lyon, **TV**

Semaine des Mathématiques, Exposés pour lycéen(ne)s, 18-22.3.2013, ***Tout Public***

Ecole du GdR EGRIN, 2-4.4.2013, Chalès, **TF TH**

ARP : Interfaces-Fluide, 17.4.2013, TF

« Mathematical and Computational Evolutionary Biology », **TV** 27-31.5.2013, Hameau de l'Etoile

SMAI2013, 27-31.5.2013, Seignosse Le Penon - Landes, **TV TF TH**

ARP : Théorie des jeux, 31.5.2013, TH

Journée Réseau National des Systèmes Complexes, 7.6.2013, Paris, **TH**

ARP : Développement durable, 4.7.2013, TV

CEMRACS 2013, 22.7-30.8.2103, CIRM Marseille, ***Tout Public***

« Fluides complexes en glaciologie et glissements de terrain », 9-13.9.2013, Toulouse, **TF**

6ème Journée des Méso-centres, 19.9.2013, Paris

Journée Maths pour la Terre, 19.9.2013, Toulon-Var.

ARP : Turbulence et paramétrisation, 24.9.2013, TF

« Ondes de gravité en domaine côtier et fluvial », 30.9.2013, Bordeaux, **TF**

METEO, 30.9-1.10.2013, Orléans, **TH**

ARP : Journée IFREMER, 7.10.2013, TF TV TH

« Transports en sous-sol », 17.10.2013, La Rochelle, **TF TV**

MCPIT 2013, GdRE ConEDP, 18-22.11.2013, Paris, **TF**

Entretiens Jacques Cartier, 25-26.11.2013, Lyon, **TF TV**

Liste non exhaustive : consulter le rapport pour une liste complète.

INVITATIONS
CHERCHEURS ÉTRANGERS
HORS COLLOQUES

Hugh Possingham (Univ. of Queesnland) *Mathématiques pour la Gestion en Ecologie,* 11 mars, Toulouse

Karl Sigmund (Faculty of Mathematics, Vienna) Manfred Milinski (Max-Planck Institute, Plön) *Théorie des jeux et contrats sociaux,* 31 mai, IHP

Simon Levin (Princeton Univ.) *Développement durable et mathématiques,* 4 juillet, IHP

Rupert Klein (FU Berlin) *Maths et géophysique* 5 avril 2014, Chambéry

RÉSEAUX

Groupements de Recherche, GDR-INSMI
CALCUL SCIENTIFIQUE Calcul, Loïc Gouarin
CONTRÔLE DES EDPS ConEDP, Fatiha Alabau
ÉCOULEMENTS GRAVITAIRES Egrin, Stéphane Cordier
THÉORIE DES JEUX Jeux, Jérôme Renault
ANALYSE STOCHASTIQUE Mascot-Num, Clémentine Prieur
GESTION DES DÉCHETS NUCLÉAIRES Momas, Tony Lelièvre

Réseaux
MATHS-ENTREPRISES AMIES, George-Henri Cottet
SYSTÈMES COMPLEXES RNSC, Guillaume Déffuant

SOUTIENS INSTITUTIONNELS

Année Mathématiques de la PlanèteTerre 2013
Christiane Rousseau, Mireille Chaleyat-Maurel
Mathematics of Planet Earth : mpe2013.org
Un jour, une brève : mpt2013.fr

Sociétés Savantes
SMAI, Thierry Goudon
SMF, Cyril Imbert
SFDS, Liliane Bel

Vulgarisation scientifique
INTERSTICES, Jocelyne Erhel

le site web de l'arp mathsinterre est administré par Labscinet, labscinet.com
conception graphique : Emilie Neveu ; traduction anglaise : Brian Keogh

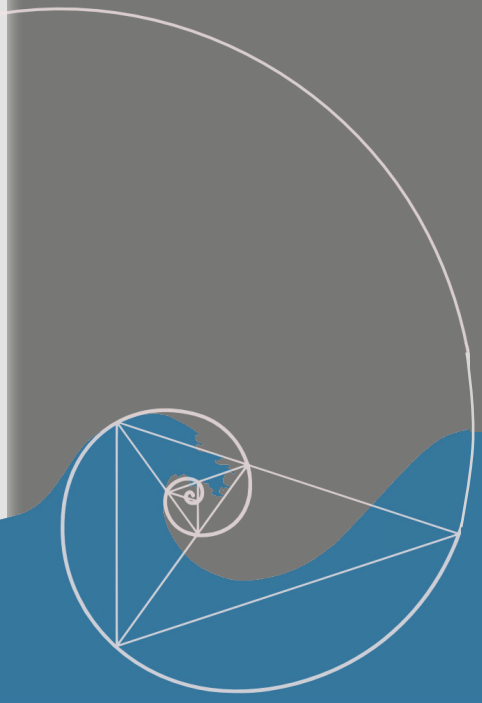
Mathématiques en Interactions pour la Terre

L'ARP MathsInTerre fait suite à l'appel à proposition d'Atelier de Réflexion Prospective sur la thématique « Mathématiques et complexité du Système Terre » lancé par l'ANR en 2012. Cette synthèse, issue d'interactions multidisciplinaires tout au long de l'année 2013, est à rapprocher avec le document plus complet organisé sous forme de fiches. Il nous est apparu nécessaire de rappeler, dans un premier temps, que les mathématiques étant une discipline variée et transverse, les mathématiciens doivent faire preuve de flexibilité et d'ouverture. Notamment, lorsque nous présentons les nouveaux besoins et les nouvelles théories mathématiques, nous soulignons l'importance de tendre vers la science en lien avec la Terre comme un continuum, sans barrière entre les disciplines. C'est la question provenant de problématiques concrètes qui doit dicter la mise en place des mathématiques pour la Terre, que ce soient les mathématiques du monde réel, les mathématiques en émergence et les mathématiques du numérique. Ainsi, un des critères essentiels de la qualité des mathématiques appliquées doit être la qualité scientifique de la question. Le document se termine donc par des propositions d'actions structurelles qui doivent favoriser les interactions avec les autres disciplines : sciences humaines et sociales, sciences de la vie et de la terre, entre autres.

Ce livret a été élaboré dans le cadre de l'Atelier Réflexion Prospective MathsInTerre 2013

internet | mathsmonde.math.cnrs.fr
mathsinterre.fr

contact | didier.bresch@univ-savoie.fr
emilie.neveu@grenoble-inp.org



avec le soutien de
Agence Nationale de la Recherche
CNRS
Institut Henri Poincaré
Université de Savoie

et le support de la Fédération de Recherche en Mathématiques Rhône-Alpes-Auvergne